

Inversion als fundamentale Idee der Mathematik und ihrer Didaktik

Die Berücksichtigung fundamentaler Ideen bei der Vermittlung von Fächern geht auf Bruner zurück. In der Mathematik haben u.a. Schreiber, Schweiger und Klika das Konzept ausgeschärft; Schweiger, Klika und Gächter haben fachspezifische Ideenkataloge aufgestellt. Darin sind *Zahl*, *Funktion*, *Algorithmus*, *Optimierung* und *Metrik* allgemeiner Konsens, unter insgesamt 20 Begriffen werden z.B. *Mitte*, *Rekursion* und *Unendlich* je von einem genannt. Ich schlage nachdrücklich vor *Inversion* hinzuzunehmen, wobei es natürlich weniger um die begriffliche Adellung selbst als um die damit verbundene Bewusstseinsklärung und akademische wie lernwirksame Aufmerksamkeit geht, deren Berechtigung hier nur angedeutet werden kann.

Zur Begriffsklärung denken wir (Abb. links) an einen Zustand Z1, der durch eine (ggf. nur gedachte) Handlung oder ein Geschehnis in einen Zustand Z2 überführt wird, und die Frage, wie umgekehrt aus Z2 Z1 wiederhergestellt bzw. darauf zurückgeschlossen werden kann. Im Fach treten mathematische Objekte oder Situationen an die Stelle der Zustände und Operationen an die der Handlungen. Der Begriff der Inversion kann eine Abstraktionsstufe höher für die losgelöste (Pfeil)Paarbildung einer Operation mit ihrer Umkehrung stehen. Dabei liefert die Mathematik sowohl klar definierbare Manifestationen als auch paradigmatische Möglichkeiten, den Facettenreichtum und die umfassende Bedeutung aufzuzeigen:



In der Algebra werden inverse Elemente (als konstituierende Merkmale von Gruppen), in der Analysis Umkehrfunktionen darüber definiert, dass Verknüpfung der Identität entspricht. Beides hängt über die induzierbare (i.A. nicht assoziative) Umkehrverknüpfung bei Gruppen zusammen und entspricht dem klarsten und einfachsten Fall. Die Bedeutung des Phänomens rührt allerdings gerade daher, dass es im Allgemeinen nicht so einfach ist: Die Umkehrung kann von der Richtung abhängig, weit aufwändiger oder im Ansatz schwieriger sein. Sie muss nicht eindeutig sein und kann in Form der Urbildfrage (z.B. Zahl)Bereichserweiterungen motivieren. f.m.i.s.

Literatur und Präsentation: www.didaktik.matha.rwth-aachen.de/de/links.html