

Gert KADUNZ, Klagenfurt, Barbara OTT, St. Gallen &
Christof SCHREIBER, Gießen

Arbeitskreis Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik

Am Montag fand im Rahmen der Bundestagung in Regensburg das Treffen des AK statt. Neben Hinweisen auf die Herbsttagung 2019 am Chiemsee konzentrierten sich die Ausführungen bei dieser Veranstaltung auf eine Darstellung von im AK vertretenen theoretischen Grundpositionen und auf die Vorstellung des neuen Semiotik Sammelbandes. Werfen wir einen Blick auf die in diesem Band erscheinenden Texte. Daraus ergibt sich dann auch eine Skizze der im AK verwendeten Theorien.

Im Band sind, wenn man von der durch Gert Kadunz verfassten Einleitung absieht, neun Beiträge dem Lernen von Mathematik gewidmet. Die Spannweite der Inhalte ist groß. So finden wir Ausführungen zu ontologischen Fragen der Mathematik, wie etwa bei jenen von Willi Dörfler oder auch bei Martin Brunner. Die Untersuchung der Sprache von Lernenden bildet einen zweiten Schwerpunkt. Hier ist nicht nur die Lautsprache gemeint, sondern auch die Verwendung von Gesten sowie die Gebärdensprache. Die Gebärdensprache und deren Verhältnis zum Lernen von Mathematik wird von Annika Wille gemeinsam mit Christof Schreiber und die Schnittstellen von Handlung und Gesten durch Rose Vogel und Melanie Huth dargestellt. Einen anderen Fokus richtet Angel Mizzi auf die Sprache, wenn er von einem Mathematikunterricht berichtet, in welchem zwischen zwei Sprachen (Erst- und Zweitsprache) gewechselt wird. Die Beiträge von Barbara Ott, Jan Schumacher gemeinsam mit Sebastian Rezat sowie von Hermann Kautschitsch stellen Überlegungen in den Vordergrund, welche unmittelbar mit dem Lernen und dem Gebrauch von Zeichen einhergehen. Vereinfachend gesprochen stehen diese drei Erörterungen für den „stoffdidaktischen“ Anspruch der im AK vertretenen Semiotik (vgl. Hoffmann). Erweitern wir diese Überschriften durch knappe Skizzen der entsprechenden Inhalte.

Können wir diagrammatisches Schließen im Sinne der Peirce'schen Semiotik lehren und lernen? Dies fragt Hermann Kautschitsch und betont, dass ein auch handwerklich zu verstehender Gebrauch von Diagrammen das Lernen von Mathematik befördern kann. Dazu zählen z.B. die Generierung von Vermutungen und das Finden von Lösungsideen bei inner- und außermathematischen Fragestellungen. Der Autor stellt dazu Lernumgebungen vor, in denen dieses Handwerk gelernt werden könnte.

Wenn von Mathematik die Rede ist, so werden mit ihr gerne Eigenschaften wie wahr, zeitlos oder auch allgemeingültig konnotiert. Es wundert wenig, wenn als Folge solcher Zuweisungen die Vorstellung entsteht, dass die

Mathematik von Objekten rede, welche unabhängig von Menschen existieren und sich durch „zeitlose“ Gültigkeit auszeichnen. Dass eine solche Sichtweise zu Widersprüchen führt, zeigt ein Blick in die Geschichte der Philosophie der Mathematik. Willi Dörfler bietet in seinen Ausführungen eine Alternative an. Dabei orientiert er sich an Ludwig Wittgenstein und dessen nüchterne Distanz zu solchen metaphysisch geprägten Sichtweisen. Es ist aber nicht nur die Suche nach Vermeidung von Widersprüchen, welche Dörflers Erläuterungen bestimmt. Der Autor möchte vor allem ein Angebot legen, das es ermöglicht, ohne Rekurs auf ein für die meisten Lernenden unerreichtbar scheinendes Objekt, Mathematik zu lernen.

Als Charles S. Peirce seine Überlegungen zur Verwendung von Zeichen stellte, und dieser Prozess dauerte bis an das Ende seines Lebens, stieß er bald auf die Notwendigkeit der Beschreibung der Entstehung neuen Wissens. Dies führte ihn zum Begriff der theorematischen Deduktion, welchen Martin Brunner in seinem Text zum Lernen von Mathematik in Beziehung stellt. Brunner geht dabei pragmatisch vor und eröffnet eine instrumentelle Sicht auf die theorematische Deduktion. Es sind Beispiele aus dem Mathematikunterricht, die der Autor verwendet, um diese Deduktion als Mittel der Erkenntnisgewinnung, der Wissensbegründung und der Problemlösung zu präsentieren.

Jan Schumacher und Sebastian Rezat verwenden ein Thema der Didaktik der elementaren Arithmetik, das Erlernen der Subtraktion negativer Zahlen, um diagrammatisches Schließen, einem anderen zentralen Begriff der Peirc'schen Semiotik, zu untersuchen. So ist ihr Text in zweifacher Weise zu lesen. Zum einen stellt er ein Thema der Mathematik der Sekundarstufe I ins Zentrum. Zum anderen gehen die Autoren über eine stoffdidaktische Analyse hinaus und untersuchen gleichzeitig ihr Untersuchungswerkzeug. Wie kann diagrammatisches Schließen rekonstruiert werden? Eine Antwort gelingt den Autoren durch die Konstruktion eines Beziehungsnetzes dieser Art des Schließens zu zwei anderen theoretischen Ansätzen, dem Argumentationsschema nach Toulmin und dem Schema-Begriff von Vergnaud.

Barbara Ott unterstreicht die Bedeutung von Darstellungen für das mathematische Verständnis. In ihrem Beitrag werden die Unterschiede zwischen Textaufgaben und grafischen Darstellungen und die Herausforderungen beim Wechsel zwischen diesen beiden Darstellungsformen herausgearbeitet. Anhand typischer Fallbeispiele aus dem Mathematikunterricht in der Primarschule wird rekonstruiert, wie Kinder in einem Unterricht, der grafische Darstellungen in Reflexionsgesprächen ins Zentrum rückt, in ihren selbstgenerierten grafischen Darstellungen und Erklärungen dazu zunehmend auf mathematische Strukturen achten.

Ein aktuelles Problem des alltäglichen Mathematikunterrichts stellt Angel Mizzi in seinem Text vor. Es ist dies die Relation zwischen Erst- und Zweitsprache beim mehrsprachigen Lehren und Lernen. Der damit verbundene Begriff des „Translanguaging“ wird von der Vorstellung bestimmt, dass beim Lernen eine entsprechend befähigte Person mehrere Sprachen aktiviert. Neben theoretischen Überlegungen erläutert Mizzi das schwierige Verhältnis von Erstsprache also der Muttersprache zur Zweitsprache, die ebenfalls im Unterricht verwendet wird. An einer Fallstudie zeigt er, dass die Erstsprache tendenziell zur Darstellung konkreter Alltagssituationen und Handlungen verwendet wird, während Lernende die Zweitsprache zum formalen und meist schriftlichen Notieren von mathematischen Sachverhalten einsetzen.

Mit Blick auf den Einfluss der Wahl der Mittel auf die mathematischen Erklärungen werden von Annika Wille und Christof Schreiber drei sehr unterschiedliche mediale Umsetzungen von Erklärungen unter einer semiotischen Perspektive untersucht. Die mathematischen Erklärungen wurden als Video und Audio in Lautsprache und als Video in Österreichischer Gebärdensprache realisiert. Zur Analyse der Produkte zum Thema ‚Haus der Vierecke‘ wird das Konzept der ‚semiotic mediation‘ nach Hasan verwendet und für die drei medial unterschiedlichen Erklärungen zum Vergleich herangezogen.

Darüber hinaus hat Annika Wille einen Text erstellt, der gezielt auf die mathematische Gebärdensprache, welche in Österreich verwendet wird, einen semiotischen Blick wirft. Dies heißt, dass die bei Peirce herausgearbeiteten Begriffe Index und Ikon zu einer differenzierten Beschreibung von mathematischen Fachgebärden eingesetzt werden. So ist dieser Text ein Beitrag, um Differenzen von Laut- und Gebärdensprache beim Lernen von Mathematik einschätzen zu können.

Rose Vogel und Melanie Huth konzentrieren sich besonders auf die Schnittstellen von Handlungen und Gesten im mathematischen Lernprozess in der Primarstufe. Die Autorinnen fokussieren drei verschiedene Arten von Moduschnittstellen, nämlich funktionale, semantische und chronologische. Hierbei zeigen sie, dass Gesten und Handlungen diagrammatisch verwendet werden können, was sich besonders anhand der Schnittstellen rekonstruieren lässt.

Der Band wird unter dem Titel „Semiotik als Mittel der Mathematikdidaktik“ 2019 im Springer-Verlag erscheinen und von Gert Kadunz herausgegeben.

Den Abschluss des Treffens bildete die Ankündigung des Herbsttreffens vom 24. – 26. September 2019 am Chiemsee. Alle Interessierten sind

herzlich dazu eingeladen. Für die Tagung können auch Vorträge angemeldet werden, die der oben beschriebenen Ausrichtung entsprechen. Die Vorträge werden in der Regel sehr ausführlich und immer kritisch-konstruktiv diskutiert. Informationen dazu finden sich auf <http://wwwu.uni-klu.ac.at/kadunz/semiotik/news.html>

Literatur

Kadunz, G. (Hrsg.). (2019). *Semiotik als Mittel der Mathematikdidaktik*. Heidelberg, Berlin, New York: Springer.