

Lukas BAUMANN, Köln

Bazo – Potenzial eines produktiven Übungsspiels zum Platzieren von Brüchen am Zahlenstrahl

Bazo (gesprochen [ba'zu] und Akronym der Ellipse **Brüche am Zahlenstrahl ordnen**) ist ein im Rahmen eines Studienseminars entstandenes produktives Übungsspiel für die Bruchrechnung. Im Besonderen soll die Fähigkeit des Platzierens von Brüchen an der Zahlengeraden (vgl. MSW, 2007, S. 21) spielerisch und produktiv geübt werden. Inwieweit Bazo diese Fähigkeit auch nachhaltig aufbauen kann, wurde im Rahmen einer empirischen Studie untersucht. Die Materialien zum Spiel können beim Autor des vorliegenden Beitrags unter dem folgenden Link angefragt werden: bit.ly/2ZB4GAY.

Spielregeln

Für den Aufbau des Spiels werden neben dem Zahlenstrahl zusätzlich Spiel- und Aufgabenkarten, Spielsteine (zwei pro Spieler und ein schwarzer Zielstein), ein Legefeld, die Punkteleiste und unterstützende Pappbausteine benötigt (vgl. Abb. 1). Das Ziel des Spiels ist es, mit den Spielkarten einen Bruch zu legen, der einer vorgegeben Zielzahl auf dem Zahlenstrahl von einer Seite möglichst nah kommt. Die Spielrunde beginnt damit, dass jeder Spieler vier mit den Ziffern von 1 bis 6 beschriftete Karten vom Nachziehstapel zieht. Anschließend wird eine Aufgabenkarte (z. B. $\square < \frac{1}{2}$) aufgedeckt, die einen Wert angibt, dem sich die Spieler*innen von einer Seite nähern müssen, indem sie mit zwei ihrer vier Handkarten verdeckt einen Bruch bilden. Haben alle einen Bruch verdeckt gelegt, decken die Spieler*innen einzeln ihre gelegten Brüche auf und platzieren ihre Spielsteine an der Stelle des Zahlenstrahls, an der sie ihren gelegten Bruch vermuten. Diese Platzierung sollte in der Gruppe diskutiert werden.

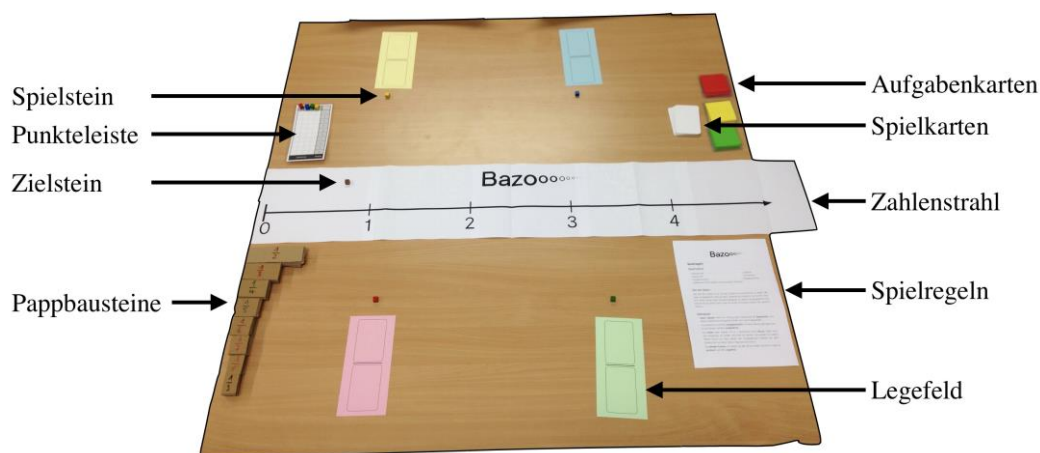


Abb. 1: Aufgebauter Spieltisch

Kommt bei der Diskussion über die Platzierung der Spielsteine keine Einigkeit auf, dienen die Pappbausteine als Hilfsmittel. Ist z. B. der Bruch $\frac{5}{6}$ zu platzieren, können 5 Pappbausteine der Größe $\frac{1}{6}$ von der Null des Zahlenstrahls beginnend aneinandergelegt werden. Am Ende des entstehenden Balkens ist der Spielstein dann zu platzieren. Die Person, welche der Zielzahl am nächsten gekommen ist, sagt laut *Bazoo* und darf ihren Spielstein ein Feld auf der Punkteleiste nach vorne rücken. Die gelegten Karten werden nun zur Seite gelegt und dafür zwei neue Karten vom Nachziehstapel gezogen. Gewonnen hat, wer als erstes 10 Punkte erspielt hat.

Didaktische Einordnung

In der Mathematikdidaktik wird unter anderem zwischen produktiven Übungsspielen und produktiven Erarbeitungsspielen unterschieden (vgl. Leuders, 2008, 2009). Zentrale Merkmale produktiver Übungsspiele sind „das Training von Fertigkeiten, die Reflexion mathematischer Begriffe und die Möglichkeit des Entdeckens“ (Leuders, 2008, S. 1). Erarbeitungsspiele sind dadurch charakterisiert, „die Erarbeitung bestimmter mathematischer Begriffe, Verfahren oder Zusammenhänge einzuleiten oder vorzubereiten“ (Leuders, 2009, S. 2) und damit auch Grundvorstellungen aufzubauen. Bazo versteht sich als produktives Übungsspiel mit erarbeitungsspielerischen Elementen. Im Sinne eines produktiven Übungsspiels zielt es auf der einen Seite darauf, das Verfahren des Einordnens von Brüchen auf der Zahlengeraden zu automatisieren und in diesem Zusammenhang die verwendeten Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zu reflektieren. Andererseits ermöglichen die entwickelten Spielmaterialien (und im Besonderen die Pappbausteine) im Sinne eines Erarbeitungsspiels den Aufbau der Grundvorstellungen *Bruch als Teil eines Ganzen*, *Bruchzahl als Quasikardinalzahl* und der Bruchzahlaspekt des *Skalenwerts* (Padberg & Wartha, 2017, S. 19 ff.). Gerade letzterer bleibt bei Untersuchungen zur Bruchrechnung meist unberücksichtigt. Bazo spricht zudem im Besonderen die Fähigkeit an, dass Schüler*innen Bruchteile durch die gelegten Brüche zahlensymbolisch, als Punkte auf der Zahlengeraden sowie handelnd an den Pappbausteinen darstellen (vgl. MSW, 2007, S. 21).

Forschungsinteresse

Bazo wurde für eine siebte Jahrgangsstufe einer Gesamtschule entwickelt, die grundlegende Fähigkeiten der Bruchrechnung sowie des Umgangs mit Brüchen und den Grundvorstellungen zu Brüchen besitzen. 23 Schüler*innen haben das Spiel für etwa 90 Minuten gespielt. Um Lernfortschritte von Bazo zu diagnostizieren, hat die Klasse vor der Spielsequenz ($n = 18$), nach

der Spielsequenz ($n = 23$) sowie nach drei Monaten ($n = 22$) einen Test bearbeitet, in der sie – in jeweils geänderter Reihenfolge – die fünf Brüche $\frac{1}{3}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{5}$ und $\frac{5}{6}$ auf der Zahlengeraden einordnen sollten. Die unterschiedlichen Stichprobengrößen bei der ersten und zweiten Erhebung kommen durch die Qualität der Kopien der Bearbeitungen zustande, durch die einige Zahlenstrahle nicht eindeutig auszuwerten waren. Ein Bruch wurde als korrekt eingeordnet kodiert, wenn sich der angegebene Bruch in einer Umgebung von $\frac{1}{7}$ Längeneinheiten um den tatsächlichen Bruch bewegt.

Ergebnisse

Beim Vortest haben die Schüler*innen im Durchschnitt 1,3 der fünf Brüche korrekt platziert. Nachdem Bazo gespielt wurde, kamen die Schüler*innen auf 4,1 korrekt eingeordnete Brüche (vgl. Abb. 2, links). Außerdem ist die Standardabweichung gesunken, was insgesamt für eine Homogenisierung der Leistungen spricht. Im Einzelnen konnte beobachtet werden, dass schwache Schüler*innen von zuvor keinem oder einem korrekt eingeordneten Bruch vor der Spielsequenz eine vollkommen korrekte Einordnung nach der Spielsequenz erbracht haben (vgl. Abb. 2, rechts). Der Test wurde rund drei Monate nach der Spielsequenz wiederholt, um Aussagen über einen möglichen nachhaltigen Lerneffekt von Bazo treffen zu können. In diesem Follow-up-Test haben die Schüler*innen im Durchschnitt 2,8 der fünf Brüche korrekt platziert. Auch die Standardabweichung ist gewachsen und hat sich der Erhebung vor dem Spiel wieder genähert. Man kann also konstatieren, dass eine erkennbare Verschlechterung innerhalb der drei Monate nach dem Spiel stattgefunden hat. Dennoch wird auch drei Monate nach Bazo die Fähigkeit des Einordnens von Brüchen an der Zahlengeraden mehr als doppelt so sicher beherrscht wie noch vor der Spielsequenz.

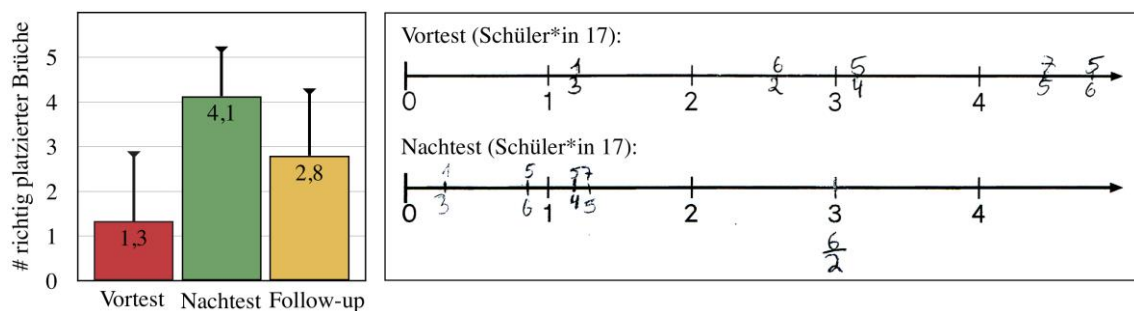


Abb. 2: Arithmetisches Mittel und Standardabweichung der von fünf Brüchen richtig platzierten Brüche vor und nach dem Spiel sowie nach drei Monaten (links); ausgefüllte Zahlengerade vor und nach der Spielsequenz von Schüler*in 17 (rechts)

Im nachgeschalteten Unterrichtsgespräch des Nachttestes sowie des Follow-up-Tests hat sich gezeigt, dass im Besonderen die Pappbausteine, auf denen

die Stammbrüche zur Platzierung der Brüche haptisch an die Zahlengerade angelegt werden können, bei der Platzierung der Brüche als mentale Werkzeuge Verwendung gefunden haben. Ähnlich wie beim Scaffolding (vgl. Holton & Clarke, 2006) dienten die Pappbausteine bei der Platzierung der ersten Brüche als vollständiges Hilfsgerüst. Dieses Gerüst wurde im Laufe des Spiels stückweise abgebaut, bis die Platzierung auch ohne die Pappbausteine gelungen ist.

Diskussion

Bazo bietet zahlreiche Möglichkeiten der strukturerhaltenden Erweiterung: Man kann zusätzlich Handkarten mit den Ziffern von 7 bis 9 verwenden, die Anzahl der Handkarten erhöhen, um weitere Kombinationsmöglichkeiten zu erhalten, die Zahlengerade auch in den negativen Bereich ausweiten oder gar ein Zeitlimit für das Legen der Brüche setzen. Aufgabenkarten unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades liegen den Materialien des Spiels bereits bei.

Bazo ist zudem ein Spiel, das auf die Konstruktion eines spielerischen Kontextes verzichtet. Die Schüler*innen bleiben stets auf einer innermathematischen Ebene. Im Sinne produktiver Spiele kommen „Spielehandlung und die erwünschten mathematischen Handlungen miteinander [...] zur Deckung“, sodass beide Aspekte „organisch auseinander erwachsen“ (Leuders, 2008, S. 2). Kein darüber konstruierter Kontext überdeckt das abstrakte mathematische Vorgehen.

Danksagung

Bazo ist nicht alleine, sondern im Rahmen des Seminars gemeinsam mit Andrea Wellmanns und Sabine Teuber entstanden, die beide an dieser Stelle dankend erwähnt werden sollen.

Literatur

- Holton, D. & Clarke, D. (2006). Scaffolding and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(2), 127–143.
- Leuders, T. (2008). Gespielt – gelernt – gewonnen! Produktive Übungsspiele. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 50(22), 1–7.
- Leuders, T. (2009). Spielst du noch – oder denkst du schon? Produktive Erarbeitungsspiele. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51(25), 1–8.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW) (Hrsg.). (2007). *Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen. Mathematik*. Frechen: Ritterbach. http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_g8/gym8_mathematik.pdf (27.12.2019).
- Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung*. 5. Auflage. Heidelberg: Springer.