Antje BOOMGAARDEN, Freiburg, Katharina LOIBL, Freiburg &
Timo LEUDERS, Freiburg

Modellierung des Bruchverständnisses von Lernenden für eine adaptive Instruktion

Der Computer hat schon lange Einzug in den Mathematikunterricht gefunden. Zum Glück, denn der Einsatz birgt viele Chancen, allen voran die Möglichkeit einer adaptiven Instruktion. Doch je nachdem, welcher Ansatz der Instruktion verfolgt wird, zeigen sich andere Herausforderungen an eine computerbasierte Lernumgebung. Diese werden besonders deutlich bei der Gestaltung einer Lernumgebung, welche ein freies Problemlösen vor einer adaptiven Instruktion ermöglichen soll.

Theoretische Grundlagen

Adaptivität im Sinne einer Passung zwischen Lernvoraussetzungen und Lernangebot gilt als eines der Merkmale guten Unterrichts (Helmke, 2006). Es kann zwischen zwei Arten der Adaption unterschieden werden: der Makro- und der Mikro- Adaption. Während sich die Makro-Adaption auf wenig veränderliche Eigenschaften in größeren zeitlichen Abständen bezieht, z. B. das Vorwissen zu Beginn einer Einheit, beschreibt die Mikro-Adaption eine ständige Anpassung an den Lernprozess (Leutner, 2002). Cognitive Tutors, welche eine Form von Intelligent Tutoring Systems (ITS) darstellen, ermöglichen aufgrund von Lernermodellen eine Mirko-Adaption an die individuellen Voraussetzungen. Das Programm diagnostiziert den Wissensstand der Lernenden und bestimmt auf dieser Basis den weiteren Ablauf (z. B. Auswahl der folgenden Aufgabe). ITS sind besonders geeignet bei strukturierten Instruktionsmodellen. Bei anderen Instruktionsmodellen, wie zum Beispiel Productive Failure, ist eine divergierende Problemlösungsphase, in der auch fehlerhafte Lösungsansätze produziert werden können, vorgesehen (Kapur, 2010). Dies stellt bei einer computerbasierten Umsetzung neue Herausforderungen. Hier bietet eine weitere Form des computerbasierten Lernens, die das freie Problemlösen fokussiert, ein großes Potenzial: Microworlds erlauben einen explorativen Zugang zu einem mathematischen Gegenstand, sodass Strukturen selbst entdeckt und Repräsentationen für den Aufbau mentaler Modelle, selbst (re-)konstruiert werden können (Hoyos 1993; Papert 1991). Bei einer Lernumgebung, die beide Formen des computerbasierten Lernens verknüpft (Exploration und Adaption), zeigt sich ein Trade-off zwischen der Reliabilität der Diagnose und der Validität der Explorationsmöglichkeit. Validität bezieht sich hier auf die Erkundungsoffenheit und die Generierung eigener Lösungstypen. Reliabilität bezieht sich

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

auf die Möglichkeit der eindeutigen Identifizierung der Lösungstypen durch den Computer. Letzteres kann nur funktionieren, indem die Freiheitsgrade der Lernumgebung eingeschränkt werden, was allerdings wieder die Validität beeinträchtigen könnte. Inwieweit angesichts dieses theoretischen Tradeoffs eine geeignete computerbasierte Lernumgebung möglich ist, hängt vom konkreten Lerngegenstand ab. Wir untersuchen diese Frage an zwei Lernumgebungen zur Erarbeitung der Bruchrechnung. Die zugrundeliegende Aufgabe wurde im Rahmen der Forschung zu „Productive Failure“ bereits in einer Papierversion untersucht (Loibl & Leuders, 2018; Loibl & Leuders, 2019). Die empirischen Befunde zur Wirksamkeit lassen eine computerbasierte Umsetzung wünschenswert erscheinen. Es stellen sich aber folgende Fragen.

F1: Welchen Einfluss hat die Einschränkung der Freiheitsgrade in der Lernumgebung auf die Wissenskonstruktion, konkret auf die Arten und Häufigkeiten der Lösungstypen? (Validität)

F2: Wie gut lassen sich die Lösungstypen auf der Basis der graphischen und/ oder einer schriftlichen Erläuterung der Schülerinnen und Schüler identifizieren? (Reliabilität)

Design der Studie

An der vorliegenden Designstudie nahmen 63 FünftklässlerInnen teil. Die zugrundeliegende Aufgabe thematisierte einen Wettkampf im Papierkorbball, in welchem eine Gruppe von fünf Mädchen gegen eine zehnköpfige Jungengruppe antritt. Jedes Kind wirft einmal. Die Mädchen treffen dreimal, die Jungen fünfmal. Die Lernenden sollten entscheiden, welche Gruppe fairerweise gewonnen hat (Prediger, Glade & Schmidt 2011). Die Lernenden wurden randomisiert zwei digitalen Lernumgebungen zugeordnet, die sich in der Anzahl der Freiheitsgrade unterschieden. Vorgesehen waren eine graphische Lösung der Aufgabe mithilfe von Bruchstreifen und eine schriftliche Bearbeitung in Form eines Antwortsatzes. Im Anschluss folgte ein Interview, in welchem die Lernenden ihr Vorgehen erklärten. Mithilfe einer qualitativen Inhaltsanalyse konnten die graphischen, schriftlichen und verbalen Produkte deduktiv den Lösungstypen von Loibl und Leuders (2018) zugeordnet werden. Durch induktive Kategorienbildung wurde der Kodierleitfaden ergänzt. Im Anschluss wurden die Häufigkeitsverteilungen der Kategorien in den beiden Lernumgebungen, hohe Freiheitsgrade (df+) und eingeschränkte Freiheitsgrade (df-), verglichen. Der verbale Lösungstyp wurde als das „wahre“ Verständnis der Lernenden angenommen. Folglich wurde die Reliabilität anhand der Übereinstimmung zwischen dem graphischen und verbalen und dem schriftlichen und verbalen Lösungstyp berechnet.

Ergebnisse

Tabelle 1 zeigt die relativen Häufigkeiten der Kategorien der Lösungstypen in den beiden Lernumgebungen, df+ und df-, für alle drei Diagnoseebenen (graphisch, schriftlich, verbal). Eine Überprüfung der Interrater-Reliabilität lieferte eine sehr hohe Übereinstimmung, $\kappa = .97$.

Kategorien	Graphischer Lösungstyp		Schriftlicher Lösungstyp		Verbaler Lösungstyp	
	df+	df-	df+	df-	df+	df-
0	25%	37%	45%	30%	15%	23%
1a	55%	37%	20%	16%	50%	42%
1b	10%	7%	20%	26%	15%	9%
1c	10%	7%	5%	16%	5%	14%
2	0%	12%	10%	12%	15%	12%

Tab. 1: Relative Häufigkeiten der Kategorien der beiden Lernumgebungen df+ und df- (Einschränkung der Freiheitsgrade)

Die Häufigkeitsverteilungen der Lösungstypen in den beiden Lernumgebungen unterscheiden sich nicht signifikant, χ^2 (4, N = 63) = 2,160, p = .706.

Für die Untersuchung der Reliabilität wurde Cohens Kappa berechnet (Tabelle 2).

	Lernumgebung df+	Lernumgebung df- (Einschränkung der df)
graphisch – mündlich	κ = .476	κ = .617
schriftlich – mündlich	κ = .490	κ = .333

Tab. 2: Übereinstimmung zwischen den Diagnoseebenen

Da Cohens Kappa von den Randverteilungen abhängig ist, ist eine detailliertere Betrachtung der Kategorienbesetzungen notwendig.

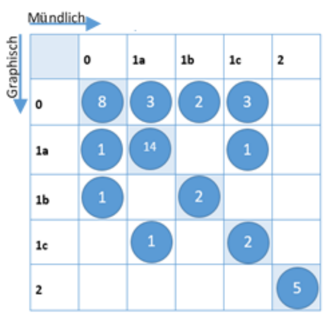

Abb. 1: Besetzungen der Kategorien

Abbildung 1 zeigt die Kategorienbesetzungen, exemplarisch für die Zuordnung des graphischen und verbalen Lösungstyps, in der geschlossenen Lernumgebung. Die Diagonale veranschaulicht die Übereinstimmungen mit hoher Zellenbesetzung. Es ist auffällig, dass die Lernenden, deren graphische Lösung kein Verständnis aufweist (Lösungstyp 0), in manchen Fällen unterschätzt werden, da auf der verbalen Ebene ein gewisses Verständnis (Lösungstyp 1a-c) zu erkennen ist.

Diskussion und Ausblick

Es wurden zwei Lernumgebungen konzipiert, die sich in der Anzahl der Freiheitsgrade unterscheiden. Es wurde gezeigt, dass sich die Häufigkeitsverteilungen der Lösungstypen in den beiden Umgebungen nicht signifikant unterscheiden, sodass das Format der Lernumgebung keinen Einfluss auf die Erkundungsphänomene hat. Die Betrachtung der Übereinstimmungen unter Berücksichtigung der Gleichverteilung der Randverteilungen zeigte, dass die graphische Bearbeitung der beste Prädiktor für den Lösungstyp in der eingeschränkten Lernumgebung (df-) ist. Es folgt, dass eine adaptive Instruktion für die konkrete Lernumgebung mit eingeschränkten Freiheitsgraden umgesetzt werden kann. Offen bleibt jedoch die weitere Reduktion der fehlerhaft identifizierten Lösungstypen.

Literatur

Helmke, A. & Weinert, F. E. (1997). *Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen*. Max-Planck-Institut für Psychologische Forschung.

Hoyles, C. (1993). Microworlds/Schoolworlds: The transformation of an innovation. In Ruthven, K. & Keitel, C., *Learning from computers: Mathematics education and technology*. Berlin: Springer.

Kapur, M. (2010). A further study of productive failure in mathematical problem solving: Unpacking the design components. *Instructional Science*, 39(4), 561-579.

Leutner, D. (2002). Adaptivität und Adaptierbarkeit multimedialer Lehr- und Informationssysteme. In Issing, L. J. & Klimsa, P. (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia und Internet.* Weinheim: Beltz.

Loibl, K. & Leuders, T. (2018). Errors during exploration and consolidation – The effectiveness of productive failure as sequentially guided discovery learning. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39 (1), 69-96.

Loibl, K. & Leuders, T. (2019). How to make failure productive: Fostering learning from errors through elaboration prompts. *Learning and Instruction*, 62, 1-10.

Papert, S. (1991). Situating constructionism. In Harel I. & Papert S. (Hrsg.), *Constructionism: Research reports and essays 1985-1990 by the Epistemology and Learning Research Group, MIT.* Cambridge MA: MIT.

Prediger, S., Glade, M. & Schmidt, U. (2011). Wozu rechnen wir mit Anteilen. Herausforderungen der Sinnstiftungen am schwierigen Beispiel der Bruchoperationen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 52(37), 28-35.