Esther BRUNNER, Kreuzlingen, Jonas LAMPART, Kreuzlingen &
Romaine JULLIER, Kreuzlingen (Schweiz)

Rekonstruktion des Argumentationsprozesses anhand schriftlicher Begründungen von Schülerinnen und Schülern

Mathematisches Argumentieren und Begründen gehört seit der Einführung der Bildungsstandards (D-EDK, 2014; KMK, 2005) in verschiedenen Ländern zu den zentralen aufzubauenden mathematischen Kompetenzen für alle Schülerinnen und Schüler sämtlicher Bildungsstufen. Die Bildungsstandards definieren den Anspruch an die zu erwerbende Kompetenz meist aus normativer Sicht, beleuchten aber selten, wie die Entwicklung dieser Kompetenz erfolgt und welche Teilkompetenzen ggf. dabei erworben werden, insbesondere im frühen Alter und im Primarbereich. Der Fokus auf Teilprozesse ist jedoch bedeutsam, wenn man Begründungsprozesse und -leistungen jüngerer Lernender angemessen einschätzen und beschreiben möchte, weil ihre Leistungen möglicherweise unterschätzt werden, wenn der Blick nur auf die Struktur und Vollständigkeit des gegebenen Arguments gerichtet wird, wie dies beispielsweise bei Analysen entlang des Toulmin-Schemas der Fall ist (Toulmin, 1996). Viele qualitative Arbeiten (Krummheuer & Fetzer, 2005) leisten diesbezüglich wertvolle Erkenntnisse und zeigen – meist an interpretativen Einzelfallstudien – auf, wie junge Schülerinnen und Schüler argumentieren. Da solche Einzelfallstudien und die inhaltliche Rekonstruktion eines Argumentes sehr aufwändig sind, fragt es sich, wie Begründungsleistungen jüngerer Lernenden anhand von Kodiersystemen effizient und dennoch angemessen eingeschätzt und vielfältig beschrieben werden können und wie insbesondere auch der Denkprozess anhand schriftlicher Begründungen junger Lernender rekonstruiert und beschrieben werden kann (Brunner, im Druck).

Teilprozesse mathematischen Argumentierens junger Lernender

Im Zusammenhang mit dem Erfassen und Verstehen von Begründungen werden zwei unterschiedliche Aspekte herausgearbeitet (Jeannotte & Kieran, 2017), die bedeutsam sind: Es geht zum einen um den strukturellen und zum anderen um den prozessbezogenen Aspekt mathematischer Begründungen. Während sich der strukturelle Aspekt auf die Art des Schließens und die logische Struktur bzw. die Art der Argumentation (Stylianides, 2016) bezieht, befasst sich der prozessbezogene Aspekt mit einzelnen Tätigkeiten, die im Verlauf des Prozesses durchgeführt werden (Jeannotte & Kieran, 2017). Diese Vielzahl an möglichen Tätigkeiten lässt sich für den Elementar- und Primarbereich entlang vier zentraler Teilprozesse beschreiben (Brunner,

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

2019): Eine bestimmte mathematische Struktur mit den sie konstituierenden Merkmalen muss erkannt werden. Die erkannte Struktur muss beschrieben und repräsentiert werden können, wodurch die relevanten Merkmale herausgearbeitet werden. Das Zustandekommen der Struktur muss begründet und die Begründung repräsentiert werden können. Es findet eine Verallgemeinerung statt, indem im Einzelfall das Allgemeine erkannt und genutzt wird, um gültige Vorhersagen für weitere Fälle treffen zu können. Der gesamte Prozess wird begleitet von Strategien zur Evaluation und Prüfung, zur Falsifikation und zur Verifikation der getroffenen Annahmen und gefundenen Begründungen. Insbesondere bei Schülerinnen und Schülern des Elementar- und Primarbereichs ist im Gegensatz zu Lernenden der Sekundarstufe nicht zu erwarten, dass gültige Verallgemeinerungen (selbstständig) erfolgen. Aber nicht nur das Argument selbst – wie dies Stylianides (2016) nahelegt – muss repräsentiert werden, sondern auch das Denken entlang der vier Teilprozesse. Gerade weil die schriftliche Ausdrucksfähigkeit jüngerer Lernenden noch limitiert ist (Kosko & Zimmerman, 2019), ist es notwendig, ihre schriftlichen Begründungen nicht nur bezüglich Korrektheit und Vollständigkeit einzuschätzen, sondern auch im Hinblick auf das darin manifestierte Denken.

Illustration an einem Beispiel

Als Beispielaufgabe wird eine einfache Fortsetzung, Beschreibung, Begründung und Verallgemeinerung eines geometrischen Musters aus einer laufenden Forschungsstudie (Brunner, 2018) mit insgesamt N = 888 Schülerinnen und Schülern der Klassen 3-6 gewählt:

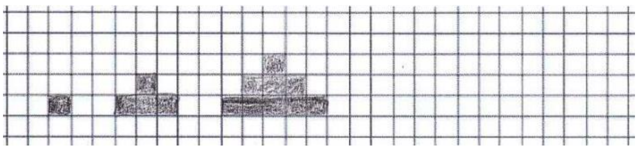

Abb. 1: Bild aus Aufgabenstellung

In einem ersten Schritt soll das Muster weitergeführt und danach beschrieben werden. Anschließend soll begründet werden, warum welche Anzahl von Kästchen für die 7. Figur notwendig sind und schließlich soll im Sinne einer Verallgemeinerung eine Anleitung oder Erklärung verfasst werden, wie man auf Anhieb die Anzahl Kästchen einer beliebigen Figur bestimmen kann. Die Bearbeitung der Aufgabe und ihrer Teilaufgaben erfolgte schriftlich.

Methodisches Vorgehen

Die schriftlichen Antworten der Schülerinnen und Schüler wurden entlang des folgenden Kodiersystems analysiert (Details siehe Brunner, im Druck):

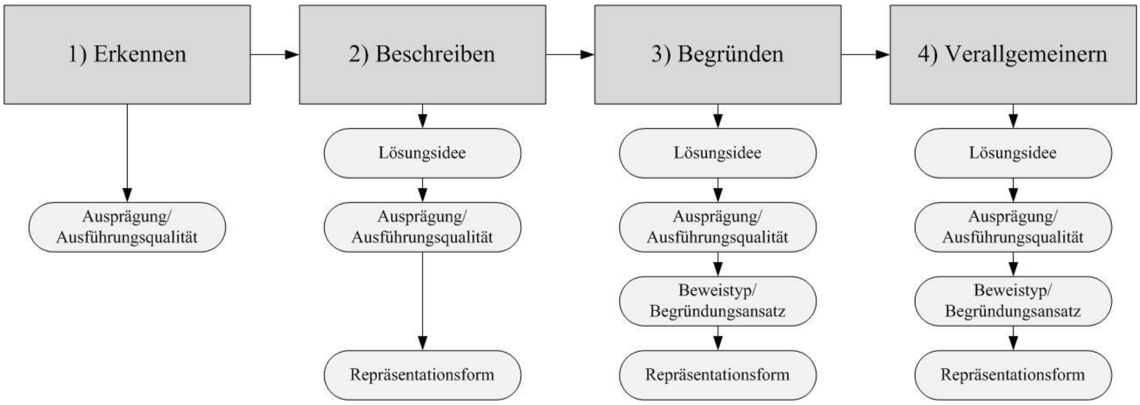

Abb. 2: Kodiersystem (siehe Brunner, im Druck)

Illustration der Auswertung von zwei ausgewählten Beispielen

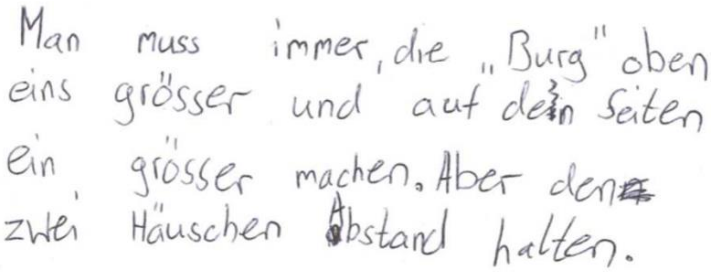

Abb. 3: Beschreibung des Musters

Die Antwort der Schülerin fokussiert auf das Beschreiben des Musters (Teilprozess 2). Die zugrunde liegende Lösungsidee kann als eine Art „Ummantelung" interpretiert werden: die Ausgangsfigur wird in jeder Zeile rechts und links um eins verlängert und ein zusätzliches Kästchen an die Spitze gesetzt. Die Lösungsidee wird vollständig und korrekt ausgeführt (Ausprägung/Ausführungsqualität) und sprachlich-symbolisch repräsentiert.

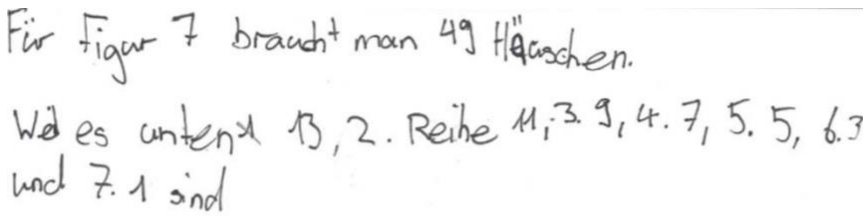

Abb. 4: Begründung zur Anzahl Kästchen für die 7. Figur

Der Schüler erklärt hier, dass und warum man für die Darstellung der 7. Figur 49 Kästchen braucht. Seine Antwort – 49 – ist korrekt. Die Begründung, wie man zur 49 kommt, ist ebenfalls korrekt, aber unvollständig. Es fehlen Angaben zum Aufsummieren der einzelnen Reihen, auch wenn dies implizit enthalten ist. Die verwendete Lösungsidee kann als „Stockwerk anhängen" interpretiert werden. Die Begründung für die Anzahl Kästchen wird sprachlich-symbolisch mit formal-symbolischen Anteilen repräsentiert. Als

Begründungsansatz ist ein operatives Vorgehen (Wittmann, 2009) erkennbar.

Diskussion und Ausblick

An den beiden ausgewählten Beispielen wird deutlich, dass auch mittels schriftlicher Antworten auf den diesen zugrunde liegenden Denkprozess geschlossen und der Argumentationsprozess rekonstruiert werden kann. Das Kodiersystem erfasst bezogen auf die vier Teilprozesse zentrale Aspekte des Denkprozesses und seiner Repräsentation und charakterisiert darüber hinaus die Lösungsidee in Prototypen. Dadurch ist das Kodiersystem auch geeignet, eine größere Anzahl von Schülerinnen- und Schülerantworten zu analysieren, ohne dass zwingenderweise aufwändige interpretative Verfahren und Mikroanalysen eingesetzt werden müssen. Inwiefern es gelingt, das Kodiersystem in Teams mit mehreren Kodierenden reliabel einzusetzen, ist aktuell Gegenstand des Forschungsprojektes. Die ersten Ergebnisse sind vielversprechend.

Literatur

Brunner, E. (im Druck). Wie lassen sich schriftliche Begründungen von Schülerinnen und Schülern des 5. Und 6. Schuljahrs beschreiben? In S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *BzMU 2019* (S. x-y). Münster: VTM.

Brunner, E. (2018). *Mathematisches Begründen Lehren und Lernen: Intervention (MaBeLL-INT). Projektbeschreibung.* Kreuzlingen: PH Thurgau.

Brunner, E. (2019). Förderung mathematischen Argumentierens im Kindergarten: Erste Erkenntnisse aus einer Pilotstudie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 323–356.

D-EDK. (2014). *Lehrplan 21. Mathematik*. Bern: Projekt Lehrplan 21.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16.

KMK. (2005). *Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz. Erläuterungen zur Konzeption und Entwicklung*. München: KMK.

Kosko, K. W. & Zimmerman, B. S. (2019). Emergence of argument in children’s mathematical writing. *Journal of Early Childhood Literacy*, 19(1), 82–106.

Krummheuer, G. & Fetzer, M. (2005). *Der Alltag im Mathematikunterricht. Beobachten. Verstehen. Gestalten.* Heidelberg: Spektrum.

Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom* (First edition). Oxford: Oxford University Press.

Toulmin, S. E. (1996). *Der Gebrauch von Argumenten* (2. Aufl.). Weinheim: Beltz.

Wittmann, E. Ch. (2009). Operative Proof in Elementary Mathematics. In F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna & M. De Villiers (Hrsg.), *Proof and Proving in Mathematics Education. ICMI Study 19, Conference Proceedings* (S. 251–256). Taipei: National Normal University.