

Anne FELLMANN, Klagenfurt

## **Verschiedene Lösungswege zum Bruch als Anteil nach dem Konzept der SEB von Bauersfeld**

### **Problemaufriss und Forschungsfrage**

Warum kann ein Kind eine ungeteilte Pizza gerecht an zwei Kinder verteilen, findet aber keine oder eine andere Lösung, wenn eine in Achtel geschnittene Pizza an zwei Kinder gerecht verteilt werden soll. Bauersfeld (1983, S. 2) spricht hier von einem nicht beherrschten Transfer, der ein Beziehungs- und Verknüpfungsproblem zwischen verschiedenen „Subjektiven Erfahrungsbereichen“ (SEB im Singular und Plural) darstellt. Die hier aufscheinende Trennung kann auch dann bestehen, wenn zwei fast identische Aufgaben unmittelbar nacheinander gestellt werden (Bauersfeld, 1985, S. 14). Bauersfeld (1983) entwickelt auf Grundlage der SEB ein alternatives Modell zum Verständnis von Lernprozessen, welches nicht von einer hierarchischen, sondern von einer kumulativen Speicherung der Erfahrungen jedes einzelnen ausgeht. Je nach der situativen Bindung werden die Erfahrungen in getrennten SEB abgespeichert. Nach Bauersfeld umfassen SEB „stets die Gesamtheit des als subjektiv wichtig Erfahrenen und Verarbeiteten“ (1983, S. 2). In seinem Modell integriert er Ergebnisse verschiedener Bezugsdisziplinen der Didaktik. Er nimmt z. B. die „Idee der Bereichsgebundenheit und Situationspezifität“ (Bauersfeld, 1983, S. 13) vom Lernen nach Seiler (1973) auf, die davon ausgeht, dass subjektive Erfahrungen in spezifischen Situationen erworben und mit diesen Situationsmerkmalen abgespeichert werden. Ein Netz von subjektiven Erfahrungen kann durch Verknüpfung der zunächst deutlich getrennten Bereiche untereinander entstehen, wodurch komplexeres Wissen konstruiert werden kann. Wird in einer Lernsituation ein bestimmter SEB aktiviert, erfolgt die Interpretation der gegebenen Situation auf dieser Grundlage. Hier wird der konstruktivistische Grundgedanke des Modells deutlich.

Das Modell von Bauersfeld weist Ähnlichkeiten mit dem Konzept der deskriptiven Grundvorstellungen (vom Hofe et al., 2003; Griesel et al., 2019) auf. Mit dem Modell der SEB sind sowohl die zur Lösung angewandten bereichsspezifischen deskriptiven Grundvorstellungen als auch darüber hinaus alle Lösungsarten der Kinder detailliert beschreibbar, die nach dem Modell der Grundvorstellungen als richtig oder falsch oder mit diesem nicht detailliert beschreibbar sind. Deshalb halte ich für die vorliegende Studie das Modell der SEB, das einen Beitrag für die praktische Unterrichtsgestaltung hinsichtlich Individualisierung und Differenzierung leisten kann, für geeignet.

In diesem Beitrag wird an einer (variieren) Verteilungsaufgabe der Frage nachgegangen, welche unterschiedlichen SEB und ggf. Unter-SEB sich aus dem Datenmaterial rekonstruieren lassen, welche SEB lösungsführend sind, ob SEB einander bedingen, miteinander konkurrieren oder sich ergänzen.

### **Informationen zum Sample und zum Design der Studie**

Die im Beitrag beschriebenen Einzelinterviews einer auf zwei Jahre konzipierten Verlaufsstudie wurden gemäß der „revidierten klinischen Methode“ nach Piaget (Wittmann, 1982) mit vierzehn Kindern der 4. und 5. Schulstufe über vier Zeitpunkte (2017-2019) zu ausgewählten Aspekten von Brüchen auf Grundlage eines Leitfadens geführt. Es fand eine Reduzierung des Samples der laufenden Studie auf die Interviews von fünf zufällig ausgewählten österreichischen Kindern der 5. Schulstufe vom Frühjahr 2019 statt, deren Transkripte und Analysen bereits über alle vier Zeitpunkte vorlagen und die eine Vielfalt an individuellen Lösungswegen aufzeigen. Der Leitfaden der vier Interviewrunden umfasst acht Aufgaben, von denen die Verteilungsaufgabe für diesen Beitrag ausgewählt wurde. Zur Auswertung werden bedeutungstragende Interviewausschnitte der videografierten und transkribierten Interviews auf Sinneinheiten im Text untersucht und in Form eines Kategoriensystems, das sich aus dem empirischen Material entwickelt, klassifiziert. Auf Grundlage dieser Kategorien lassen sich SEB als übergreifende Beschreibungsmodi für verschiedene Lösungswege rekonstruieren.

### **Überlegungen zur ausgewählten Aufgabe**

Es gibt in der Fachdidaktik verschiedene Versuche einer Systematik der Grundvorstellungen zu Brüchen. Die Grundvorstellung Bruch als Anteil setzt sich zusammen aus den beiden Teilaspekten Bruch als Teil eines Ganzen und als Teil mehrerer Ganzer bzw. Bruch als Division (Padberg, 2015, S. 29) und ist für die Volksschule von Bedeutung. Zur Grundvorstellung Bruch als Anteil gehört die ausgewählte Aufgabe des Leitfadens: Vier Kinder haben zwei (drei) Pizzen bestellt. Kannst du zwei (drei) Pizzen gerecht an vier Kinder verteilen? Wie viel bekommt jedes Kind? Wie hast du das herausgefunden? Die ausgewählte Verteilungsaufgabe wurde zur Vertiefung des Verständnisses folgendermaßen variiert: Was wäre, wenn die zwei (drei) Pizzen) bereits in Achtel geschnitten geliefert würden. Wieviel würde dann jedes Kind von der Pizza erhalten. Den Kindern stehen Stift, Papier, Papierkreise und -rechtecke zur Verfügung. Von den Kindern verwendete Lösungselemente zur Lösung der Aufgaben bezeichnet die Autorin als Hilfsmittel.

## Interpretation von Transkriptausschnitten zur Verteilungsaufgabe

Es ließen sich der SEB Anteil, der SEB Anzahl, der SEB Verhältnis als Unter-SEB von Anzahl, ein gemischter SEB Anzahl und Anteil und der SEB Anteil bestehend aus zwei SEB Teilanteilen sowie die Hilfsmittel ikonische Darstellung, Verfeinern und Vergrößern, Analogieaufgabe und Nutzen von Beziehungen rekonstruieren.

	<b>Zwei Pizzen verteilt an vier Kinder</b>	<b>Zwei geachtelte Pizzen verteilt an vier Kinder</b>	<b>Drei Pizzen verteilt an vier Kinder</b>	<b>Drei geachtelte Pizzen verteilt an vier Kinder</b>
<b>Ina</b>	SEB Anteil	SEB Anteil bestehend aus zwei SEB Teilanteilen	SEB Anteil	SEB Anteil
<b>Kim</b>	SEB Anzahl	SEB Anzahl	SEB Anzahl	SEB Anzahl
<b>Alex</b>	<i>SEB Verhältnis als Unter-SEB von Anzahl führt zum SEB Anteil</i>	SEB Anteil	Gemischter SEB Anzahl und Anteil	SEB Anteil, bestehend aus zwei SEB Teilanteilen
<b>Nic</b>	SEB Anteil	SEB Anteil	SEB Anteil	SEB Anteil
<b>Till</b>	SEB Anzahl	SEB Anteil	<i>SEB Anzahl als Mittel zum SEB Anteil</i>	SEB Anteil

Tab.: Überblick über die rekonstruierten SEB

Der SEB Anteil steht für sprachliche Äußerungen (unter Berücksichtigung von Zeichnungen) des Kindes, die eine Anteilsvorstellung wie zwei Viertel zeigen, der SEB Anzahl für solche, welche eine Anzahlvorstellung wie vier Teile/Stücke zeigen. Beim *SEB Verhältnis als Unter-SEB von Anzahl* hin zum *SEB Anteil* nutzt Alex (s. Tabelle) das Verhältnis („eine Hälfte, „es sind zu wenig Pizzen für jedes Kind“, „Pizzen in der Hälfte teilen“, „dann hat man zwei Stücke, für jedes Kind eins“) von Anzahl der Pizzen und Anzahl der Kinder als Unter-SEB vom SEB Anteil zur Lösungsfindung. *Der SEB Anzahl als Mittel zum SEB Anteil* zeigt sich bei Till (s. Tabelle). Er bezeichnet seine zeichnerische Lösung zunächst im SEB Anzahl und erst als seine Lösung aufgeht, wendet er die Bezeichnung drei Viertel (SEB Anteil) an. Festzuhalten ist, dass der SEB Anteil nicht unbedingt von den Kindern im Interview genutzt wird, solange die von der Interviewerin gestellten Fragen auch mittels des SEB Anzahl beantwortet werden können. Erst durch die

Frage „Kann man das auch anders sagen?“ wird der SEB Anteil bei allen Kindern außer Kim aktiviert. Es lässt sich vermuten, dass der kardinale Lösungsweg die gedankliche Grundlage für den SEB Anteil ist. Dass dieser auch deshalb der erste Weg ist, lässt sich auch durch die optische bildhafte Darbietung der Pizzen, welche die Teil-Anzahl-Interpretation nahelegt, stützen. Auf dieser Grundlage folgt der abstrahierende Anteilgedanke. Anhand der fünf Interviews lässt sich festhalten, dass der SEB Anzahl die Hinführung zum SEB Anteil ist und als Hilfsmittel zur Ermittlung des Anteils dient.

### **Resümee und didaktische Konsequenzen**

Die Analysen verdeutlichen, dass alle Kinder bis auf Kim eine Beziehung zwischen dem SEB Anzahl und Anteil herstellen können und diese Beziehung für das Lösen der variierten Aufgaben nutzen. Kim hingegen beginnt bei jeder Aufgabe von Neuem mit dem Aufzeichnen von Kreisen, sukzessivem Halbieren und Ermitteln der Stücke, die jedes Kind erhält. Hier wird m.E. der Nutzen des Begriffs SEB für die Didaktik deutlich, welcher auf dem Hintergrund der Berücksichtigung der Individualität und der Bereichsspezifität liegt: Erkennen, wie das Individuum aus seiner Perspektive eine spezielle Aufgabe löst, Anerkennen der Bereichsspezifität und die gemeinsame didaktische Reflektion, in deren Rahmen dem Individuum Hilfsmittel angeboten werden. Erst wenn Kim genügend Erfahrungen in dem SEB Anteil gesammelt und eine stabile Anteilsvorstellung entwickelt hat, wird sie eine Beziehung zwischen dem SEB Anzahl und Anteil herstellen können.

### **Literatur**

- Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld et al. (Hrsg.), *Untersuchungen zum Mathematikunterricht*, IDM-Band 6 (S. 1–56). Köln: Aulis Verlag.
- Bauersfeld, H. (1985). Ergebnisse und Probleme von Mikroanalysen mathematischen Unterrichts. In W. Dörfler & R. Fischer (Hrsg.), *Empirische Untersuchungen zum Lehren und Lernen von Mathematik* (S. 7–25). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Griesel, H., vom Hofe, R. & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeiten in der Mathematikdidaktik. *JMD* 40, Heft 1, S. 123–133.
- Padberg, F. (2015). *Didaktik der Bruchrechnung*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Seiler, T.B. (1973). Die Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen – Konsequenzen für den pädagogischen Prozeß. In K. Frey & M. Lang (Hrsg.), *Kognitionspsychologie und naturwissenschaftlicher Unterricht* (S. 249–285). Bern: Huber.
- Vom Hofe, R. et al. (2005). Zur Entwicklung mathematischer Grundbildung in der Sekundarstufe I – theoretische, empirische und diagnostische Aspekte. In M. Hasselhorn et al. (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (S. 263–293). Göttingen: Hogrefe.
- Wittmann, E. (1982). *Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern*. Braunschweig: Vieweg.