

Rachel-Ann FRIESEN, Hannover, Marcus SCHÜTTE, Hannover & Beat WÄLTI, Bern

## **Mathematische Lernumgebungen kooperativ bearbeitet von Anfang an**

Ziel des Mathematikunterrichts ist es, für möglichst alle Schülerinnen und Schüler Möglichkeiten zu schaffen, dass diese auf ihrem jeweiligen Niveau erfolgreich Mathematik lernen. Auf Grund von sehr heterogenen Lerngruppen werden häufig vielfältige Formen der Individualisierung, z.B. in Form von Wochenplänen, im Mathematikunterricht umgesetzt. Dies bietet ohne Zweifel viele Möglichkeiten für individuelles Mathematiklernen, jedoch arbeiten Lernende Aufgaben so meist eigenständig ab und es bieten sich wenig Gelegenheiten für einen Austausch über die zu erarbeitenden Inhalte.

Geht man von einem interaktionistischen Lernverständnis aus, so wird jedoch gerade Interaktion als Ursprung für Lernen angesehen. Grund hierfür ist, dass in Interaktionen mathematische Bedeutungen zwischen den Beteiligten ausgehandelt werden, was im besten Fall zur Konstruktion oder Veränderung von situationsüberdauernden Bedeutungen („Rahmungen“) führt. Diese Rahmungskonstruktion bzw. -modulation wird als Mathematiklernen verstanden (vgl. Krummheuer, 1992; Jung, 2019). Um Lernenden diesen Austausch über mathematische Inhalte zu ermöglichen, müssen geeignete Aufgaben im Unterricht eingesetzt werden. Hierfür bieten Konzepte des kooperativen Lernens eine wichtige Grundlage. Im Folgenden wird ein Konzept kooperativen Lernens „Mathematiklernen kooperativ rahmen“ vorgestellt und mit Hilfe eines Beispiels illustriert.

### **Mathematiklernen kooperativ rahmen**

Wer nach Anregungen zum kooperativen Lernen im Mathematikunterricht sucht, findet vielfältige Zugänge. So wird dem Thema in den letzten Jahren zunehmend Beachtung geschenkt, was sich in vielen Publikationen zu kooperativem Mathematiklernen ausdrückt. Bei genauerem Hinsehen lassen sich jedoch große konzeptionelle Unterschiede zwischen den Ansätzen finden, die sich in der Art der Aufgabenstellungen bzw. der geplanten Umsetzung der Aufgaben widerspiegeln. Viele Anregungen für kooperatives Lernen fügen mathematische Inhalte lediglich in allgemeine kooperative Methoden ein, wodurch die Mathematik als Inhalt austauschbar erscheint (Bsp. Rothenbacher, 2016). Andere Konzepte lassen Aufgaben wiederum im kooperativen ‚Gewand‘ erscheinen, sind jedoch beim genaueren Hinsehen häufig auch allein bearbeitbar (Bsp. Röhr, 1995). So befindet sich die Kooperation nicht im Zentrum des Auslösens von mathematischen Lernprozessen.

Sie geben hingegen nur wenige Anregungen zur gemeinsamen Aufgabenbearbeitung von Beginn des mathematischen Bearbeitungsprozesses an, die vom Fach her gedacht die Kooperation ins Zentrum des mathematischen Lernprozesses stellen. Eine Ausnahme stellt hier das kooperative Setting der „Wippe“ (Häsel-Weide, 2016) dar. (Eine umfassende Aufarbeitung bestehender Ansätze befindet sich in Wälti, Schütte & Friesen, im Druck.)

Das hier dargestellte Konzept „Mathematiklernen kooperativ rahmen“ fußt auf diesen zwei identifizierten Lücken in der gängigen mathematikdidaktischen Designforschung mathematischer Lernumgebungen. Zum einen wird der Gegenstand der Mathematik in das Zentrum der Bestrebungen gestellt und dieser Gegenstand zum anderen kooperativ „gerahmt“, das heißt, in Form von Lernumgebungen erarbeitet, die konzeptionell von Anfang an der Bearbeitung Kooperation in den Fokus rücken. So sind während der Bearbeitung der Lernumgebung bereits vielfältige Möglichkeiten zur Interaktion gegeben, in denen die Lernenden Lösungswege gemeinsam suchen, Strategien diskutieren und Grundfertigkeiten gemeinsam automatisieren. Die ca. 50 Lernumgebungen, die nach diesem Konzept entwickelt wurden, zielen so stets auf das Initiieren gemeinsamen Lernens ab.

### **Merkmale der kooperativen Lernumgebungen**

Folgende vier Merkmale charakterisieren die nach dem Konzept „Mathematiklernen kooperativ rahmen“ entwickelten Lernumgebungen:

- Die Lernumgebungen gehen von der Grundidee substanzieller mathematischer Fragestellungen aus.
- Die Lernumgebungen sind so komplex, dass sie vielfältige Lösungen und Bearbeitungswege ermöglichen, wodurch Lernende entsprechend ihrer individuellen Fähigkeiten die Aufgabe auf unterschiedlichen Niveaus bearbeiten können. Die Lernumgebungen können also ohne Probleme auf unterschiedliche Lerngruppen und Jahrgänge angepasst werden und sind damit auch in jahrgangsgemischten Lerngruppen nutzbar.
- Die Lernumgebungen sind so konzipiert, dass Kooperation unverzichtbar und eine individuelle Bearbeitung (meist) nicht sinnvoll, teilweise gar nicht möglich ist. Deshalb werden die Lernumgebungen von Anfang an in Paaren oder Gruppen bearbeitet.
- Die Lernumgebungen besitzen meist einen Spielcharakter. Dabei geben wir auch Anregungen für mögliche kompetitive Inszenierungen. Bei diesen werden jedoch Hinweise gegeben, wie durch eine „kooperative Wendung“ (z.B. in Zweierteams gegeneinander spielen) dennoch eine positive Interdependenz in einem ‚teil-kooperativen Lernsetting‘ entstehen kann.

Die entwickelten Lernumgebungen werden in zwei Bänden mit dem Titel „Mathematik kooperativ spielen, üben und begreifen“ veröffentlicht (Wälti, Schütte & Friesen, im Druck). Band I ist schwerpunktmäßig für die Schuljahre 3 bis 5 gedacht und Band II für die Schuljahre 5 bis 7.

### **Ein Beispiel: Wer legt den letzten Geldschein?**

Exemplarisch wird im Folgenden eine Lernumgebung aus Band II für vier Lernende vorgestellt. In dieser Lernumgebung geht es um die Addition von Geldbeträgen, wobei auch das Bewusstsein für Stellenwerte geschärft wird. Spielziel ist es, gemeinsam einen festgelegten, aber zufälligen bestimmten Zielbetrag zwischen 100 € und 1000 € mit abwechselnd verdeckt gelegten Geldscheinen genau zu erreichen. In dieser Spielversion stehen den Lernenden die Geldscheine 5 €, 10 €, 20 €, 50 €, 100 € und 200 € zur Verfügung.

Die vier Mitspielenden erstellen zu Beginn jeweils mindestens 6, höchstens 8 Geldscheine. Die Summe dieser Geldscheine darf jeweils maximal 300 € betragen. Wichtig ist, dass die Gruppe sich abspricht, wie die Geldscheine am besten verteilt werden. In einem fiktiven Spiel erstellt Ava etwa sechs Geldscheine zu 50 €. Sie und die anderen Spielenden notieren dies vor sich auf einen Zettel. Wenn Ava also einen Geldschein legt, wissen die andern drei, dass sich der Betrag um 50 € erhöht. Die anderen drei Lernenden erstellen hingegen Geldscheine mit unterschiedlichen Beträgen (Benno: zweimal 100 € und fünfmal 20 €; Carola: einmal 200 € und siebenmal 10 €; David: einmal 200 €, fünfmal 10 € und zweimal 5 €). In diesem Fall ist es sinnvoll, wenn die Lernenden sich auf eine Legetaktik einigen, z.B. in welcher Reihenfolge sie die Geldscheine ablegen.

Wenn alle Mitspielenden ihre Geldscheine erstellt haben, wird der Zielbetrag bestimmt, indem drei Ziffernkarten zwischen 0 und 9 gezogen werden, aus diesen eine dreistellige Zahl erstellt wird und hierbei die Einerziffer auf 5 oder 10 gerundet wird. Im Beispiel beträgt die Zielsumme 725 €.

Die Lernenden legen nun reihum jeweils einen Schein verdeckt in die Mitte. Ava beginnt: Obwohl Ava ihren Schein verdeckt legt, wissen alle, dass es sich um einen 50 €-Schein handelt. Benno wird wohl einen 100 €-Schein legen, Carola den 200 €-Schein. Nach der ersten Spielrunde liegen also wahrscheinlich 350 € in der Mitte. Wer möchte, kann für sich selbst ein Verlaufsprotokoll mit ihren oder seinen Vermutungen führen.

Je Spielzug gibt es jeweils drei Möglichkeiten. Die Spielenden legen einen (weiteren) Schein. Sie passen, weil sie z.B. nur noch große Scheine haben und den Zielbetrag übertreffen würden. Wer einmal gepasst hat, darf in der nächsten Runde wieder ins Geschehen eingreifen. Sie passen und äußern die Vermutung, dass der Zielbetrag erreicht wurde.

Im dritten Fall wird in der Lerngruppe diskutiert, ob noch weitere Scheine dazugelegt werden sollen, oder ob man nachzählen will. Wenn die Gruppe sich aufs Nachzählen einigt, wird geprüft, ob der Zielbetrag exakt erreicht wurde. Welche Spielgruppen schaffen es mehr als einmal, den Zielbetrag genau zu erreichen? In jedem Fall wird nach dem Nachzählen eine neue Zielzahl bestimmt und der Versuch wiederholt. Nach Fehlversuchen lohnt es sich, die Legetaktik nochmals zu besprechen. (Ideen zur Vereinfachung oder zum Erhöhen der Ansprüche befinden sich im Band II – Wälti, Schütte & Friesen, im Druck).

Nachdem alle Gruppen einige Male versucht haben, den Zielbetrag zu erreichen, werden in der Klasse mögliche Legetaktiken diskutiert: Wie wurden die Geldbeträge aufgeteilt, wie wurde gelegt, welche Abmachungen wurden getroffen?

In der Erprobung mit einer jahrgangsgemischten Lerngruppe (4. – 6. Klasse) zeigte sich, dass gerade die Diskussion über die Verteilung der Geldscheine zu Beginn des Spiels bzw. vor einer weiteren Runde besonders anregend ist. Die Lernenden äußern Ideen und entwickeln gemeinsam Strategien, um beim anschließenden verdeckten Legen gemeinsam den Zielbetrag zu erreichen. Es erwies sich außerdem als hilfreich, wenn zur Einführung die Variante aus Band I mit offenem Legen gespielt wird, da so die Regeln des Spiels leichter nachvollzogen werden können und beim Austausch über Strategien auf Erfahrungen zurückgegriffen werden kann. Gerade für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler scheint es nach den Erprobungen wichtig, die Lernumgebung durch offenes Legen oder durch ein Protokoll zu stützen.

## Literatur

- Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen. Struktur-fokussierende Deutungen in kooperativen Lernumgebungen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Jung, J. (2019). Möglichkeiten des gemeinsamen Lernens im inklusiven Mathematikunterricht – Eine interaktionistische Perspektive. In B. Brandt & K. Tiedemann (Hrsg.), *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive I – Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen* (S. 103-126). Münster: Waxmann.
- Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit "Format". Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie*. Weinheim: Deutscher Studien-Verlag.
- Röhr, M. (1995). *Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe* (E. C. Wittmann, Hrsg.). Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Rothenbacher, N. (2016). *Kooperatives Lernen im inklusiven Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Wälti, B., Schütte, M. & Friesen, R. (im Druck). *Mathematik kooperativ spielen, üben, begreifen. Band I und Band II. Lernumgebungen für heterogene Gruppen*. Seelze: Kallmeyer.