Birgit GRIESE, Paderborn

Konditionalsätze im Stochastikunterricht – Eine Analyse sprachlicher und kognitiver Anforderungen

Einordnung

Im Kontext von Lehrerfortbildungen zur Stochastik in der gymnasialen Oberstufe, die das DZLM-Team der Universität Paderborn durchführt (Biehler, Griese & Nieszporek, eingereicht), wird ein Expertise-Modells (Prediger, 2019, in Anlehnung an Bromme, 1992) genutzt, mit dessen Hilfe Denkkategorien, Jobs, pädagogisch-methodische Werkzeuge und relevante Orientierungen auf Fortbildungs- und Qualifizierungsebene beschrieben werden können. Diese Konzepte beziehen sich auf gegenstandsspezifische Lernlandkarten für die Unterrichtsebene. Bei der Erstellung der Lernlandkarte für den Stochastikunterricht rücken Konditionalsätze in den Fokus, die im vorliegenden Artikel im Detail analysiert werden. Das Ergebnis der Analyse soll Einschätzungen der zugrundeliegenden kognitiven Anforderungen ermöglichen und so fundierte Anregungen für Unterricht und Fortbildung liefern.

Konditionalsätze in Alltag und Stochastik

Konditional- oder Bedingungssätze bestehen aus einem Nebensatz (Protasis) und einem Hauptsatz (Apodosis). Protasen werden durch eine Subjunktion (z. B. wenn, falls, sofern) eingeleitet oder durch eine Verb-Erst-Stellung gekennzeichnet. Die Protasis kann auf die Apodosis folgen oder ihr voranstehen. Es gibt drei Typen von Konditionalsätzen: Typ 1, Realis der Gegenwart oder Wahrscheinlichkeit, kann sowohl eine Implikation (*Wenn man Wasser auf unter 0°C kühlt, gefriert es*) als auch eine Prädiktion (*Wenn es morgen regnet, wird das Sportfest ausfallen*) beschreiben, und bedient sich des Präsens oder Futur I. Typ 2, Irrealis der Gegenwart oder Unwahrscheinlichkeit, steht im Konjunktiv II Präteritum oder der entsprechenden Umschreibung mit „würde“ (*Wenn die Ampel grün wäre, führe ich los / würde ich losfahren*). Typ 3, Irrealis der Vergangenheit oder Unmöglichkeit, nutzt den Konjunktiv II Plusquamperfekt (*Wenn es letzte Woche geregnet hätte, wäre das Sportfest ausgefallen*).

Für den Stochastikunterricht sind die ersten beiden Typen von Konditionalsätzen von Bedeutung, die interessanterweise bereits in ihren Bezeichnungen auf Wahrscheinlichkeiten verweisen. Aus dem alltäglichen Gebrauch von Konditionalsätzen lässt sich jedoch nicht folgern, dass diese in mathematischen Zusammenhängen adäquat eingesetzt oder dekodiert würden. Gu-

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

ckelsberger & Schacht (2018) warnen vor einem solchen „Scheinverständnis“ und empfehlen ein „explizites Thematisieren und Abgrenzen vom Alltagsgebrauch“ (S. 31). Das wollen wir hier ausführen.

Im Deutschen kann die Subjunktion „wenn“ sowohl temporal als auch konditional verstanden werden, „falls“ ist eindeutig konditional – im Englischen wird dies durch die Trennung zwischen „when“ (temporal) und „if“ (konditional) meist sauberer unterschieden. Im Alltagsgebrauch wird mit einem Konditionalsatz auch oft eine Kausalität verbunden (*Wenn die Vokabeln nicht lernst, wirst du keine gute Note im Test schreiben*), die bedeutungsgleich mit der Konjunktion „weil“ ausgedrückt werden könnte. Bei der Betrachtung bedingter Wahrscheinlichkeiten ist Kausalität jedoch nicht notwendigerweise relevant, anders als bei den Voraussetzungen mathematischer Sätze, die in einem inhaltlichen Zusammenhang mit der Aussage des Satzes stehen. In diesem Zusammenhang steht, dass z.B. Batanero, Godino & Roa (2004) beschreiben, dass viele Lernende stochastische Abhängigkeit und Kausalität nicht als verschiedene Konzepte erfassen.

In nicht-mathematischen Kontexten werden Konditionalsätze, die eine „wenn-dann“-Struktur ($A \Rightarrow B$) aufweisen, oft als „genau dann, wenn“ ($A \Leftrightarrow B$) verstanden. Malle (2009, S. 14) führt beispielsweise an, dass *Wenn du brav bist, gehen wir ins Kino* selbstverständlich auch *Wenn du nicht brav bist, gehen wir nicht ins Kino* impliziert. In mathematischen Kontexten wäre dies nicht zulässig. Hier lässt sich das häufig auftretende Problem (z.B. Ancker, 2006) der Verwechslung von $P(A|B)$ und $P(B|A)$ verorten.

Forschungsfragen

Im Kontext von Unterricht und Lehrerfortbildung zu stochastischen Inhalten der gymnasialen Oberstufe sind die folgenden Fragestellungen interessant:

- Welche Typen von Konditionalsätzen treten in welchen stochastischen Zusammenhängen in der gymnasialen Oberstufe auf?
- Wie können die möglichen Verständnis- bzw. Formulierungshürden beschrieben werden?

Perspektivisch sollen die Ergebnisse der Analysen dazu beitragen, Unterrichts- bzw. Fortbildungsinhalte passgenau zu beschreiben und konstruktiv zu gestalten.

Konditionalsätze in stochastischen Zusammenhängen

Auf der Grundlage der o.g. DZLM-Fortbildung werden im Folgenden die Konditionalsätze aufgelistet und analysiert, die im Stochastikunterricht der gymnasialen Oberstufe eine Rolle spielen.

„Wenn man die Anzahl der Wiederholungen in einem Bernoulli-Experiment erhöht, sammeln sich die relativen Häufigkeiten des Ereignisses *Erfolg* näher um die theoretische Erfolgswahrscheinlichkeit.“ Hier liegt ein Konditionalsatz vom Typ 1 (Realis) im Präsens vor, was eine Implikation nahelegt; eine Interpretation als Prädiktion ist ebenfalls denkbar. Die Situation entspricht einem realen (oder simulierten) Experiment, dessen Durchführung, so sie nicht ohnehin bereits durchlebt wurde, problemlos wiederholbar wäre.

Im Kontext von bedingten Wahrscheinlichkeiten und der Verlässlichkeit von medizinischen Tests für Krankheiten mit einer gewissen Basisrate, deren Sensitivität und Spezifität gegeben ist, treten Sätze auf wie: „Wenn das Ergebnis eines HIV-Tests positiv ist, sind nur 14% der Patient*innen tatsächlich HIV-positiv.“ Diese Formulierung des Ergebnisses mit Bezug auf eine authentische Anwendungssituation ist ebenfalls vom Typ 1, und im Kontext der Aufgabe fühlen sich die Formulierer*innen dieses Satzes in eine Situation ein, in der ein positiver HIV-Test vorliegt. Die Bedingung ist konditional zu verstehen, temporale Abfolge oder Kausalität sind nicht relevant.

Bei der Thematisierung von P-Werten zur Hinführung auf Hypothesentests wird formuliert: „Wenn die Münze fair wäre, so wäre ein Ereignis von mindestens 76-mal *Kopf* in 100 Würfen, das eine Wahrscheinlichkeit von 0,00000009 hat, eher unwahrscheinlich. (Es liefert daher eine starke Evidenz gegen die Annahme, dass die Münze fair ist.)“ Der Konditionalsatz weist bereits durch den eingeschobenen Relativsatz eine höhere Komplexität auf; er ist dem Typ 2 zuzuordnen und enthält eine Kondition, keine Kausalität. Im Gegensatz zu alltäglichen Konditionalsätzen vom Typ 2, bei denen nach einiger Zeit feststeht, ob die Bedingung eintritt oder nicht (weil sie auch eine temporale Bedeutung haben), weiß man jedoch hier niemals sicher, ob die Münze wirklich fair ist – egal, wie lange man wartet oder wie viele Untersuchungen man durchführt. Dieses Dilemma ist für die Lernenden wenig zufriedenstellend und ein Grund für Fehlinterpretationen.

Nachdem Hypothesentests eingeführt wurden, wird besprochen, was gefolgert werden kann, wenn die Nullhypothese nicht verworfen werden kann: „Wenn wir aus dem Ergebnis des Experiments (56-mal *Kopf* in 100 Münzwürfen) folgerten, dass die Nullhypothese (faire Münze, $p=0{,}5$) zuträfe, dann würde dasselbe Argument auch für andere Nullhypothesen (z.B. $p=0{,}56$, oder alle $p=p_0$ mit $0{,}5<p_0<0{,}56$) zutreffen, aber diese können nicht alle wahr sein. (Also können wir diese Folgerung nicht machen.)“ Auch hier weist schon die Verschachtelung der Nebensätze auf die Komplexität des Satzes hin, der Typ 2 zuzuordnen ist. Es geht jedoch nicht um eine unwahrscheinliche Bedingung – oder eine, deren Wahrheitsgehalt nicht überprüfbar ist, sondern die Lernenden sind gefordert, sich in eine hypothetische Situation zu begeben (dass die Korrektheit der Nullhypothese gefolgert wird), diese dann in mehreren Schritten zu durchdenken, um abschließend die erste Annahme zu verwerfen. Zweifellos verlangt ein solches Vorgehen ein hohes Maß an Abstraktionsvermögen. Und es wird bereits auf sprachlicher Ebene deutlich, dass hier ein sehr hohes Maß an kognitiven Anforderungen besteht. Zusätzlich kommt erschwerend hinzu, dass eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit des Zutreffens der Nullhypothese im Sachkontext wünschenswert, aber im Rahmen von Hypothesentests eben nicht zulässig ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Komplexität der kognitiven Anforderungen auf der sprachlichen Ebene verortbar, jedoch nicht auf sie beschränkt ist. Konditionalsätze vom Typ 2 weisen generell auf höhere kognitive Anforderungen hin als solche vom Typ 1. Mehrere Nebensätze verschärfen dies noch weiter. Zusätzlich wird das Anforderungsniveau jedoch auch dadurch gesteigert, dass ein Zutreffen der Bedingung nicht kausal, temporal oder überhaupt bestimmbar ist, oder dass diese nur als Gedankenexperiment angenommen wird. Von Alltagskonventionen abweichende Interpretationen bilden ein weiteres Problemfeld, ebenso wie psychologische Aspekte des Wunsches nach belastbaren Aussagen.

Ausblick

Aus den Analysen kann gefolgert werden, dass eine Kontrastierung von Konditionalsätzen in der Alltagssprache und in der Stochastik in Fortbildungen thematisiert werden sollte, entsprechende Beispiele und Aktivitäten sollten in das Material aufgenommen werden. So kann eine Sensibilisierung der Lehrkräfte für diese komplexe Problematik adressiert werden. Sprachstützende Ressourcen für die Unterrichtsebene werden ebenfalls empfohlen.

Literatur

Ancker, J. S. (2006). The language of conditional probability. *Journal of Statistics Education,* 14(2).

Biehler, R., Griese, B. & Nieszporek, R. (eingereicht). Traditions and innovations for inferential statistics at upper secondary level in Germany: An approach via a nationwide center for teacher training and professional development. *JMTE.*

Batanero, C., Godino, J. D. & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education,* 12(1), 27.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*. Bern: Huber.

Guckelsberger, S. & Schacht, F. (2018). Bedingt wahrscheinlich? Perspektiven für einen sprachbewussten Stochastikunterricht. *Mathematik lehren*, 206, 29–33.

Malle, G. (2009). Mathematiker reden in Metaphern. *Mathematik lehren,* 158, 10–15.

Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 367–392.