

Johanna HEITZER, Aachen

Teach the truth – Mathematikunterricht angesichts einer berechtigten Forderung

Ausbreitungsgeschwindigkeit, Umfang und Substanz der Fridays-for-future-Bewegung zeigen, dass die Jugend nicht zu unterschätzen ist in punkto

- Konzentration auf und Engagement für Wesentliches (auch, wenn es wehtut, und trotz aller Ablenkungsmöglichkeiten unserer Zeit) sowie
- Respektieren der wissenschaftlichen Erkenntnisse und Methoden und Ableiten entsprechender Konsequenzen.

Eine gute Nachricht für Lehrende, die um den Bildungswert ihrer Disziplin wissen: Mit dem Verstehen- und Argumentierenwollen liegt „sachliche Motivation des Fragens und damit des Lernens“ nach Wagenschein (1965) vor.

Zu den Forderungen der Bewegung gehört: *Teach the truth*. Ich möchte Gedanken zur Rolle des Faches Mathematik angesichts dieses berechtigten Anspruchs festhalten und kleine, konstruktive Schritte in verfolgenswerte Richtungen beizutragen versuchen. Es wird nur schlaglichtartig geschehen und zwar mehrheitlich in die Breite, nur ganz vereinzelt und andeutungsweise in die Tiefe. Dabei fokussiere ich auf die Beitragsmöglichkeiten des Faches zur Entwicklung des Anschauungs- und Vorstellungsvermögens sowie zur Fähigkeit, Zustände und Veränderungsprozesse überschlagend einzuschätzen. Seitenblicke betreffen Eigenschaften des Faches, an die wertvolle Beiträge zur personalen Bildung im o.g. Sinne anknüpfen könnten, und einzelne Ursachenhypothesen, falls dies nicht immer in wünschenswertem Maß gelingt.

Ein Beispiel

Wer sich mit Fragen der klimatischen Veränderung auseinandersetzt, dem begegnen Abbildungen, in denen der Ausdehnung des arktischen Packeises z.B. Ende September 2018 das langjährige Mittel der entsprechenden Ausdehnungen in einem Vergleichszeitraum gegenübergestellt wird. Dabei gilt: Wenn die Längenausdehnung des arktischen Festeises relativ zu einem Vergleichswert halbiert erscheint, ist von einer Volumenreduktion auf ein Achtel auszugehen und das Verhältnis der (für die Wechselwirkung mit der Umgebung maßgeblichen) Oberfläche zum Volumen hat sich verdoppelt.

Beide Sachverhalte stecken im Curriculum der Mittelstufengeometrie, insbesondere der zweite scheint allerdings quer über die Bildungsbiographien hinweg implizit zu bleiben: Dass das genannte Verhältnis (der Kehrwert der sogenannten „Massigkeit“) bei ähnlichen Körpern nicht konstant, sondern

umso größer ist, je kleiner der Körper – läuft einer intuitiven Proportionalitätsannahme zuwider und wird nur von wenigen Menschen verinnerlicht. (vgl. z. B. Jahnke, 2013)

Obwohl also vergleichsweise elementare geometrische Erkenntnisse unseren Blick auch da schärfen könnten, wo die intuitive Wahrnehmung oder der Hang zur Übergeneralisierung uns täuschen, bleiben offenbar nennenswerte Teile des heutigen Mathematikunterrichts trotz breit gefächerter didaktischer Investitionen in dieser Hinsicht wirkungsarm.

Ausschärfung der Forderung mit Blick auf die Mathematik

Meine Gedanken zum Thema laufen für das Fach Mathematik etwa auf folgende Ausschärfung der im Beitragstitel genannten Forderung hinaus: *Teach considering relevant aspects of the truth with mathematically trained senses and a mathematically educated mind*. Denn zum einen ist es im Fall der Mathematik weniger die Richtigkeit als die Relevanz der vermittelten Inhalte, die es zu hinterfragen und rechtfertigen gilt. Zum anderen zeigt das oben genannte Beispiel, dass es häufiger nicht nur auf das *Was*, sondern auch stark auf das *Wie* unseres Mathematikunterrichts ankommt.

Im Sinne einer Weiterentwicklung unseres Anschauungsvermögens ist Mathematik so elementar wie fundamental: Zwar hat sie ausschließlich Wenn-Dann-Aussagen beizutragen, doch erstens wohnt diesen ein sonst unerreichbares Wahrheitsmaß inne, zweitens taugen ihre (abstrakten) Begriffe, Methoden und Erkenntnisse in erstaunlicher Weise zur Beschreibung der Wirklichkeit. Dennoch bleibt es eine außerordentliche didaktische Herausforderung, die mathematische Lehre tatsächlich auf lebendiges Wissen und Handlungsfähigkeit auszurichten. Ich möchte in diesem Sinne und mit Blick auf (nicht nur) das Thema Klimaentwicklung besonders auf die Beiträge von M. Herget, 2003 (!) und Warmeling, Böer & Maitzen, 2019 hinweisen.

Herausforderungen und didaktische Konsequenzen

Das Thema Klimaentwicklung ist besorgniserregend und kann kaum in jeder Beziehung zum Positiven gewendet werden. Entsprechend sorgfältig ist abzuwägen, an welchen Beispielen genau und in welchem Verhältnis erstens *globale Zusammenhänge vs. eigener Einfluss- und familiärer Argumentationsbereich*, zweitens *aktuelle Lage vs. Lösungsansätze* behandelt werden.

Auch wenn es elementarisierbare Teilerkenntnisse gibt, werden der Gegenstand und die dahinterliegenden Zusammenhänge schnell komplex. Insofern ist die Herausforderung der intellektuell redlichen, hinreichenden didaktischen Reduktion groß und die Behandlung sollte mit Strategien zum Umgang mit Komplexität einhergehen (siehe hierzu insbs. M. Herget, 2003).

Die mathematisch-sachkundliche Doppelnatur (i.S. von Winter, 1990) und das Bestreben, dieser gerecht zu werden, sind im Kontext Klimaentwicklung besonders relevant. Zudem sind die Quellen- und Informationslage besonders sensibel und die gleichzeitige Förderung eines reflektierten Umgangs mit Medien besonders erstrebenswert.

Mehrere Köche? – Zu möglichen Ursachen

Falls Mathematikunterricht und -studium die im dritten Abschnitt präzierte Forderung nicht in wünschenswertem Maß einlösen, kann dies nach meinem Eindruck mit dem „Aufeinandertreffen“ typischerer Schul- und Hochschulparadigmen zusammenhängen. Dabei scheinen mir in mehreren wichtigen Punkten gemeinsame und im Kern richtige Interessen vorzuliegen, die lediglich in der jeweiligen Ausprägung voneinander abweichen und sich bei entsprechenden Überbetonungen oder Verkürzungen unglücklich auswirken.

Die Bedeutung des Prozesscharakters von Mathematik ist Konsens, führt in Schulcurricula und Didaktik jedoch eher zur Explikation der Metaebene (Wissen *über* das Problemlösen, das Modellieren usw.), während Hochschuldozierende stärker an konkretes Mathematiktreiben auf hohem Abstraktions- und Formalismustniveau denken mögen.

Dass die Lernzeit junger Menschen ein verantwortungsvoll zu nutzendes Gut darstellt, wird ebenfalls niemand bestreiten. Während in der Schule jedoch Entschlackungsmöglichkeit eher bei weit getriebenen Formalismen und innermathematisch motivierten Teilgegenständen gesehen wird, betrifft dies aus Hochschulsicht eher das *Reden über* und *Deuten von* Mathematik sowie die Anwendung von Verfahren ohne lückenlose theoretische Stütze.

Einige Anknüpfungspunkte und verfolgenswerte Richtungen

Vieles spricht für eine Fokussierung auf gehaltvolle Elementarmathematik, wobei elementar keineswegs *nicht tief* heißt, sondern nur: nicht unnötig kompliziert, nicht zu weit losgelöst vom Anschauungs- und Vorstellungsvermögen. Wichtig erscheinen die Möglichkeiten, durch mathematische Erkenntnisse die Wahrnehmung und das Abschätzungsvermögen zu schulen. Dies spricht inhaltlich u.a. für: Geometrisches wie Volumenbegriff und Massigkeit (als Basis u.a. für Dichte, Brennwertbedeutung), Kugelgeometrie (wir leben auf einer) und insgesamt etwas mehr Formenvielfalt.

Positive Entwicklungen und Anknüpfungspunkte sehe ich in so unterschiedlichen didaktischen Entwicklungen wie dem Konzept der *statistical literacy*, dem Gedanken der *Kopf[nicht nur]geometrie*, dem Blick auf *Änderungsraten und Bilanzen* einschließlich aus der naturwissenschaftlichen Fehlerrechnung vertrauter Sicht- und Schreibweisen. Dies hilft, Zustände und Wandel

einzuschätzen und zu beurteilen, welche Parameter auf sie Einfluss haben. Nicht zuletzt: Was Proportionalität der Änderung zum Bestand bedeutet – einschließlich der trügerischen Langsamkeit zu Beginn. Zu Recht wird bisweilen für mehr Finanzmathematik plädiert. Bezieht man zugehörige Sichtweisen und Methoden (etwa Kameralistik) auf echte Ressourcen, ergibt sich ein breiteres und pragmatischeres Verständnis von Nachhaltigkeit.

Schlussgedanken

Die Auseinandersetzung mit Mathematik kann eine rationale Grundhaltung stärken und zu Mündigkeit und Selbstwirksamkeitserfahrung beitragen. Mathematik ist eine wichtige Grundlage, eigene Entdeckungen zu machen und reale oder virtuelle Instrumente zu entwickeln, die das eigene Leben oder sogar die Zukunft vieler Menschen gestalten helfen.

Bei aller Vorsicht vor einer Überbewertung der Objektivität (vgl. den Beitrag von Pohlkamp in diesem Band): Es wird so wenig postfaktische Mathematik geben wie eine Rechenreform. Der Mensch verändert die Natur, aber nicht die in mathematischer Sprache festzuhaltenden Naturgesetze.

Auf konkrete Unterrichtsideen bzw. Lernumgebungen führen Teile der Literaturliste sowie: <http://www.didaktik.matha.rwth-aachen.de/de/links.html>

Literatur

- Böer, H., Warmeling, A. & Maitzen, C. (Hrsg., 2019). Zum Handeln befähigen. *Mathematik lehren* 212.
- Heitzer, J. (2017). Keine postfaktische Mathematik. *Interview in der Aachener Zeitung vom 01. April 2017*.
- Heitzer, J. (2017). Vom MINT-Unterricht und seiner Förderung. *MNU-Journal* 05, 2017, 3.
- Herget, M. (2003). Komplexität als Herausforderung – zukunftsfähiger Unterricht. *Mathematik lehren* 120, 4–8.
- Herget, W. (Hrsg., 2003). Zukunft berechnen – Zukunft gestalten. *Mathematik lehren* 120.
- Jahnke, H.-N. (2014). Der Body-Mass-Index – von Quetelet zu Haldane. In *Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen* (S. 15–30). Springer, Wiesbaden.
- Wagenschein, M. (1965). *Verstehen Lehren, Zum Problem des genetischen Lehrens*. Weinheim, Beltz.
- Warmeling, A., Böer, H., Maitzen, C. (2019). Zum Handeln befähigen. *Mathematik lehren* 212, 2–5.
- Winter, H. (1990). Bürger und Mathematik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 90,4, 131–147.