Lisa HILKEN, Tübingen & Carla CEDERBAUM, Tübingen

Mathematikbezogene Überzeugungen in einem Hands-on-Mathematikseminar

Mathematikbezogene Überzeugungen sind implizite oder explizite, subjektive Vorstellungen über Mathematik als Disziplin und über das Lehren und Lernen von Mathematik. Mehrere Studien deuten darauf hin, dass manche Überzeugungen für das Lehren und Lernen nützlicher sind als andere (Depaepe, De Corte & Verschaffel, 2016).

Darum wurden verschiedene Interventionen entwickelt, um die nützlichen Überzeugungen von SchülerInnen oder Studierenden zu stärken und die weniger nützlichen zu schwächen. Zumeist werden offene Probleme, Gruppenarbeit und die Diskussion verschiedener Lösungswege als Kernelemente dieser Interventionen genannt. Bei den meisten bisherigen Interventionen stand weniger ein bestimmtes mathematisches Thema im Vordergrund als vielmehr Problemlöseprozesse und Heuristiken (z. B. Holzäpfel, Bernack, Leuders & Renkl (2012) für die Hochschule, Mason & Scrivani (2004) für die Schule).

Da ein solches Problemlöse- oder Methodenseminar in vielen Prüfungsordnungen bzw. Modulhandbüchern nicht vorgesehen ist und diese nicht so leicht verändert werden können, war eines unserer Ziele, ein Seminar mit mathematisch fortgeschrittenen Inhalten zu entwickeln, das in das übliche Regelwerk passt und dabei hilft, die Überzeugungen der TeilnehmerInnen zu ändern.

In unserem Seminar haben die Studierenden die Möglichkeit zu erfahren, wie mathematische Forschung und mathematisches Denken „funktionieren". Indem sie selbst in Gruppen Mathematik entwickeln und ihre Resultate den KommilitonInnen vorstellen, können die Studierenden sehen, wie Mathematik entsteht, wie sie mit den Objekten der realen Welt, die sie in der Entwicklungsphase nutzen, zusammenhängt und dass es ganz verschiedene Herangehensweisen an die Aufgaben gibt. Dabei erleben sie auch Emotionen wie Frustration und Freude und dass Mathematik oft nicht in der inhaltlich-logischen Reihenfolge entwickelt wird, in der sie in einer Vorlesung präsentiert wird. Darum hat das Seminar das Potenzial, die Überzeugungen der Studierenden zu ändern.

Methoden

Im Seminar „Elementare Differentialgeometrie zum Anfassen" erarbeiten sich Lehramtsstudierende im Rahmen von forschungsähnlichem Lernen das

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

fortgeschrittene mathematische Themengebiet der gekrümmten Kurven und Flächen. Sie arbeiten dazu in Gruppen zunächst mit Hands-on-Materialien und bauen ihre Ideen dann zu mathematisch präzisen Herleitungen aus. Für eine genauere Beschreibung des Seminars siehe Hilken & Cederbaum (2018).

Alle TeilnehmerInnen der Studie füllten am Anfang und am Ende des Semesters einen Fragebogen aus mit vierstufigen Likert-Skalen zu Überzeugungen zu Mathematik (Baumert et al., 2009), Selbstwirksamkeitserwartung und Anstrengungsbereitschaft (Schoreit, 2016), mit zu vervollständigenden Beweisen und persönlichen Daten.

Das Seminar wurde zweimal mit insgesamt 31 Studierenden (gymn. Lehramt) durchgeführt, die die Experimentalgruppe bilden. Als Kontrollgruppe dienen Lehramtsstudierende, die eine Geometrievorlesung besuchten. 80 dieser Studierenden füllten den Vortest aus, aber nur 16 auch den Nachtest. Diese 16 bilden also die für die Analyse verwendete Kontrollgruppe. Das Seminar wurde von den Autorinnen geleitet, die Vorlesung von einem anderen Dozenten.

Der Anteil männlicher Studierender lag in beiden Gruppen nahezu identisch bei einem Viertel. In Bezug auf die Abiturnote, die Anstrengungsbereitschaft und die Leistung im Lückentext zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen (Wilcoxon-Test, $p>0.1$). Der Median der Anzahl der Fachsemester beträgt in der Experimentalgruppe 9, in der Kontrollgruppe 7.

Hypothese: Durch die Teilnahme am Seminar nehmen die Studierenden Mathematik mehr als Prozess wahr und ihre Selbstwirksamkeitserwartung wird gesteigert.

Die Daten wurden mit einer multivariaten ANOVA für wiederholte Messungen aus dem R-Paket MANOVA.RM (Friedrich, Konietschke & Pauly, 2018) analysiert, um einerseits die Selbsteinschätzungen der Studierenden bzgl. Mathematik vor und nach dem Seminar zu untersuchen und andererseits mögliche Unterschiede zwischen der Experimental- und der Kontrollgruppe zu bestimmen. Die Tests ermitteln die Haupt- und Interaktionseffekte, die zu den Between-Group- und Within-Subject-Faktoren gehören.

Zudem reflektierten die 16 TeilnehmerInnen des zweiten Seminardurchlaufs schriftlich, was und wie sie während der ersten Themeneinheit gelernt hatten. Diese Texte wurden mittels qualitativer Inhaltsanalyse daraufhin untersucht, welche Überzeugungen sich zeigen und im Zusammenhang mit welchen Seminarelementen dies geschieht.

Ergebnisse

Fragebogen: Um zu überprüfen, ob die Drei-Faktoren-Struktur (Toolbox, Prozess, Relevanz) der Itembatterie zu Überzeugungen zu unserer Untersuchung passt, nutzten wir die Daten von allen Studierenden, die den Vortest ausgefüllt hatten (N=101). CFI und RMSEA waren nicht akzeptabel (CFI 0.834, RMSEA 0.081), was zu einem gewissen Teil an einem Item der Toolbox-Skala lag (iip in Baumert et al., 2009). Ohne dieses Item waren die Werte mit 0.934 für CFI und 0.053 für RMSEA akzeptabel. Darum schlossen wir dieses Item von allen weiteren Analysen aus.

Auf der Toolbox-Skala zeigte sich kein signifikanter Effekt ($p=0.97$, $N=29+16$). Auf der Prozess-Skala zeigte sich kein signifikanter Effekt ($p=0.18$, $N=31+16$). Auf der Relevanz-Skala zeigte sich ein signifikanter Effekt ($p=0.03$, $N=31+16$) mittlerer Effektstärke (Cohen's $d=0.74$, Hedges' $g=0.72$). Auf der Skala zur Selbstwirksamkeitserwartung zeigte sich ein signifikanter Effekt ($p<0.01$, $N=26+16$) mittlerer bis großer Effektstärke (Cohen's $d=0.81$, Hedges' $g=0.79$).

Texte: Die Texte wurden im Hinblick auf zwei Fragestellungen untersucht: (1) Welche Überzeugungen zeigen sich in den Texten? (2) Welche Seminarelemente hängen mit welchen Überzeugungen zusammen? Bei der Analyse wurde deduktiv und induktiv vorgegangen, indem Kategorien aus der Literatur zu mathematikbezogenen Überzeugungen entwickelt wurden, das Kategoriensystem von May und Etkina (2002) teilweise übernommen und angepasst wurde, teilweise aber auch neue Kategorien am Material entwickelt wurden. Die Hauptkategorien des Systems sind Sichtstrukturen (z. B. Gruppenarbeit, Hands-on), mathematisches Vorgehen (z. B. Irrwege, Anwendungen) und Überzeugungen (z. B. „Man kann in Mathematik vieles selber finden.“).

Besonders häufig zeigen sich in den Texten die Überzeugungen „selber finden“, „Es gibt verschiedene Lösungswege“ und „Es gibt viele Zusammenhänge zwischen Objekten/Konzepten“. Die Überzeugungen treten dabei fast immer in der konstruktivistischen Ausprägung auf. Nur eine einzige Textstelle deutet auf eine transmissive Überzeugung hin.

Von den Sichtstrukturen wurden u. a. mehrfach genannt: Hands-on und Gruppenarbeit im Zusammenhang mit „selber finden“ und Vorträge anhören im Zusammenhang mit „verschiedene Wege“.

Diskussion

Dass sich auf der Prozess-Skala kein signifikanter Effekt ergab, kann an einem Deckelungseffekt liegen, da die TeilnehmerInnen schon beim Vortest im Schnitt einen Wert größer 3 (max=4) aufwiesen und der Schnitt der Experimentalgruppe im Nachtest nahe bei 4 lag.

Die offene Herangehensweise, wie sie bei forschungsähnlichem Lernen nötig ist, führt bei den Studierenden immer wieder zu Frustration, wenn ihre Lösungsideen nicht funktionieren oder sie glauben, gar keine Ideen zu haben. Dies konnten wir im Seminar beobachten und einzelne Studierende berichteten dies auch in ihren Reflexionen. Die Frustration scheint sich jedoch nicht negativ auf die Selbstwirksamkeitserwartung ausgewirkt zu haben, da diese zunahm. Hierzu könnte u. a. die Gruppenarbeit beigetragen haben, denn mehrere Studierende gaben in ihrer Reflexion an, dass der Austausch in der Gruppe hilfreich war, um mit dem Frust umzugehen und vor allem um Ideen zu entwickeln und auszuarbeiten („selber finden“, s.o.).

Weitere Forschung könnte die gefundenen Zusammenhänge zwischen Kernelementen und Überzeugungen auf Verbreitung und Kausalität untersuchen.

Literatur

Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Dubberke [Voss], T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Kunter, M., Löwen, K. & Neubrand, M. (2009). *Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz (COACTIV): Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2016). Mathematical epistemological beliefs. In J. Greene et al. (Hrsg.), *Handbook of epistemic cognition* (S. 147–164). New York u. a.: Routledge.

Friedrich, S., Konietschke, F. & Pauly, M. (2018). url: https://cran.r-project.org/web/packages/MANOVA.RM/index.html (12.11.2019).

Hilken, L. & Cederbaum, C. (2018). Elementare Differentialgeometrie zum Anfassen: Ein Seminar für Lehramtsstudierende mit konstruktiven, instruktiven und praktischen Anteilen. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*, S. 791–794. Münster: WTM-Verlag.

Holzäpfel, L., Bernack, C., Leuders, T. & Renkl, A. (2012). Schreiben, forschen und reflektieren in der Mathematiklehrerausbildung: Veränderung mathematikbezogener Überzeugungen. In M. Kobarg et al. (Hrsg.), *Lehrerprofessionalisierung wissenschaftlich begleiten – Strategien und Methoden* (S. 15–34). Münster: Waxmann.

Mason, L. & Scrivani, L. (2004). Enhancing students’ mathematical beliefs: an intervention study. *Learning and Instruction,* 14(2), 153–176.

May, D. & Etkina, E. (2002) College physics students’ epistemological self-reflection and its relationship to conceptual learning. *American Journal of Physics,* 70(12), 1249–1258.

Schoreit, E. (2016). *Kompetent und trotzdem ängstlich?* Kassel University Press.