

Jessica HOTH, Kiel, Aiso HEINZE, Kiel, Dana Farina WEIHER, Lüneburg, Silke RUWISCH, Lüneburg & Hsin-Mei E. HUANG, Taipei

Ob lang oder kurz, berührbar oder nicht: Ist die Längenschätzkompetenz eindimensional?

Das Schätzen von Längen ist eine bedeutende Fähigkeit im alltäglichen Leben. Gerade im Straßenverkehr gibt es vielfältige Situationen, in denen Längen geschätzt werden müssen: Das Navigationsgerät gibt an, nach wie vielen Metern abgebogen werden soll und Geschwindigkeitsbegrenzungen gelten nur für eine ausgeschriebene Länge. Auch Kinder müssen in unterschiedlichen Situationen Längen schätzen, wenn sie z. B. Geschenkpapier abschneiden, um ein Paket einzupacken oder schätzen, von wo sie loslaufen müssen, um beim Weitsprung direkt den Absprungbalken zu treffen. Aufgrund der ausgeprägten Alltagsrelevanz ist das Schätzen international in den Schulcurricula verankert.

Schätzen von Längen

Bright (1976, S. 89) definiert das Schätzen von Größen als einen mentalen Prozess, der zu einer Größenangabe führt, ohne dass ein Messgerät zur Bestimmung der Größe des Objekts herangezogen wird. Unklar bleibt in diesem Fall jedoch, ob etwa Körpermaße wie z. B. die Handspanne als Messgeräte zählen, wenn sie zur Bestimmung einer Länge herangezogen werden. Vor diesem Hintergrund und zur besseren Abgrenzung zwischen Schätz- und Messprozess wird der Schätzprozess im Folgenden als ein individueller kognitiver Prozess definiert, der mindestens einen rein mental durchgeführten Schätzprozessschritt umfasst.

International unterscheiden sich die didaktischen Herangehensweisen im Unterricht zum Schätzen von Längen. Während in Deutschland das Schätzen in der Regel als eine Vorstufe des Messens behandelt wird und ein Hauptaugenmerk auf die Ausbildung von Stützpunktvorstellungen liegt, wird z. B. das Schätzen von Längen in Taiwan in eigenen Unterrichtseinheiten thematisiert. Hier wird explizit das Nutzen von Körpermaßen für das Schätzen gelehrt. Bisher gibt es kaum Forschung darüber, ob die unterschiedlichen Bildungstraditionen zum Schätzen von Längen auch in unterschiedlichen Kompetenzausprägungen resultieren. Weitestgehend ungeklärt ist außerdem die Frage nach der Struktur der Schätzkompetenz (Hogan & Brezinski, 2003). Empirische Studien modellieren im Wesentlichen eine eindimensionale Schätzkompetenz ohne zu überprüfen, ob durch die in dem Test angesprochenen unterschiedlichen Arten des Schätzens (z. B. das Schätzen von Anzahlen, überschlagendes Rechnen und das Schätzen von Größen, siehe z. B.

Harel et al. 2007), die verschiedenen Größenbereiche (z. B. Hogan & Brezinski, 2003) oder die unterschiedlichen Schätzsituationen (Jones, Taylor & Broadwell, 2009) verschiedene Kompetenzen erfordert werden. Vor diesem Hintergrund haben Heinze et al. (2018) die unterschiedlichen Schätzsituationen für den speziellen Bereich des Schätzens von Längen theoretisch aufgearbeitet, um eine valide Erhebung der Kompetenz des Längenschätzens zu ermöglichen.

Systematische Unterscheidung von Schätzsituationen

In Anlehnung an die Vorarbeiten von Bright (1976) und mithilfe einer theoretischen Analyse aller Bedingungen von Schätzsituationen konnten Heinze et al. (2018) sieben Dimensionen identifizieren, die einen Einfluss auf den Schätzprozess nehmen können. Vier dieser Dimensionen beziehen sich auf das Schätzobjekt: (1) das Vorhandensein des Schätzobjekts (physisch vorhanden (ggf. Abbildung) oder nicht), (2) die Berührbarkeit (berührbar oder nicht berührbar), (3) die Repräsentation (muss konstruiert werden oder nicht) und (4) die Länge des Schätzobjekts (klein/mittel/groß). Darüber hinaus kann Einfluss auf das Schätzen haben, ob (5) ein Vergleichsobjekt (benchmark) genannt wird oder nicht bzw. ob dieses in realer Größe sichtbar & berührbar ist (oder nicht) und (6) ob dessen Länge gegeben ist oder nicht. Auch die (7) Längeneinheit kann einen Einfluss haben, je nachdem, ob es sich um eine standardisierte oder nicht standardisierte Längeneinheit handelt.

Heinze et al. (2018) kombinieren sechs dieser Dimensionen (ohne die Größe des Schätzobjekts) und erhalten 72 unterscheidbare Schätzsituationen. Anschließend an diese theoretische Analyse und aufgrund der Vielzahl unterscheidbarer Situationen stellt sich die Frage, ob in jeder Situation die gleiche Längenschätzkompetenz relevant wird oder ob es ggf. unterschiedliche Dimensionen dieser Kompetenz gibt. Vor diesem Hintergrund sollen drei Forschungsfragen fokussiert werden:

- (1) Welche Struktur hat die Kompetenz des Längenschätzens von Grundschülerinnen und Grundschülern?
- (2) Kann die Struktur der Längenschätzkompetenz messinvariant in den beiden beteiligten Ländern (Deutschland und Taiwan) erfasst werden?
- (3) Wie unterscheiden sich Schülerinnen und Schüler aus Deutschland und Taiwan hinsichtlich ihrer Kompetenz des Schätzens von Längen?

Methodisches Vorgehen

Basierend auf den zuvor genannten theoretisch unterschiedenen Dimensionen für Schätzsituationen wurden Testaufgaben entwickelt und pilotiert. Der

finale Test umfasst 34 Aufgaben, die die verschiedenen Ausprägungen der oben genannten Dimensionen berücksichtigen. Dieser Test wurde im Paper & Pencil Format in Deutschland und in Taiwan unter vergleichbaren Bedingungen durchgeführt. Insgesamt haben 903 Schülerinnen und Schüler der dritten und vierten Klasse den Test innerhalb einer Schulstunde bearbeitet, 453 Kinder in Taiwan (220 Kinder der dritten Klasse) und 450 Kinder in Deutschland (222 Kinder der dritten Klasse).

Für die Auswertung wurde die Abweichung der Schätzung von der tatsächlichen Länge des zu schätzenden Objekts herangezogen. Sofern die Schätzung bis zu 10% von der tatsächlichen Länge abwich, wurde die Lösung mit drei Punkten kodiert, eine Abweichung $10% < x \leq 25%$ wurde mit zwei Punkten bewertet, Schätzungen mit einer Abweichung $25% < x \leq 50%$ mit einem Punkt und Schätzungen mit einer Abweichung $> 50%$ erhielten keinen Punkt. Zur Überprüfung der Struktur der Schätzkompetenz wurden konfirmatorische Faktorenanalysen durchgeführt, wobei aufgrund der geclusterten Datenstruktur für die Standardfehler korrigiert wurde. Anschließend wurde mithilfe einer Multiple-group Analyse (Brown, 2006) die Messinvarianz der gefundenen Struktur für die beiden Länder überprüft. Schließlich konnten die latenten Mittelwerte der deutschen und taiwanesischen Schülerinnen und Schüler miteinander verglichen werden, um Unterschiede in der Kompetenz des Schätzens von Längen zu identifizieren.

Ergebnisse

Die konfirmatorische Faktorenanalyse ergab, dass ein dreidimensionales Modell die Daten am besten modelliert, das die Länge und Berührbarkeit des Schätzobjekts berücksichtigt. Die erste der drei Dimensionen enthielt alle Situationen, in denen die Schätzobjekte klein (≤ 12 cm) waren, die zweite Dimension diejenigen Schätzobjekte, die nicht klein und berührbar waren und die dritte Dimension schließlich alle Objekte, die nicht klein und nicht berührbar waren.

Mithilfe der Multiple-group Analyse konnte darüber hinaus gezeigt werden, dass diese dreidimensionale Struktur der Schätzkompetenz in den beiden beteiligten Ländern – Deutschland und Taiwan – messinvariant erfasst werden kann, da nur für drei der Items ($< 20\%$) die Faktorladungen und Schwellenwerte (Thresholds) frei geschätzt werden mussten.

Der Vergleich der latenten Mittelwerte zeigte schließlich, dass die taiwanesischen Schülerinnen und Schüler signifikant bessere Ergebnisse in den beiden Dimensionen mit kleinen Schätzobjekten und mit nicht kleinen aber berührbaren Schätzobjekten erreichten, während der Mittelwert der deutschen Schülerinnen und Schüler bei der dritten Dimension (nicht kleine und nicht

berührbare Schätzobjekte) signifikant über dem Mittelwert der taiwanesischen Kinder lag.

Diskussion

Die Ergebnisse der Strukturanalyse legen nahe, dass die Kompetenz des Längenschätzens nicht eindimensional ist. Basierend auf den Daten der vorliegenden Studie konnte eine dreidimensionale Struktur identifiziert werden, die auf die Länge und Berührbarkeit der Schätzobjekte zurückgeht. Dies bedeutet für die weitere Forschung in diesem Bereich, dass die Mehrdimensionalität des Konstrukts berücksichtigt werden sollte. Auch für den Mathematikunterricht ist zu untersuchen, ob die unterschiedlichen Schätzsituationen, auf denen die drei Dimensionen basieren, explizit im Unterricht thematisiert werden sollten. Dies wird auch durch die Ergebnisse der Mittelwertvergleiche gestützt. Während die Schülerinnen und Schüler aus Taiwan das Schätzen mithilfe ihrer Körpermaße im Unterricht thematisieren, liegt der Fokus im Mathematikunterricht in Deutschland eher auf der Ausbildung und Nutzung von Stützpunktvorstellungen. Entsprechend erzielten taiwanesischen Schülerinnen und Schüler bessere Schätzergebnisse bei Schätzobjekten, die berührbar sind und dadurch die Nutzung von Körpermaßen für das Schätzen ermöglichen, während Schülerinnen und Schüler aus Deutschland mithilfe ihres Stützpunktwissens bessere Schätzergebnisse erreichten, wenn die Schätzobjekte nicht berührbar sind. Auch dies deutet darauf hin, dass ein Mathematikunterricht zum Schätzen von Längen verschiedene Herangehensweisen und Strategien thematisieren sollte, um die Kompetenz des Schätzens von Längen umfassend zu fördern.

Literatur

- Bright, G. W. (1976). Estimating as part of learning to measure. In D. Nelson & R. E. Reys (Hrsg.), *Measurement in school mathematics: 1976 yearbook* (S. 87–104). Reston, VA: NCTM.
- Brown, T. A. (2006). *Confirmatory Factor Analysis for Applied Research*. Guilford Press: New York.
- Harel, B. T., Cillessen, A. H., Fein, D., Bullard, S. & Aviv, A. (2007). It takes nine days to iron a shirt: The development of cognitive estimation skills in school-age children. *Child Neuropsychology*, 13 (4), 309–318.
- Heinze, A., Weiher, D.F., Huang, H.-M. & Ruwisch, S. (2018). Which estimation situations are relevant for a valid assessment of measurement estimation skills? *Proceedings of the 42nd Conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Umea, Sweden: PME.
- Hogan, T. P. & Brezinski, K. L. (2003). Quantitative estimation: One, two, or three abilities? *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4), 259–280.
- Jones, G., Taylor, A. & Broadwell, B. (2009). Estimating linear size and scale: Body rulers. *International Journal of Science Education*, 31(11), 1495–1509.