

Melanie HUTH, Frankfurt a. M.

Gestische Darstellungen in mathematischen Interaktionen

Das Zusammenspiel verschiedener Darstellungsweisen in Schrift, Wort, Gesten und Handlungen von Lernenden bei der Beschäftigung mit einem mathematischen Problem wird als Multimodalität bezeichnet (vgl. Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009; De Freitas & Sinclair, 2012; Krause, 2016; Huth, 2018; Vogel & Huth, in Druck). Arzarello u.a. (2009) sehen dabei Gestik als zentralen Teil des semiotischen Repertoires. De Freitas und Sinclair (2012) betrachten Gesten und Diagramme Lernender als Quelle mathematischer Bedeutung (vgl. ebd., 137). Krause (2016) spricht von multimodalen Zeichen aus Gesten, Lautsprache und Inskriptionen (vgl. ebd., 50). In Bezug auf die Zentralität und den flexiblen Gebrauch von Darstellungen im Mathematiklernen werden lautsprachlich häufig verschiedene Sprachregister betrachtet (vgl. Meyer & Prediger, 2012). Schriftliche Darstellungen werden ebenso als unverzichtbar für das Mathematiktreiben beschrieben (vgl. Schreiber, 2010, 14; Ott, 2016, 11). Schreiber (2010) bezeichnet diesbezüglich mathematische Zeichen als epistemologisch und die mathematische Darstellung „(mit-)konstruierend“ (ebd., 15). Der vorliegende Beitrag fokussiert gestische Darstellungen und fragt, welche Funktionen sie in mathematischen Interaktionen von Lernenden übernehmen.

Zur Beschreibung von Gesten als Zeichen nach Peirce

Goldin-Meadow (2003) grenzt Gesten während des Sprechens von funktionalen Akten an Objekten oder Personen ab (vgl. ebd., 8). Kendon (2004) beschreibt sie als gestenhaft identifizierbare Körperbewegungen, denen „manifest deliberate expressiveness“ (ebd., 15) unterstellt wird. Nicht nur Hände und Arme können dabei Gesten ausführen (vgl. ebd., 12). Huth (2018) zeigt die Integration von Material in Lernendengesten. Als Konsens gilt die besondere Beziehung von Gestik und Lautsprache als zeitlich, semantisch und syntaktisch co-expressives Sprachsystem (vgl. Fricke, 2007, 143ff). Eigenschaften von Gesten sind u.a. Bildhaftigkeit, Dreidimensionalität, Flexibilität und Freiheit in Form und Ausführung. Mit der Gestik können z.B. Handlungen nachgestellt, (fiktive) Gegenstände geformt und positioniert, Deiktika präzisiert oder gedeutet werden (vgl. Huth, 2018, 221; Fricke, 2007, 57ff). Gesten sind i.d.R. spontan erzeugt und dienen Sprecher*in und Hörer*in. Interaktiv können gleiche Gesten für das gleiche Gemeindeglied als Konvention repetitiv hervorgebracht werden (vgl. Fricke, 2007, 196). Zur Beschreibung von Gesten dient hier der triadische Zeichenbegriff nach Peirce (vgl. Peirce, CP 2.228). Der Fokus liegt dabei auf der Zeicheninterpretation:

Das Repräsentamen gilt als äußerlich wahrnehmbares Zeichen, z.B. eine Geste. Das Objekt ist das, was durch die zeichenlesende der zeichenerzeugenden Person unterstellt wird, mit z.B. einer Geste gemeint zu haben (vgl. Schreiber, 2010, 32). Der Interpretant wird durch die Wahrnehmung des Zeichens als Zeichen im Geiste der zeichenlesenden Person erzeugt. Er kann erneut geäußert zum neuen Repräsentamen im unendlichen Zeichenprozess werden. Repräsentamen (R), Objekt (O) und Interpretant (I) stehen in triadischer Relation. Schreiber (2010) nutzt die Peirce'sche Zeichentriade zur Analyse von chatbasierten Schüler*innen-Inskriptionen. Er entwickelt die Semiotischen Prozess-Karten (SPK, vgl. ebd., 60ff), die den komplexen semiotischen Prozess abbilden. Dieser ist von Verschachtelungen, Abbrüchen und der Hervorbringung mehrerer Interpretanten zu einem Repräsentamen geprägt (vgl. ebd., 148ff). Im vorliegenden Beitrag werden die SPK für die Analyse von Gesten adaptiert verwendet (siehe unten, vgl. Huth, 2018, 224f).

Zum verwendeten Begriff der Diagramme im Peirce'schen Sinne

Schreiber (2010) bezeichnet schriftliche Darstellungen, aber auch z.B. Materialanordnungen im Mathematiklernen als Inskriptionen. Sie sind materiell fixiert, mobil, eigenschaftstreu und im Maßstab flexibel. Durch interaktiv ausgehandelte Konventionen verknüpft, können sie zum Diagramm im Mathematiktreiben werden (vgl. ebd., 27f u. 41f). Das diagrammatische Arbeiten gilt als Kern dieses Mathematiktreibens, in dem mathematische Entdeckungen gemacht und Erkenntnisse gewonnen werden. Dabei sind die mathematischen Objekte im Diagramm materiell verfügbar und regelhaft manipulierbar (vgl. Dörfler, 2006, 105). Für Gesten ist Inskriptionalität bzw. Diagrammatizität zunächst weniger anzunehmen. Sie sind flüchtig und gerade nicht formgebunden und regelhaft. In mathematischen Lernendeninteraktionen zeigen sie sich aber u.a. als quasi-materialisierte Inskriptionen, weil sie z.B. regelhaft verknüpft als mathematische Darstellung dienen. Sie sind dabei partiell selbst Teil des verhandelten Diagramms, zeigen mögliche und nicht-mögliche Manipulationen und dessen Lesart an (vgl. Huth, 2013, 495; Huth, 2018, 229f; Vogel & Huth, in Druck).

Beispiel: Gestenfunktionen in mathematischen Interaktionen

Jakob und Claus (2. Klasse) erzeugen gemeinsam aus drei Tierfiguren alle möglichen Permutationen ($n=3$). Sie finden insgesamt sechs Reihenfolgen, die sie mit Papierkarten nachlegen (s. Abb., vgl. Huth, 2013). Die Situation ist videografiert, transkribiert und im ersten Schritt interaktionstheoretisch ausgewertet (vgl. Krummheuer, 1992). Im Anschluss erfolgt eine semiotische Analyse (vgl. Schreiber, 2010, Huth, 2018). Die SPK (s. Abb.) ist von

oben nach unten und links nach rechts zu lesen. Gleichzeitige Äußerungen stehen nebeneinander (Triade 12a u. b). Jede Äußerung ist ein über den Interpretanten verbundenes lautsprachliches (links) und gestisches (rechts) Triadenpaar im Zeichenprozess. Die SPK zeigt ausschnittsweise Jakobs Erklärung, warum es nur sechs Reihenfolgen geben kann. Lautsprachlich eher rudimentär, stellt er gestisch die mathematische Idee der Permutation dar, markiert Fixpunkte und vergleicht Reihenfolgen (Reihenfolgen 1 u. 3). Jakobs Gesten erfüllen verschiedene Funktionen: Sie strukturieren und verorten die Erläuterung (Triaden 11 & 12a), klären mathematischen Deutungen (Triade 10), stellen mathematische Ideen dar (Triade 12a) und zeigen regelhafte Manipulationen am Diagramm (Triade 11 & 12a) der Reihenfolgen. Sie zeigen diagrammatische Strukturen und die Lesart des Diagramms. Die SPK zeigt die Komplexität des Zeichenprozesses (vgl. Schreiber, 2010, 148ff) bezüglich Multimodalität und Interaktion.

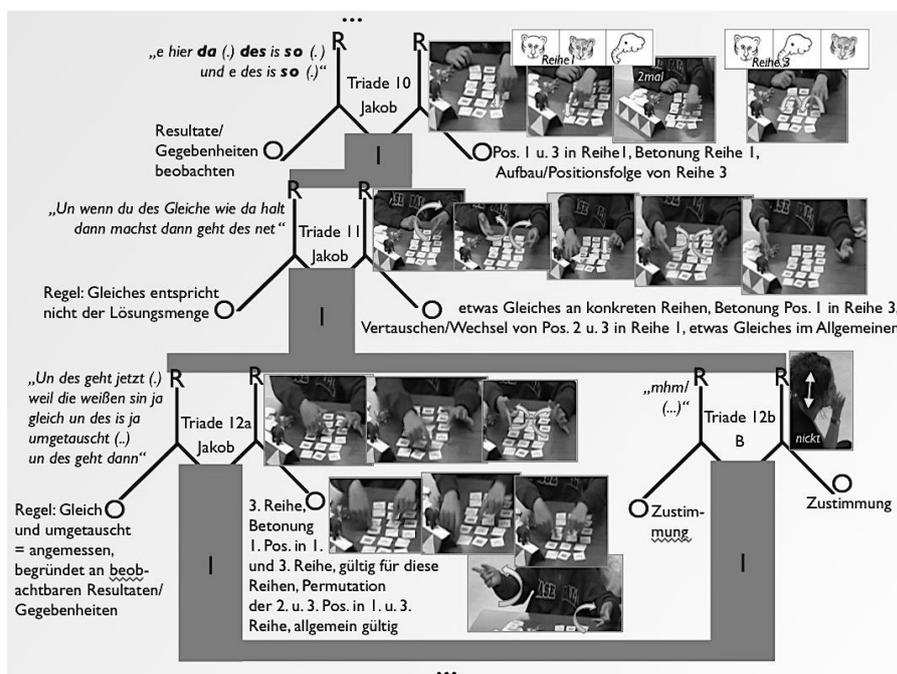


Abb.: Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte: Jakobs Erklärung

Fazit

Jakob drückt seine mathematischen Erkenntnisse im Schwerpunkt im gestischen Modus aus. Seine lautsprachliche Erläuterung wird oft erst durch die Gestik als Teil der mathematischen Darstellung deutbar. Die Gesten erfüllen dabei eine Vielzahl an Funktionen (siehe oben). Es bedarf einer Aufwertung der Gestik im mathematikdidaktischen Diskurs mit Blick auf die Herausforderungen der Gestaltung von Lehr-Lernprozessen mit verschiedenen Darstellungsebenen und der Verwendung mathematischer Alltags-, Unterrichts- und Fachsprache. Die Gestik kann einen Beitrag leisten, mathematische

Darstellungen in einem den Lernenden vertrauten, unmittelbar verfügbaren und zunächst formungebundenen Modus zu erzeugen und das diagrammatische Arbeiten der Lernenden mitzugestalten.

Literatur

- Arzarello, F., Paola, D. Robutti, P. & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97–109.
- De Freitas, E. & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 80, 133–152.
- Dörfler, W. (2006). Inscriptions as Objects of Mathematical Activities. In Maasz, J. & Schloeglmann, W. (Hrsg.), *New Mathematics Education Research and Practice*. (S. 97–112). Rotterdam: Sense Publishers.
- Fricke, E. (2007). *Origo, Geste u. Raum. Lokaldeixis im Deutschen*. Berlin: de Gruyter.
- Goldin-Meadow, S. (2003). *Hearing Gesture. How Our Hands Help Us Think*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.
- Huth, M. (2013). Mathematische Gestik und Lautsprache von Lernenden. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Berichtband der 47. Tagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Münster 2013* (S. 492–495). Münster: WTM-Verlag.
- Huth, M. (2018). Die Bedeutung von Gestik bei der Konstruktion von Fachlichkeit in mathematischen Gesprächen junger Lernender. In M. Martens, K. Rabenstein, K. Bräu, M. Fetzer, H. Gresch, I. Hardy & C. Schelle. *Konstruktion von Fachlichkeit. Ansätze, Erträge und Diskussionen in der empirischen Unterrichtsforschung* (S. 219–231). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Kendon, A. (2004). *Gesture. Visible Action as Utterance*. Cambridge University Press.
- Krause, C. (2016). *The mathematics in our hands*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit "Format". Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie. Diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts*. Weinheim, Deutscher Studien Verlag.
- Meyer, M. und S. Prediger (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *PM (Praxis der Mathematik in der Schule)*, 54(45), 2–9.
- Ott, B. (2016). *Textaufgaben grafisch darstellen. Entwicklung eines Analyseinstruments und Evaluation einer Interventionsmaßnahme*. Münster: Waxmann.
- Peirce, Ch. S. (CP). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce* (Volumes I-VI, ed. by Charles Hartshorne and Paul Weiss, 1931-1935, Volumes VII-VIII, ed. by Arthur W. Burks, 1958, quotations according to volume and paragraph). Cambridge, Mass.: Harvard UP.
- Schreiber, C. (2010). *Semiotische Prozess-Karten – Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen*. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik. Band 4, Münster: Waxmann.
- Vogel, R. & Huth, M. (in Druck). Modusschnittstellen in mathematischen Lernprozessen. Handlungen am Material und Gesten als diagrammatische Tätigkeit. In Kadunz, G. (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht – Semiotik in Theorie und Praxis*. Springer.