

Katja LENZ, Freiburg & Gerald WITTMANN, Freiburg

## **Wissensprofile bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissens zu Brüchen**

Prozedurales und konzeptuelles Wissen zu Brüchen können empirisch getrennt werden und bilden eigenständige Skalen (Lenz et al., 2019a). Die Frage, ob sich die beiden Wissensarten auch auf der Ebene der einzelnen Schüler\*innen unterscheiden lassen, ist insofern bedeutsam, als Leistungsunterschiede im Bereich der Brüche immer wieder mit unterschiedlichen *Wissensprofilen* bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissen erklärt werden (Bempeni et al., 2018; Hecht & Vagi, 2012).

### **Theoretischer Hintergrund**

*Prozedurales Wissen* zu Brüchen beinhaltet Wissen über die Ausführung der Rechenoperationen, insbesondere Wissen über die Teilschritte eines Verfahrens und deren Reihenfolge. *Konzeptuelles Wissen* zu Brüchen umfasst sowohl Wissen darüber, was Brüche ausmacht (z. B. Zahleigenschaften, Grundvorstellungen), als auch Wissen darüber, warum die Rechenverfahren so funktionieren (Crooks & Alibali, 2014; Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Gemäß dem *iterativen Ansatz* wird davon ausgegangen, dass sich prozedurales und konzeptuelles Wissen in einem wechselseitigen Zusammenspiel entwickeln. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass ein Zuwachs in einer der beiden Wissensarten einen Zuwachs in der anderen Wissensart anstößt, wobei empirische Befunde nahelegen, dass das konzeptuelle Wissen einen größeren Effekt auf die Entwicklung des prozeduralen Wissens hat als umgekehrt (Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Entsprechend dem iterativen Ansatz und der hohen Korrelation beider Wissensarten (Hallett et al., 2010; Lenz et al., 2019a) ist zu erwarten, dass es vorwiegend Schüler\*innen gibt, die gleichermaßen Stärken oder Schwächen im prozeduralen und konzeptuellen Wissen aufweisen. Jedoch wurden in Studien zu individuellen Unterschieden im prozeduralen und konzeptuellen Wissen zu Brüchen (über unterschiedliche Stichproben und Altersklassen hinweg) Cluster identifiziert, auf welche diese Erwartung nicht zutrifft (Bempeni et al., 2018; Hallett et al., 2010). Hinsichtlich der Entstehung der individuellen Wissensprofile gibt es mehrere Erklärungsansätze, die jedoch empirisch nicht belegt sind: Unterschiede bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissens werden z. B. auf Unterschiede im Vorwissen (Schneider, Rittle-Johnson & Star, 2011), auf unterschiedliche kognitive Veranlagungen oder unterschiedliche Lernerfahrungen (Hallett et al., 2012) zurückgeführt.

## **Forschungsfrage**

Im Rahmen der vorliegenden Studie werden derartige individuelle Unterschiede im prozeduralen und konzeptuellen Wissen zu Brüchen in unterschiedlichen Schulformen untersucht. Die zentrale Forschungsfrage lautet: *Welche Wissensprofile lassen sich bei Schüler\*innen bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissens zu Brüchen identifizieren?*

## **Methodisches Vorgehen**

In einer schriftlichen Gruppentestung wurden die Daten von 377 Schüler\*innen (Realschule: N = 235; Gymnasium: N = 142) der 8. und 9. Klasse erhoben. Hierzu wurde ein Testinstrument zur differenzierten Erfassung von prozeduralem und konzeptuellem Wissen zu Brüchen eingesetzt (Lenz et al., 2019a). Um individuelle Unterschiede in den beiden Wissensarten zu untersuchen, wurde eine hierarchische Clusteranalyse (Ward-Methode) der Gesamtstichprobe und der beiden Teilstichproben durchgeführt. Da sich in bisherigen Untersuchungen eine hohe gemeinsame Varianz der beiden Wissensarten zeigte, wurden zur Klassifizierung der Schüler\*innen der z-standardisierte Summenwert der konzeptuellen Skala und der mittels linearer Regression berechnete Residualwert für das prozedurale Wissen verwendet (Bempeni et al., 2018; Hallett et al., 2010, 2012; Hecht & Vagi, 2012). So lassen sich das konzeptuelle Wissen der Versuchspersonen und ihre Abweichung vom erwarteten prozeduralen Wissen einander gegenüberstellen. Da Clusteranalysen auf stichprobenabhängigen Zuweisungen von Testpersonen in Gruppen basieren (Bortz & Schuster, 2010), ist eine Vergleichbarkeit von Clustern über unterschiedliche Stichproben hinweg eingeschränkt.

## **Ergebnisse**

Wie zuvor schon in anderen Studien konnten individuelle Unterschiede bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissens identifiziert werden. Die Clusteranalyse liefert für die Gesamtstichprobe eine 5-Cluster-Lösung. In den beiden Teilstichproben zeigt sich eine 4-Cluster-Lösung für die Realschule und eine 3-Cluster-Lösung für das Gymnasium. Die ermittelten Cluster lassen sich durch unterschiedliche Wissensprofile beschreiben:

- gleichermaßen hohes konzeptuelles und prozedurales Wissen (Cluster 1),
- niedriges konzeptuelles Wissen und mehr prozedurales Wissen, als demnach zu erwarten gewesen wäre (Cluster 2),
- mittleres konzeptuelles Wissen und mehr prozedurales Wissen, als demnach zu erwarten gewesen wäre (Cluster 3)
- mittleres konzeptuelles Wissen und weniger prozedurales Wissen, als demnach zu erwarten gewesen wäre (Cluster 4)

- gleichermaßen niedriges konzeptuelles und prozedurales Wissen (Cluster 5).

	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5
Gesamtstichprobe	N = 162	N = 50	N = 81	N = 22	N = 62
Realschule	n = 82	n = 63		n = 45	n = 45
Gymnasium	n = 71	n = 43			n = 28

Tab.: Anzahl der Schüler\*innen in den Clustern

Cluster 1 und Cluster 5 entsprechen der Annahme, dass aufgrund der hohen Korrelation die meisten Schüler\*innen über gleichermaßen hohes prozedurales und konzeptuelles Wissen bzw. über gleichermaßen niedriges prozedurales und konzeptuelles Wissen verfügen. Die übrigen Cluster, die abweichende Ausprägungen bezüglich des prozeduralen und konzeptuellen Wissens zeigen, deuten an, dass sich die beiden Wissensarten auf Individual-ebene zumindest ein Stück weit unabhängig voneinander entwickeln können.

### Diskussion und Ausblick

Cluster 2 verweist darauf, dass es Schüler\*innen gibt, die über mehr prozedurales Wissen verfügen, als anhand ihres konzeptuellen Wissens zu erwarten gewesen wäre. Hierfür könnten Lerngelegenheiten ursächlich sein, welche vorwiegend auf prozedurales Wissen fokussieren (Lenz et al., 2019b). Die Annahme, dass es Schüler\*innen vor allem an konzeptuellem Wissen zu Brüchen mangelt, kann empirisch nicht bestätigt werden, da Cluster 2 in keiner der Stichproben die größte Schüler\*innengruppe umfasst. Darüber hinaus erscheint vor allem der erwartungswidrige Cluster 4 interessant. Eine Erklärung für die Frage, warum Schüler\*innen ihr konzeptuelles Wissen nicht auch in Rechenfertigkeiten umsetzen, könnten Flüchtigkeitsfehler oder fehlendes Vorwissen im Bereich der natürlichen Zahlen sein, da ein Zusammenhang zwischen der Rechenfertigkeit im Bereich der natürlichen Zahlen und dem Wissen zu Brüchen belegt ist (Hansen et al., 2015).

Außerdem ist nicht geklärt, inwiefern die ermittelten Cluster Momentaufnahmen bestimmter Entwicklungsstadien tatsächlich unterschiedliche Schüler\*innentypen abbilden. Hier könnten Längsschnittstudien zur Klärung beitragen. Sollten die Cluster konstante Wissensprofile abbilden, erscheint der iterative Ansatz nicht mehr haltbar und es wäre von Interesse, in welcher Weise eine adaptive differenzielle Förderung der beiden Wissensarten möglich ist.

## Literatur

- Bempeni, M., Pouloupoulou, S., Tsiplaki, I. & Vamvakoussi, X. (2018). Individual differences in fractions' conceptual and procedural knowledge: What about older students? *Proceedings of PME 42*, Umea, Schweden: PME.
- Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Crooks, N. M. & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review*, 34(4), 344–377.
- Hallett, D., Nunes, T. & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102, 395–406.
- Hallett, D., Nunes, T., Bryant, P. & Thorpe, C. M. (2012). Individual differences in conceptual and procedural fraction understanding: The role of abilities and school experience. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(4), 469–486.
- Hansen, N., Jordan, N. C., Fernandez, E., Siegler, R. S., Fuchs, L. S., Gersten, R. & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, 35, 34–49.
- Hecht, S. A. & Vagi, K. J. (2012). Patterns of strengths and weaknesses in children's knowledge about fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(2), 212–229.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Hrsg.), *Conceptual and procedural knowledge. The case of mathematics* (S. 1–27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lenz, K., Dreher, A., Holzäpfel, L. & Wittmann, G. (2019a). Are conceptual and procedural knowledge empirically separable? – The case of fractions. *British Journal of Educational Psychology* (in Druck).
- Lenz, K., Holzäpfel, L. & Wittmann, G. (2019b). Aufgaben als Lerngelegenheiten für konzeptuelles und prozedurales Wissen zu Brüchen – Eine vergleichende Schulbuchanalyse. *mathematica didactica* 42(2), 105–121.
- Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Hrsg.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (S. 1102–1118). Oxford, UK, New York, NY: Oxford University Press.
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2011). Relations between conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental Psychology*, 47, 1525–1538.