

Renate MOTZER, Augsburg

Simulationen im Kontext von Hypothesentests

Der Vorteil von Simulationen im Stochastik-Unterricht ist, dass viele Durchführungen eines Zufallsexperiments schnell simulierbar sind. Dies kann hilfreich sein, um das Gesetz der großen Zahlen zu verdeutlichen oder um Wahrscheinlichkeiten bei einer Bernoulli-Kette abzuschätzen. Eine wichtige Voraussetzung für eine Simulation sind: Die Einzelwahrscheinlichkeit ist bekannt. Meistens erfolgen die mehrmaligen Durchführungen unabhängig voneinander. Wird die Anzahl der Durchführungen bei einer Bernoulli-Kette groß genug gewählt, liefert die relative Häufigkeit, die bei der Simulation auftritt, eine gute Näherung für die Wahrscheinlichkeit für das untersuchte Ereignis. Damit können z.B. auch die Sigma-Regeln „nachgeprüft“ werden.

Das Problem beim Hypothesentest ist nun: Die Einzelwahrscheinlichkeit ist nicht bekannt. Darüber liegen nur Hypothesen vor. Es kann also nicht das eigentliche Experiment simuliert werden, sondern nur untersucht werden, wie das Experiment ablaufen könnte, wenn die Nullhypothese (oder eine Variante der Gegenhypothese) zuträfe. Die (natürlichen oder relativen) Häufigkeiten, die sich ergeben, geben Hinweise auf bedingte Wahrscheinlichkeiten: Unter der Bedingung, dass die Nullhypothese zutrifft, dürfte die Wahrscheinlichkeit für solch ein Ergebnis ungefähr bei der erzielten relativen Häufigkeit liegen.

Wir setzen also die Nullhypothese voraus und lassen den Computer viele Testreihen unter dieser Voraussetzung erzeugen. Dann können wir prüfen, wie viele Testreihen in den Annahme- bzw. Ablehnungsbereich fallen.

Solche Simulationen können leicht mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erzeugt werden. Ein Beispiel für eine 500-malige Durchführung einer Bernoulli-Kette der Länge 100 wurde vorgestellt.

Interessant dürfte auch ein Vergleich sein, wie oft ein Phänomen in zwei Populationen auftritt. Ist ein beobachteter Unterschied signifikant? Hier erfolgt die Simulation unter der (hypothetischen) Bedingung, dass die Wahrheit in der Mitte liege. Hierbei stellt sich die Frage, wie groß die Wahrscheinlichkeit für ein gleichzeitiges Abweichen der einer Population nach unten und der anderen nach oben ist. Das vorgestellte Beispiel, bei dem beide Populationen gleich groß (n) gewählt wurden, zeigt, dass die relative Häufigkeit für einen Mindestabstand von Wurzel aus $2n$ zwischen dem Auftreten des untersuchten Merkmals in der einen Population vergleichen mit der anderen bei ca. 5% liegt (was den Ergebnissen einer theoretischen Untersuchung des Phänomens mit dem Chi-Quadrat-Test entspricht).