

Silke NEUHAUS, Magdeburg & Stefanie RACH, Magdeburg

## **Beweisverständnis messen – Ist Textverfügbarkeit ein relevanter Faktor?**

Zu Beginn ihres Studiums beschäftigen sich Mathematikstudierende häufig mit dem Lesen und Verstehen von Beweisen. Unklar ist bisher, was Beweisverständnis genau ist und wie diese Fähigkeit erfasst werden kann. Diese Studie soll einen weiteren Einblick in die Beantwortung dieser Fragen geben, wobei vor allem das Messen von Beweisverständnis fokussiert wird.

### **Erste Ansätze zum Beweisverständnis**

Beweisen ist gerade zu Studienbeginn eine Tätigkeit, die vielen Studierenden schwerfällt (Mejia-Ramos & Inglis, 2009). Dabei müssen die Studierenden nicht nur selbst Beweise konstruieren, sondern auch Beweise in Vorlesungen oder Lehrbüchern lesen und verstehen (Mejia-Ramos & Inglis, 2009). Es existieren bisher nur wenige Studien zur Konzeptualisierung und Operationalisierung von Beweisverständnis (Mejia-Ramos & Inglis, 2009). Einen ersten Schritt in diese Richtung haben Mejia-Ramos et al. (2012) gemacht, indem sie ein Operationalisierungsmodell für Beweisverständnis vorgestellt haben. Auf Basis dieses Modells wurden bereits mehrere Tests entwickelt und genutzt, um z. B. das Konstrukt Beweisverständnis näher zu untersuchen oder mögliche Interventionen zu evaluieren (z. B. Hodds et al., 2014; Neuhaus & Rach, 2018, 2019). Unklar ist aber, wie diese Tests genau zu administrieren sind, um Beweisverständnis bzw. gewisse Aspekte von Beweisverständnis zu erfassen. Da wir Beweisverständnis als Textverständnis bestimmter mathematischer Texte auffassen, betrachten wir auch Forschungsergebnisse aus dem allgemeinen Textverständnis.

### **Messung von Textverständnis**

In den Sprachwissenschaften wird untersucht, inwiefern die Verfügbarkeit des Textes auch während des Textverständnis-tests Auswirkungen auf die Messung von Textverständnis hat (z. B. Ozuru et al., 2007). Beide Messarten (mit und ohne Text) weisen oftmals hohe Zusammenhänge zueinander auf (OECD, 2019). Allerdings vermuten Ozuru et al. (2007), dass ohne Textverfügbarkeit während der Bearbeitung der Verständnisfragen eher gemessen wird, wie gut beim Lesen des Textes vor dem Test ein Situationsmodell des Textes gebildet wurde, also wie gut Lesende neue Informationen aus dem Text mit ihrem Vorwissen verbinden konnten. Dagegen könnte bei Tests mit Textverfügbarkeit auch gemessen werden, inwiefern Studierende weitere

Ressourcen (z. B. bestimmte Lesestrategien) nutzen, um Testitems zu beantworten. Hintergrund ist dabei, dass wahrscheinlich durch die Testitems getriggert der Text zielgerichteter gelesen wird (vgl. auch Ferrer et al., 2017). Zusätzlich wurde untersucht, inwiefern verschiedene Faktoren, z. B. Vorwissen, unterschiedliche Zusammenhänge zum Textverständnis aufweisen, je nachdem ob mit Textverfügbarkeit oder ohne gemessen wird. Dabei konnten Ozuru et al. (2007) zeigen, dass Textverfügbarkeit den Zusammenhang zwischen Vorwissen und Textverständnis reduziert, während der Zusammenhang bei Tests ohne Textverfügbarkeit groß ist. Dagegen konnten Schaffner & Schiefele (2013) weder bei der Gruppe mit Text noch bei der Gruppe ohne Text einen signifikanten Zusammenhang zwischen Vorwissen und Textverständnis nachweisen, fanden aber stattdessen in beiden Gruppen mittlere Zusammenhänge zur intrinsischen Motivation.

In der Mathematikdidaktik konnten bereits hohe Zusammenhänge zwischen Vorwissen und Beweisverständnis nachgewiesen werden, wenn für die Beantwortung der Items auf den Beweis zurückgegriffen werden konnte (Neuhaus & Rach, 2018, 2019). Allerdings wurde bisher, soweit uns bekannt ist, noch nicht untersucht, ob auch Beweisverständnistests ohne Textverfügbarkeit möglich sind, also Tests bei denen, nachdem der Beweis gelesen wurde, für die Beantwortung der Verständnisfragen nicht auf den Beweis zurückgegriffen werden darf. Zusätzlich interessiert uns, welche Zusammenhänge dabei zu weiteren individuellen Merkmalen von Studierenden bestehen.

### **Methode und Instrumente**

Die Stichprobe bestand aus  $N = 119$  Teilnehmenden eines mathematischen Vorkurses für die Studiengänge (Wirtschafts)Mathematik und Lehramt für Gymnasium mit Fach Mathematik.

Es wurden zwei Beweisverständnistests im Bereich der Zahlentheorie nach dem Modell von Mejia-Ramos et al. (2012) entwickelt, die sich inhaltlich unterscheiden. In Beweis 1 wird eine Behauptung über monadische und triadische Primzahlen durch einen Beweis durch Widerspruch fundiert, Beweis 2 beinhaltet eine Behauptung über Primzahlzwillinge, die mithilfe einer Fallunterscheidung direkt bewiesen wird. Die zwei Beweisverständnistests bestehen aus neun bzw. elf Items und wurden in ein Manual mit Skalen zur Erfassung von Interesse an Schul- und Hochschulmathematik (Ufer, Rach & Kosiol, 2017) inkludiert. Zusätzlich wurde das Vorwissen durch Abiturnote und Schulnoten in Deutsch und Mathematik erfasst. Die Studierenden erhielten Beweis 1 von Test 1 auf einem einzelnen Blatt, während Beweis 2 zu

Test 2 im Manual inkludiert war. Die Studierenden lasen zunächst zehn Minuten lang Beweis 1 und beantworteten danach ohne Beweis 1 den zugehörigen Test 1, bevor sie Test 2 mit Zugang zu Beweis 2 bearbeiten konnten.

## **Ergebnisse**

Beide Beweisverständnis tests wiesen eine knapp zufriedenstellende Reliabilität auf und es waren keine Boden- oder Deckeneffekte feststellbar. Bivariate Korrelationen nach Pearson zeigen zwischen den inhaltlich verschiedenen und unterschiedlich administrierten Beweisverständnis tests einen großen Zusammenhang. Zusätzlich wies sowohl Beweisverständnis mit als auch ohne Textverfügbarkeit einen mittleren bis großen Zusammenhang zur Abitur- und letzten Schulnote in Mathematik auf. Im Gegensatz zum Test ohne Textverfügbarkeit, kann beim Beweisverständnis test mit Text auch ein Zusammenhang zur letzten Deutschnote sowie ein negativer Zusammenhang zum Interesse an Schulmathematik nachgewiesen werden. Es konnte kein Zusammenhang zwischen Beweisverständnis und Interesse an Hochschulmathematik identifiziert werden.

## **Diskussion und Ausblick**

Beweisverständnis ist eine wichtige Fähigkeit für Studierende in der Studieneingangsphase. Diese Studie beschäftigt sich mit dem Messen von Beweisverständnis und fokussiert dabei den Faktor Textverfügbarkeit. Zunächst ist an den Ergebnissen zu erkennen, dass ein Beweisverständnis test auch ohne Textverfügbarkeit nutzbar ist. Wie auch Forschungsergebnisse zum allgemeinen Textverständnis zeigen, weisen unsere Ergebnisse auf einen hohen Zusammenhang zwischen Beweisverständnis mit und ohne Textverfügbarkeit hin (vgl. OECD, 2019; Ozuru, 2007). Zusätzlich konnten Ergebnisse aus einer vorherigen Studie mit Beweisverständnis test 2 mit einer neuen Stichprobe repliziert werden (vgl. Neuhaus & Rach, 2018). Explorativ wurden Zusammenhänge zwischen den Leistungen in den verschiedenen Beweisverständnis tests und individuellen Merkmalen untersucht. Auch wenn unterschiedliche Zusammenhänge zwischen den beiden Messarten und dem Interesse und der letzten Deutschnote gemessen werden konnten, kann noch keine genaue Aussage darüber getroffen werden, ob die beiden Messarten unterschiedliche Aspekte von Beweisverständnis messen. Dafür sind weitere Studien nötig.

Wichtig ist anzumerken, dass in dieser Studie Beweisverständnis durch zwei verschiedene Tests gemessen wurde. Dadurch ist es schwer abzuschätzen, ob die Unterschiede durch die Administration der Tests oder durch die Testinhalte an sich entstanden sind. Allerdings ist anhand der Ergebnisse an-

nehmbar, dass zumindest ein hoher Zusammenhang zwischen den gemessenen Fähigkeiten und zum Vorwissen besteht. Somit gibt diese Studie erste Einblicke in die Operationalisierung von Beweisverständnis und die Administration von Beweisverständnistests. In weiteren Studien könnte untersucht werden, inwiefern sich das konkrete Beweisleseverhalten der Studierenden ändert, wenn ein Test mit oder ohne Textverfügbarkeit administriert wird.

## Literatur

- Ferrer, A., Vidal-Abarca, E., Serrano, M.-Á. & Gilabert, R. (2017). Impact of text availability and question format on reading comprehension processes. *Contemporary educational psychology*, 51, 404–415.
- Hodds, M., Alcock, L. & Inglis, M. (2014). Self-explanation training improves proof comprehension. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 62–101.
- Mejia-Ramos, J. P. & Inglis, M. (2009). Argumentative and proving activities in mathematics education research. In F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna & M. de Villiers (Hrsg.), *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education* (Vol. 2, S. 88–93). Taipei, Taiwan.
- Mejia-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K. & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 3–18.
- Neuhaus, S. & Rach, S. (2018). Beweisverständnis in der Studieneingangsphase – Konzeptualisierung und erste Ergebnisse. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*, (Band III, S. 1307–1311). Münster: WTM-Verlag.
- Neuhaus, S. & Rach, S. (2019). Proof comprehension of undergraduate students and the relation to individual characteristics. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis, (Hrsg.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- Ozuru, Y., Best, R., Bell, C., Witherspoon, A. & McNamara, D. S. (2007). Influence of Question Format and Text Availability on the Assessment of Expository Text Comprehension. *Cognition and Instruction*, 25(4), 399–438.
- OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, Paris: OECD Publishing.
- Schaffner, E. & Schiefele, U. (2013). The prediction of reading comprehension by cognitive and motivational factors: Does text accessibility during comprehension testing make a difference? *Learning and Individual Differences*, 26, 42–54.
- Ufer, S., Rach, S. & Kosiol, T. (2017). Interest in mathematics = Interest in mathematics? What general measures of interest reflect when the object of interest changes. *ZDM Mathematics Education*, 49(3), 397–409.