

Melanie PLATZ, Innsbruck

Können digitale Medien Kinder beim präformalen Beweisen in der Primarstufe unterstützen?

In diesem Beitrag wird der aktuelle Stand der Entwicklung einer Lernumgebung (LU) zum präformalen Beweisen, in der digitale Medien in folgendem Sinne Anwendung finden, vorgestellt: „Das Beweisen wird nicht gelehrt, sondern gelernt, und zwar durch Selbsttätigkeit. [...] An geeignetem Material, und das zu erstellen, ist die Aufgabe des Unterrichtsentwicklers“ (Freudenthal, 1979, S.197f). Doch wie und inwiefern verbindet eine solche Selbsttätigkeit am Material Grundschulkindern mit dem mathematischen Denken und führt zu einem Beweisverständnis?

1. Einleitung

Ausgehend von der Hochschullehre sollte im Rahmen des Projektes „E-Proofs“ ein E-Proof-System als Beweispuzzle mit ungeordneten Beweisfragmenten, die durch falsche Beweisfragmente ergänzt werden, umgesetzt werden (Platz et al., 2018). Im Rahmen einer Beobachtungsstudie stellte sich heraus, dass sich die tatsächlichen von den erwarteten Studierendenfehlern unterschieden. Viele Studierende scheiterten bereits bei der Entwicklung einer Beweisidee (vgl. auch Grieser, 2015; Götze, 2019). Bei der Förderung der Entwicklung von Beweisideen sollte bereits in der Primarstufe angesetzt werden, da sich das Beweisen für Lernende, wenn sie an weiterführenden Schulen oder an der Universität auf dieses stoßen, eher fremdartig und nicht wie eine natürliche Erweiterung ihrer früheren mathematischen Erfahrungen anfühlt (Stylianides, 2016). Dies lässt sich durch die Grundannahme „[...]“, dass ein Lernen ohne Brüche nur möglich ist, wenn der Mathematikunterricht vom Kindergarten bis zum Abitur als zusammenhängendes Ganzes gesehen wird und wenn er stufenübergreifend auf einem authentischen Bild von der Mathematik als ‚Wissenschaft der Muster‘ fußt“, (Wittmann, 2014, S. 213) stützen. Davon ausgehend entstand das Projekt „Prim-E-Proof“, welches das Ziel verfolgt LUn mit digitalen Medien (Open Source Applets auf Tablet PCs) zur Unterstützung von Argumentations- und Beweisfähigkeiten in der Primarstufe zu entwickeln. Lernprozesse sollen dabei mit substanziellen LUn, in denen – falls sinnvoll – digitale Medien Anwendung finden, unterstützt werden.

2. Forschungsmethode

Um digitale Medien zugeschnitten auf LUn gemeinsam mit diesen (weiter-)entwickeln zu können, wird eine Kombination aus Educational Design

Research (u.a. Plomp, 2013) und Design Science Research in Information Systems (Drechsler & Hevner, 2016) betrieben. Zur Entwicklung der LUen werden Leitideen nach Wollring (2008) sowie Kriterien substanzieller LUen beachtet. Ein Entscheidungsunterstützungssystem zur Auswahl passender Apps für den Mathematikunterricht der Grundschule (Platz, 2019) kann unterstützend bei der didaktischen Reflexion von digitalen Medien eingesetzt in LUen wirken, da sich das Potenzial digitaler Medien nur dann entfalten kann, wenn diese inhaltlich sinnvoll und didaktisch reflektiert eingesetzt werden. Um die Wirksamkeit der entwickelten LUen zu untersuchen, werden kollektive Fallstudien (u.a. Stake, 2008) mit der Fragestellung „Wie wirkt sich die entwickelte LU auf das Argumentations- und Beweisverhalten von Viertklässlern aus?“ durchgeführt. Abstraction in Context (Dreyfus & Kidron, 2014) wird dabei zur Datenanalyse angewendet.

3. Aktueller Stand & Ausblick

Auf Basis einer empirischen Pilotstudie, die mit 23 SuS einer Nordrhein-Westfälischen Grundschule am Ende der 4. Klasse durchgeführt wurde, wurde die Lernenden- bzw. Nutzerperspektive rekonstruiert (u.a. Platz, 2020), um Rückschlüsse für die Weiterentwicklung der LU und der darin verwendeten (digitalen) Arbeitsmittel ziehen zu können. Im Zentrum der getesteten LU steht die Aufgabenstellung „Wenn man zwei ungerade Zahlen miteinander addiert, erhält man immer eine gerade Zahl. Stimmt das? Begründe!“ (u.a. Platz, 2020). Zur Bearbeitung der Aufgabenstellung verwendeten die SuS das Wendepflichtchen-Applet (<https://www.melanieplatz.com/WPA/>) auf einem Tablet PC pro Zweiergruppe. Es sollte die Entwicklung einer Beweisidee durch die Annäherung an einen präformalen Beweis (Blum & Kirsch, 1991) angeregt werden. Allerdings konnte scheinbar noch kein Beweisbedürfnis (Kothe, 1979) bei den SuS geweckt werden (u.a. Platz, 2020), da die teilnehmenden SuS zwar Muster erzeugen konnten, diese aber nicht erklären oder beschreiben konnten. Auch eine Betrachtung eines Musters als Ganzes kann nur in die Handlungen einer Zweiergruppe hineingedeutet werden. In einem Fall fand sogar eine Verweigerung der Aufgabe statt, da Plättchen als „kindisch“ empfunden wurden. Eventuell kann ein Beweisbedürfnis durch die Erzeugung von Relevanzerelebnissen (Kothe, 1979) angeregt werden, um eine Verbindung der Selbsttätigkeit der SuS mit dem mathematischen Denken herzustellen. Um ein Relevanzerelebnis für die SuS zu erzeugen, wäre eine Idee einen historischen Exkurs (Krauthausen, 2018) zu realisieren, um so die LU in einen authentischen Kontext einzubetten. So könnten die Herangehensweisen und Arbeitsmittel der Pythagoreer, die Rechensteine zur Begründung arithmetischer Zusammenhänge verwendeten, in

die neue Version der LU implementiert werden (erster Entwurf eines Arbeitsblatts: https://www.melanie-platz.com/ES_2/Aufgabenblatt_gerade-ungerade_de_v2.pdf). In einer neuen Version des Applets (siehe Abb.) wurden Strukturierungshilfen (Walter, 2017) durch eine Gitterstruktur im Hintergrund sowie die Möglichkeit neben Einer-Plättchen auch Zweier-, Fünfer- oder Zehnerstangen mittels drag'n'drop verwendet, um dem Zählen entgegenzuwirken. Des Weiteren können Plättchen gruppiert werden, Gruppierungen können gedreht und verschoben werden und gruppierte Plättchen können wieder in Einer zerlegt werden. Ferner ermöglicht die Funktion des automatisierten Bildens von Rechtecken (mit ‚Nase‘ bei ungeraden Zahlen) aus den Plättchen durch Touch-Handlungen eine stärkere Passung zwischen Handlung und mentaler Operation (Walter, 2017).

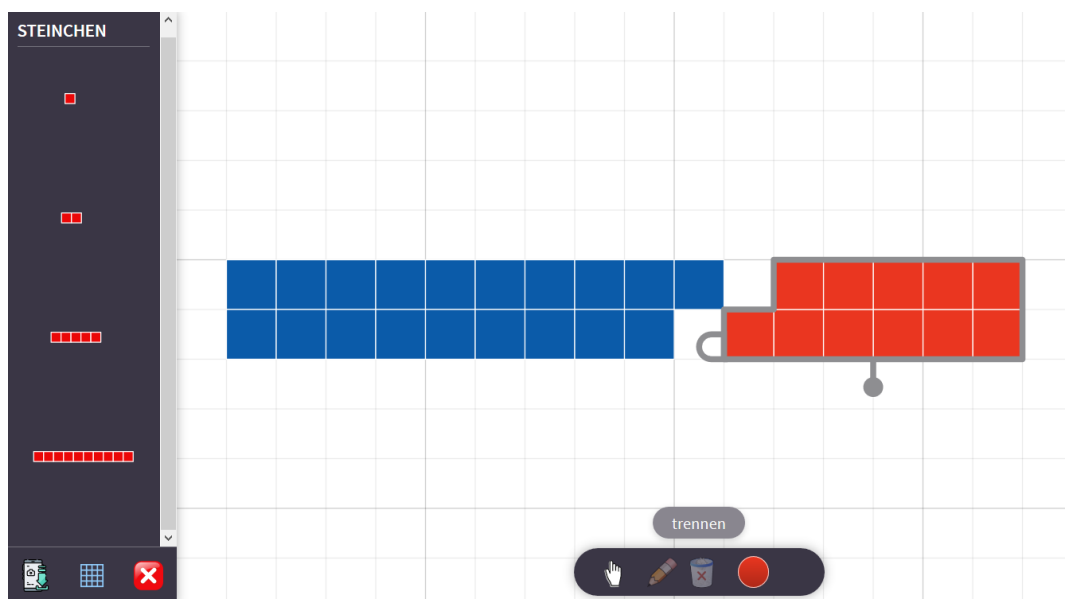


Abb.: Screenshot der vorläufigen optimierten Version des Applets

Nach Fertigstellung der neuen Version des Applets wird dieses im Rahmen einer optimierten Lernumgebung in empirischen Studien untersucht und weiterentwickelt.

Literatur

- Blum, W. & Kirsch, A. (1991). Preformal proving: Examples and reflections. *Educational Studies in Mathematics*, 22(2) 183–203.
- Drechsler, A., & Hevner, A. (2016). A four-cycle model of IS design science research: capturing the dynamic nature of IS artefact design. In *Breakthroughs and Emerging Insights from Ongoing Design Science Projects: Research-in-progress papers and poster presentations from the 11th International Conference on Design Science Research in Information Systems and Technology (DESRIST) 2016*. St. John, Canada, 23–25 May. DESRIST 2016.
- Dreyfus, T. and Kidron, I. (2014). *Introduction to Abstraction in Context (AiC)* (S. 85–96). Cham: Springer International Publishing.

- Freudenthal, H. (1979). Konstruieren, Reflektieren, Beweisen in phänomenologischer Sicht. *Beweisen im Mathematikunterricht: Vorträge des 2. Internationalen Symposiums für "Didaktik der Mathematik" von 26.9. bis 29.9. 1978 in Klagenfurt* (S. 183–200) Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky.
- Götze, D. (2019). Arithmetisches Verständnis bei Grundschulstudierenden fördern - Konzeptionelles und Beispiele aus dem Projekt „Arithmetik digital“. *Beiträge zum 5. Band der Reihe „Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien“*. *Digitale Medien in der Lehreraus- und -fortbildung von Mathematik Lehrkräften – Konzeptionelles und Beispiele* (S. 115–132). R. Rink & D. Walter (Hrsg.), Münster: WTM-Verlag.
- Grieser, D. (2015). Mathematisches Problemlösen und Beweisen: Entdeckendes Lernen in der Studieneingangsphase. In *Übergänge konstruktiv gestalten* (S. 87–102). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kothe, S. (1979). Gibt es Entwicklungsmöglichkeiten für ein Beweisbedürfnis in den ersten Schuljahren? *Beweisen im Mathematikunterricht: Vorträge des 2. Internationalen Symposiums für "Didaktik der Mathematik" von 26.9. bis 29.9. 1978 in Klagenfurt* (S. 275–282). Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Platz, M. (2019). Ein Entscheidungsunterstützungssystem zur Auswahl passender Apps für den Mathematikunterricht der Grundschule – Eine erste Version. *Beiträge zum 5. Band der Reihe „Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien“*. *Digitale Medien in der Lehreraus- und -fortbildung von Mathematik Lehrkräften – Konzeptionelles und Beispiele*. R. Rink & D. Walter (Hrsg.) (S. 167–182). Münster: WTM-Verlag.
- Platz, M. (2020). Lernumgebungen mit digitalen Medien zur Unterstützung von Argumentations- und Beweiskompetenzen in der Primarstufe – Der aktuelle Stand des Projektes „Prim-E-Proof“. *Sammelband zum Symposium „Lernen Digital“*. Waxmann Verlag. (eingereicht)
- Platz, M., Krieger, M., Winter, K. and Niehaus, E. (2018). Classroom Assessment and Learning Support for Logical Reasoning in Mathematics Education – Suggestion of an E-proof-Environment. *ICME 13 Monographs – Classroom Assessment in Mathematics: Perspectives from around the Globe* D. R. Thompson, M. Burton, A. Cusi & D. Wright (Hrsg.) (S. 107–120). Springer
- Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. *Educational Design Research*, 11–50.
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Oxford University Press.
- Walter, D. (2017). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps*. Cham: Springer.
- Wittmann, E. (2014). Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *mathematica didactica*, 37, 213–232.
- Wollring, B. (2008). Zur Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. *Schriftenreihe der Arbeitsgruppe „Empirische Bildungsforschung“ an der Universität Kassel*.