

Sebastian REZAT, Paderborn & Rudolf STRÄSSER, Gießen

Die Nutzung des Sozio-Didaktischen Tetraeders in der mathematikdidaktischen Forschung

Aufbauend auf einen Beitrag auf der 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics (PME30) zur Rolle von Mathematikschulbüchern im didaktischen Kontext (Rezat, 2006) entwickeln Rezat & Sträßer (2012) das Sozio-Didaktische Tetraeder (SDT). Vor dem Hintergrund, dass Artefakte im Zusammenhang mit dem Lernen von Mathematik eine zentrale Rolle einnehmen, betrachten sie Artefakte neben Schülern, Lehrerenden und dem mathematischen Gegenstand als Konstituente der didaktischen Situation und erweitern so das didaktische Dreieck durch Hinzuziehen der Artefakte als vierter Ecke zum didaktischen Tetraeder im engeren Sinne (DT). Durch die Berücksichtigung zentraler kultureller und sozialer Aspekte, die einen Einfluss auf das Lehren und Lernen von Mathematik haben, wird dieses Modell abermals in Anknüpfung an Engeström (1987) und dessen Beiträge zur Tätigkeitstheorie um eine sozio-kulturelle Ebene erweitert. Diese Erweiterung führt zum SDT, das als Modell der didaktischen Situation eine Vielzahl von Konstituenten dieser Situation berücksichtigt (vgl. Abb. 1).

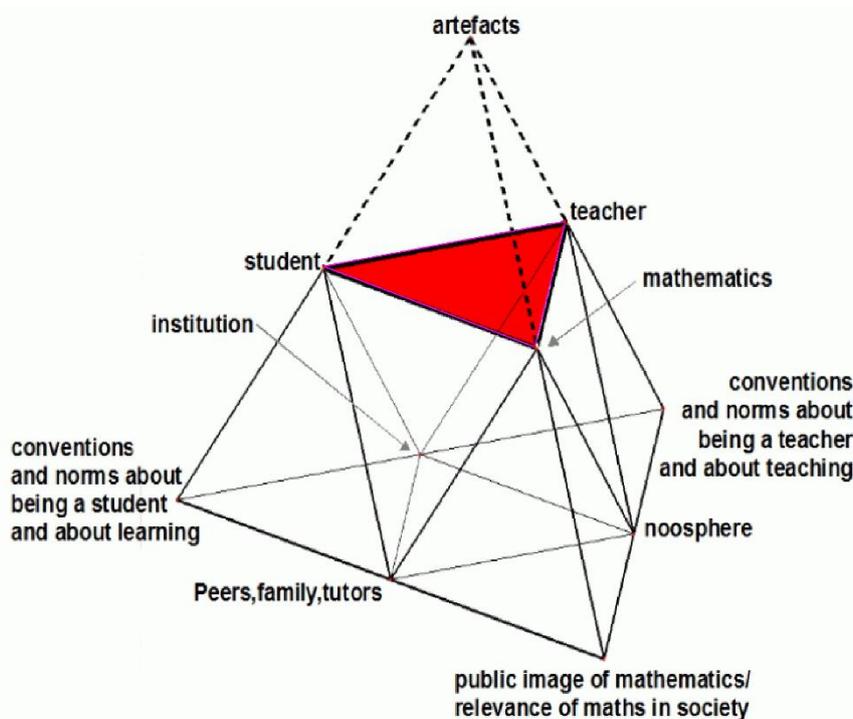


Abb. 1: Sozio-didaktisches Tetraeder (vgl. Rezat & Sträßer, 2012)

Rezat & Sträßer nutzen das DT selbst u. a. im Zusammenhang mit Studien zur Nutzung von Mathematikschulbüchern durch Lernende (Rezat, 2009) und zur Strukturierung von Forschungsbereichen (Rezat & Sträßer, 2015). Acht Jahre nach seiner Einführung soll in diesem Beitrag eine Rückschau gehalten werden zu der Frage, in welchen Zusammenhängen das (S)DT in der mathematikdidaktischen Forschung eingesetzt wurde und auf welche Fragestellungen es Antworten gegeben hat. Dabei stehen nicht die Arbeiten der beiden Autoren selbst im Fokus, sondern vorrangig die Nutzung des Modells durch andere Autoren. Grundlage für diese Analyse sind 45 Zitate auf Researchgate und 105 Zitate bei google scholar, die unter dem Stichwort „socio-didactical tetrahedron“ ermittelt wurden. Unterschieden wird dabei zwischen dem Didaktischen Tetraeder im engeren Sinne (DT) und dem Sozio-Didaktischen Tetraeder (SDT).

(S)DT als theoretisches Modell

Das DT wird in verschiedenen Arbeiten als theoretisches Modell zur Beschreibung der jeweiligen Situation verwendet.

Johnson, Coles, & Clarke (2017) nutzen das DT, um die komplexe Rolle von Aufgaben (als Artefakte) im Zusammenhang mit dem Lernen von Mathematik aus verschiedenen Perspektiven in den Blick zu nehmen und sich dabei möglicher Spannungsfelder bewusst zu werden. Die Autoren heben die strukturierende Funktion des DT hervor, da die vermittelnde Rolle von Aufgaben gesondert auf jeder Seite des DT analysiert werden kann. Zusätzlich führen sie eine Perspektive ein, da sie die einzelnen Seiten des Tetraeders jeweils aus der Perspektive der nicht zu dieser Seite gehörigen Ecke betrachten.

Im Rahmen von verschiedenen Studien zur Nutzung von Materialien in Lehrerfortbildungen wird das DT verwendet und zum Drei-Tetraeder-Modell erweitert. Leufer et al. (2019) nutzen das DT, indem sie für die von ihnen untersuchten Situationen (Klassenzimmer, Lehrerfortbildung, Fortbildung der Fortbilder) ein eigenes didaktisches Tetraeder betrachten. Fortbildungsaktivitäten werden analog zur didaktischen Situation durch Anpassungen in den Tetraedern beschrieben. Dabei wird die Institution variiert, die theoretischen Relationen bzw. die Darstellungsmetapher bleiben unverändert.

Albano et al. (2018) entwickeln ein Modell für e-Learning-Situationen. Sie starten wie Rezat & Sträßer (2012) vom klassischen didaktischen Dreieck. Anstelle der Artefakte fügen sie als vierte Ecke den Designer der Lernumgebung hinzu. Das Artefakt bzw. die Technologie vermittelt als Kugel im Innern des Tetraeders. Ebenso gibt es eine Umkugel für das umgebende Lehr-Lernsystem.

Rieß (2018) ergänzt das DT durch ein zweites, semiotisches Tetraeder. Dabei repräsentiert das DT „die Außenwelt des Lernens“ und das zweite, semiotische Tetraeder „die Innenwelt des Lernens“. Rieß modelliert so die für seine Studie wichtigen Beziehungen der Lernenden zum Lerngegenstand und dessen Darstellungen, zusammengefasst im individuellen mathematischen Konzept.

Orientierung empirischer Forschung

Ebenso wie Rezat & Sträßer (2015) nutzen auch Donevska-Todorova & Trgalová (2017) sowie Prediger, Rösken-Winter & Leuders (2018) das DT, um vorhandene Studien zu systematisieren und Forschungsdesiderata zu identifizieren. Die Kontexte sind dabei durchaus variabel. Donevska-Todorova & Trgalová (2017) betrachten im Rahmen der CERME Working Group zur Nutzung von Technologien im Mathematikunterricht die Entwicklung von Forschungsfragen, Methoden und Theorien durch die Metapher des DTs. Prediger et al. (2018) benötigen ein Modell, „that grasps the complexity of content-related teaching and learning on the classroom, teacher, and facilitator level“.

Matić & Gracin (2016) nutzen das SDT als theoretisches Modell im Rahmen einer Fallstudie zur Schulbuch-Nutzung in Kroatien, um ihre Beobachtungen zu codieren und zu präsentieren. Als Ergebnis ihrer Studie kommen sie zu dem Schluss “it is useful to extend the didactical triangle and the didactical tetrahedron to an SDT, because without these social and institutional factors the teaching and learning of mathematics cannot be fully understood” (S. 372).

Fazit

Das DT wird in verschiedenen Studien zur Beschreibung der Situation und der Relationen zwischen den beteiligten Konstituenten verwendet. Entsprechend der theoretischen Wurzeln des SDT ist die Nutzung im Rahmen von soziokulturellen und tätigkeitstheoretischen Perspektiven auf das Lernen von Mathematik vorherrschend. Es werden insbesondere verschiedene Artefakte und ihre Beziehungen zu den anderen drei Konstituenten des didaktischen Dreiecks betrachtet. Eine Nutzung des SDT ist vergleichsweise selten zu verzeichnen.

In verschiedenen Erweiterungen des DT wird deutlich, dass das DT nicht alle Konstituenten der didaktischen Situation erfasst. Es ist ein Modell, das bestimmte Aspekte und deren Relationen betont und andere verbirgt. Die Erweiterungen und Modifikationen des DT zeigen, dass andere Institutionen als Schule und andere Situationsbeteiligte hervorhebbar sind, die beim SDT

in der Noosphäre berücksichtigt wurden. Damit ist das DT auf andere Kontexte übertragbar. Weitere Ergänzungen sind denkbar.

Abschließend stellt sich die Frage, wozu fachdidaktische Theorie wie das SDT sinnvoll ist. Fachdidaktische Theorie stiftet Kontinuität in der Disziplin durch die Möglichkeit der Wissenskumulation. Fachdidaktische Theoriekerne sichern darüber hinaus die Verbindung von Einzelarbeiten (horizontal und zeitlich) und sichern die Identität einer Disziplin wie der Didaktik der Mathematik.

Literatur

- Albano, G., Faggiano, E. & Rossi, P. G. (2018). A didactical tetrahedron supporting co-disciplinary design, development and analysis of mathematical e-learning situations. Paper presented at the MEDA 2018 in ERME.
- Donevska-Todorova, A. & Trgalová, J. (2017). Learning mathematics with technology. A review of recent CERME research. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1-5, 2017)* (S. 2539-2547). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding. An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy.
- Johnson, H. L., Coles, A. & Clarke, D. (2017). Mathematical tasks and the student: navigating “tensions of intentions” between designers, teachers, and students. *ZDM Mathematics Education*, 49(6), 813-822.
- Leufer, N., Prediger, S., Mahns, P. & Kortenkamp, U. (2019). Facilitators’ adaptation practices of curriculum material resources for professional development courses. *International Journal of STEM Education*, 6(24), 1-18.
- Matić, L. J. & Gracin, D. G. (2016). The use of the textbook as an artefact in the classroom: A case study in the light of a socio-didactical tetrahedron. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(2), 349-374.
- Rezat, S. (2006). A Model of Textbook Use. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. a. Stehlíková (Hrsg.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, S. 409-416). Prague: Charles University, Faculty of Education.
- Rezat, S. (2009). *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers. Eine Studie zur Schulbuchnutzung in den Sekundarstufen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Rezat, S. & Sträßer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM Mathematics Education*, 44(5), 641-651.
- Rezat, S. & Sträßer, R. (2015). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 247-266.
- Rieß, M. (2018). *Zum Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Konstruktion mathematischen Wissens. Eine qualitative mathematikdidaktische Studie zu digitalen Werkzeugen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.