

Silke RUWISCH, Lüneburg

Konzeptuelles und prozedurales Wissen beim Längenverständnis – eine Schulbuchanalyse

Für das Größenverständnis als grundlegend wird das Verständnis der Längen angesehen (Barrett, Sarama & Clements, 2017; Clarke, Cheeseman, McDonough & Clarke, 2003; Lehrer, 2003). Doch auch bzgl. des Längenverständnisses werden schlechte Leistungen beklagt, vor allem, dass Schüler*innen nur selten über die zugrunde liegenden Konzepte hinter den Messverfahren verfügen (Smith III, van den Heuvel-Panhuizen & Teppo, 2011). Als ein Grund werden mangelnde Lerngelegenheiten, die sich auch im Leitmedium Schulbuch niederschlagen, im Unterricht angenommen (Lee & Smith III; 2011, Smith III, Männer, Dietiker, Lee & Mosier, 2013).

Konzeptuelles und prozedurales Längenverständnis

Das Längenverständnis gilt als komplexes Größenkonzept, das nach Lehrer (2003), Clarke et al. (2003) u.a. die folgenden Teilaspekte umfasst.

- Grundlegendes Verständnis der Eigenschaft
- Logische Grundoperationen: Invarianz und Transitivität
- (Gedankliches) regelmäßiges Untergliedern einer Größe
- Mehrfaches korrektes Verwenden einer Maßeinheit
- Zahlenmäßiges Erfassen der Messhandlung
- Beliebige Skalenpunkte als Ausgangspunkt eines Messprozesses
- Maßzahlen als Beziehung zwischen Einheit und Zahlenwert

Weder handelt es sich bei dieser Auflistung um empirisch nachgewiesene Dimensionen noch um eine Stufung des Lernprozesses (zu spezifischen learning trajectories s. Barrett et al., 2017).

International wird seit langem festgestellt, dass Schüler*innen (und Lehrkräfte) oberflächliche prozedurale Aspekte fokussieren und nur wenig über die zugrunde liegenden Konzepte verfügen (z. B. Lehrer, 2003). Prozedurales Wissen wird i.d.R. als Wissen bzgl. des Ausführens von mathematischen Verfahren definiert (Hiebert & Lefevre, 1986), konkretisiert zum Längenverständnis werden hierunter z.B. alle Messaktivitäten gefasst (Lee & Smith III, 2011; Smith III et al., 2013). Unter konzeptuellem Wissen wird dagegen das Wissen zu mathematischen Begriffen und zur Begründung der Prozeduren verstanden, bezogen auf das Längenverständnis z.B. das Wissen um die Antiproportionalität von Maßzahl und Maßeinheit (Lee & Smith III, 2011; Smith III et al., 2013).

Konzeptuelles und prozedurales Längenverständnis im Schulbuch

Um die Aspekte konzeptuellen und prozeduralen Wissens des Längenverständnisses detailliert herauszuarbeiten, entwickelte die Arbeitsgruppe um Smith III (z.B. Lee & Smith III, 2011; Smith III et al., 2013) iterativ einen Kodierleitfaden mit konzeptuellen, prozeduralen und konventionellen Codes. Neben den oben beschriebenen Kategorien umfasste „konventionelles Wissen“ diejenigen Aspekte, die rein kulturell definiert sind, wie z.B. die Maßeinheiten oder der Aufbau von Skalen.

Forschungsfragen

- Welche Wissensart adressieren Schulbucheinheiten bei Längen?
- Welche konzeptuellen und prozeduralen Teilaspekte werden am häufigsten adressiert?

Methodisches Vorgehen

Datenbasis: Die explizit als Längeneinheit gekennzeichneten Schulbuchseiten von vier weit verbreiteten Schulbuchreihen (vgl. Tab.) bildeten die Datenbasis der folgenden Analyse.

Kodierprozess: Grundlage ist ein angepasster Kodierleitfaden von Lee und Smith III (2011, 689). Als Kodiereinheit fungierte jeweils die im Schulbuch gekennzeichnete Aufgabe. Einzelnen wenigen Aufgaben wurde mehr als ein Code zugewiesen.

Exemplarisch sei die Unterscheidung zwischen Prozedur und dem zugrunde liegenden Konzept an „Umrechnen von Einheiten“ verdeutlicht. „Rechne um in mm“ wurde mit dem prozeduralen Code „Umrechnen von Einheiten“ codiert. Wenn eine Beschreibung oder Definition, wie „Um genau zu messen, ist die Längeneinheit Zentimeter manchmal zu grob. Man benötigt die feinere Einheit Millimeter. $1\text{ cm} = 10\text{ mm}$; $1\text{ m} = 1000\text{ mm}$ “, wurde der konzeptuelle Code „Einheiten können umgerechnet werden“ vergeben.

Ergebnisse

Umfang der Lerngelegenheiten zum Längenverständnis: (s. Tab. rechts)

Anzahl konzeptueller und prozeduraler Aufgaben: Die Gesamtzahl der konzeptuellen Codes war in allen vier Reihen nahezu gleich, wohingegen sich die Anzahl der prozeduralen Codes deutlich unterschied. *Das Zahlenbuch* und *Welt der Zahl* erhielten doppelt so viele prozedurale Codes wie konzeptuelle, *Denken und Rechnen* und *Flex & Flo* wiesen dreimal so viele prozedurale Codes wie konzeptuelle auf.

Klasse	Denken und Rechnen	Flex & Flo	Welt der Zahl	Zahlenbuch
1	—	—	—	1/132 = 0,75%
2	10/133 = 7,5% ~10 (450 min.)	6/148 = 4% ~10 (450 min.)	2/133 = 1,5% ~ 5 (225 min.)	3/132 = 2,3%
3	7/117 = 6% ~ 8 (360 min.)	8/156 = 5% ~ 8 (360 min.)	9/125 = 7,2% ~ 8 (360 min.)	7/132 = 5.3%
4	3/117 = 2,6% ~ 8 (360 min.)	5/144 = 3,5% ~ 4 (180 min.)	4/125 = 3,2% ~ 8 (360 min.)	—
gesamt	20/500 = 4% ~ 26 (1170 min.)	19/596 = 3,2% ~ 22 (990 min.)	15/416 = 3,6% ~ 21 (945 min.)	11/528 = 2,1%

Tab.: Umfang in Seiten (Längeneinheit am Gesamtumfang) und Unterrichtszeit.

Konzeptuelle Hauptkategorien: In allen Schulbuchreihen sind *Stützpunktlernen* sowie *Argumentieren & Begründen* die Hauptkategorien. Letzteres tritt kombiniert mit dem Stützpunktlernen (konzeptuell) oder mit proportionalem Denken wie in Weg-Zeit-Relationen (prozedural) auf. Die dritthäufigste Begriffskategorie ist *Einheiten umrechnen*, wobei meist oben auf einer Seite eine erklärende konzeptuelle Aufgabe zu finden ist, bevor die Schüler*innen im Folgenden Einheiten prozedural umrechnen sollen.

Prozedurale Hauptkategorien: Die am häufigsten kodierte Einzelprozedur war das *Umrechnen*. Wir haben i. W. zwischen konkreten Messverfahren, und abstrakteren Verfahren auf symbolischer Ebene unterschieden. Etwa 1/3 der Aufgaben erfordert konkrete Handlungen, 1/3 das Umrechnen von Einheiten und 1/3 andere symbolisch dargestellte Abläufe.

Als konkrete Handlung soll am häufigsten *mit Lineal gemessen* werden, gefolgt von *Zeichnen mit Lineal* und *visuellem Schätzen*. Der Code *direktes Vergleichen* wurde hingegen kein Mal vergeben. Neben dem Umrechnen sind die häufigsten formaleren Prozeduren *Textaufgaben mit Längen* gefolgt vom *Vergleichen* oder *Ordnen* symbolisch gegebener Längen.

Diskussion und Ausblick

Insgesamt ist die Dominanz prozeduraler Wissensaspekte beim Längenverständnis auch in den betrachteten deutschen Schulbüchern festzustellen, wie sie sich z.B. auch für die U.S.A. und Singapur zeigte (Lee & Smith III, 2011). Obwohl alle betrachteten Schulbücher prozedurale Aspekte gegenüber konzeptuellen betonen, ist diese Tendenz unterschiedlich stark ausgeprägt. Obwohl die betrachteten Schulbücher sorgfältig ausgewählt wurden, müsste die

Analyse für eine verlässlichere Aussage auf weitere Schulbücher ausgeweitet werden.

Zudem ist bisher auch international ungeklärt, ob und wie sich die Dominanz und der Unterschied von prozeduralen und konzeptuellen Wissens-elementen zwischen den Schulbüchern auf das Längenverständnis der Schüler*innen auswirkt. So kann zwar im deutschen Mathematikunterricht von einer Dominanz des Leitmediums Schulbuch ausgegangen werden, dennoch könnte der Einbezug der Handbücher, welche ggf. deutlicher konkrete Handlungsaspekte betonen, ein differenzierteres Bild zeichnen. Vertiefende Analysen US-amerikanischer Kollegen weisen zudem darauf hin, dass sich als besondere Lernhürde nicht (allein) die Dominanz prozeduraler Wissens-elemente zeigte, sondern insbesondere die Entkopplung grundlegender konzeptueller Wissens-elemente von grundlegenden prozeduralen Wissens-elementen. Verschärft wurde diese mangelnde Verzahnung teilweise durch eine zeitlich nicht passende Anordnung im Lernprozess, so dass Prozeduren unverstanden eingeübt werden müssen, da entsprechende Konzepte erst später thematisiert werden (Smith III et al., 2013).

Literatur

- Barrett, J. E., Sarama, J. & Clements, D. H. (Hrsg.) (2017). *Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume*. Reston, VA: NCTM.
- Clarke, D., Cheeseman, J., McDonough, A. & Clarke, B. (2003). Assessing and developing measurement with young children. In D. H. Clements & G. Bright (Hrsg.), *Learning and teaching measurement*. (S. 68–80). Reston, VA: NCTM.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Hrsg.), *Conceptual and procedural knowledge. The case of mathematics* (S. 1–27). Hillsdale N.J. u. a.: Erlbaum.
- Lee, K. & Smith III, J. P. (2011). What is different across an ocean? How Singapore and US elementary mathematics curricula introduce and develop length measurement. *ZDM Mathematics Education*, 43(5), 681–696. [DOI 10.1007/s11858-011-0339-0]
- Lehrer, R. (2003). Developing Understanding of Measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Hrsg.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (S. 179–192). Reston, VA: NCTM.
- Smith III, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Teppo, A. R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: Introduction to the issue. *ZDM Mathematics Education*, 43(5), 617–620. [DOI 10.1007/s11858-011-0369-7]
- Smith III, J. P., Males, L. M., Dietiker, L. C., Lee, K. & Mosier, A. (2013). Curricular treatments of length measurement in the United States: Do they address known learning challenges? *Cognition and Instruction*, 31(4), 388–433.