

Adrian SCHLOTTERER, Augsburg

Schulrelevantes Fachwissen der Sekundarstufe I in studentischen Wissens-Maps

Die Entwicklung von bedarfsgerechten Lehrveranstaltungen, in denen Studierende universitär erworbenes Wissen in berufsfeldbezogenen fachlichen Lerngelegenheiten anwenden (Woehlke et al., 2017), gilt als eine wichtige Maßnahme zur Erhöhung des Professionsbezuges in der Lehrerbildung. Dies soll die doppelte Diskontinuität mindern. Doch welches (Fach-)Wissen brauchen Lehramtsstudierende?

Heinze & Dreher et al. (2018) haben ein mathematikspezifisches Konstrukt modelliert - das schulbezogene Fachwissen. Bisher wurden vor allem in der gymnasialen Lehramtsausbildung Anstrengungen und Reformtendenzen unternommen, um auf die doppelte Diskontinuität zu reagieren und das schulbezogene Fachwissen mehr in den Fokus zu rücken (u. a. Beutelspacher et al., 2011). Aber auch Lehramtsstudenten der Sekundarstufe I beklagen, dass fachwissenschaftliche Lehrveranstaltungen im herkömmlichen Vorlesungsbetrieb nicht ausreichen würden, um Verknüpfungen zwischen Hochschulmathematik und Realschulcurriculum zu sehen. Sie müssen explizit gemacht werden.

Das seit dem Wintersemester 2016/17 angebotene Seminar versucht dies exemplarisch in zwei zentralen schulrelevanten inhaltlichen Themenbereichen: (1) Äquivalenz und (2) Iteration.

Zu den Seminarinhalten erstellte Wissens-Maps (an Concept-Maps angelehnt; vgl. Brinkmann, 2007) dienen als prozessbegleitende Lernhilfe mit dem Fokus auf der Vernetzung von Realschulmathematik (RSM) und Hochschulmathematik (HSM). Sie werden durch schriftliche Fragebögen und fokussierte Interviews als qualitative Untersuchungsmethode ergänzt, um unter anderem folgenden Forschungsfragen nachzugehen: (1) „Lassen sich Facetten des schulbezogenen Fachwissens, also Wissen über Zusammenhänge von Realschulmathematik und Hochschulmathematik in *top-down*- und *bottom-up*-Richtungen, in den studentischen Wissens-Maps identifizieren?“ und (2) „Gibt es aus der Sicht von Augsburger Realschul-Lehramtsstudierenden eine Präferenz für eine der beiden Denkrichtungen?“

1. Ziele und Leitideen des Seminars

Studierende erkennen in einem bedarfsgerechten Seminar für Realschul-Lehramt die Verzahnung von RSM und HSM und erleben somit die Sinnhaftigkeit der höheren Mathematik für das spätere Lehren der RSM.

Das Seminar fußt auf vier konzeptuellen Leitideen:

- **Förderung des schulbezogenen Fachwissens:** Fokus auf realschulrelevanten Themen
- **Vernetzung von Fachwissenschaft und Didaktik:** Entwicklung geeigneter Lernumgebungen, Arbeitsblätter etc. zu fachwissenschaftlichen Themenbereichen
- **Anregung von Eigenaktivität und Kooperation:** Gestaltung von Sitzungen sowie Einzel- und Gruppen-Maps durch Studierende
- **Verbindung von Lehre und eigener Forschung:** Eigene Forschungsarbeiten fließen unmittelbar in die Lehre ein und werden ihrerseits durch Erfahrungen in der Lehre beeinflusst. So kann ein hochaktuelles praxisrelevantes Lehrangebot gemacht werden.

2. Äquivalenzkonzept in der Sekundarstufe I

In diesem Paper wird nur der Themenbereich Äquivalenz beleuchtet. Das universitäre Äquivalenzkonzept lässt sich in vielen Wissensbereichen der Sekundarstufe I, insbesondere des bayerischen Realschul-Curriculums finden. Die Tabelle zeigt zu einem jeweiligen Themenbereich die Äquivalenzrelation und ein Beispiel für die zugehörige Äquivalenzklasse.

Themenbereich	Äquivalenzrelation	Äquivalenzklasse
Ganze Zahlen	$(a,b) \sim (c,d) :\Leftrightarrow a + d = b + c$	$-1 = [(0,1)] = \{(0,1), (1,2), (2,3), \dots\}$
Brüche	$(a,b) \sim (c,d) :\Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$	$\frac{1}{2} = [(1,2)] = \{(1,2), (2,4), (3,6), \dots\}$
Parallelität von Geraden in \mathbb{R}^2	$g_1 \sim g_2 :\Leftrightarrow$ "g1 und g2 haben die gleiche Steigung (auch unendlich möglich)"	$[y = 2x] = \{g: y = 2x + t \mid t \in \mathbb{R}\}$
Teilbarkeit bei den ganzen Zahlen	$x \sim y :\Leftrightarrow x - y$ durch m teilbar $\sim y :\Leftrightarrow x \equiv y \pmod{m}$	Sei $m = 2$. Restklassen: $[0] = \{0, 2, 4, \dots\}$ $[1] = \{1, 3, 5, \dots\}$

Terme	$T1 \sim T2 \Leftrightarrow$ "gleiche Werte bei jeder erlaubten Variablenbelegung (Definitionsmenge)"	z.B.: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $2x - 1 \in [2x - 1]$ $\frac{2x^2 - x}{x} \in [2x - 1]$
Gleichungen	$G1 \sim G2 \Leftrightarrow$ "gleiche Wahrheitswerte für jede erlaubte Variablenbelegung"	z.B.: $D = \mathbb{R}$ $x = 3 \in [x = 3]$ $4x = 12 \in [x = 3]$ $(x - 3)^2 \in [x = 3]$
Figuren in \mathbb{R}^2 : Kongruenz und Ähnlichkeit	$F1 \sim F2 \Leftrightarrow$ "durch eine Kongruenzabbildung ineinander überführbar"	$[k(0,0); 1] =$ $\{k(M;r) \mid M \in \mathbb{R}^2 \text{ und } r=1\}$
Pfeile bzw. Parallelverschiebung	$P1 \sim P2 \Leftrightarrow$ "gleiche Länge, Richtung und Orientierung"	Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. Typenbildung

Nun lassen sich in der Fülle der individuellen Wissens-Maps zum Themenbereich Äquivalenz bestimmte Typen (Namen sind fiktional) erkennen. In der obigen Zeile wird nach Strukturmerkmalen unterschieden, seitlich findet sich die jeweilige Denkrichtung.

	Zentrum	Hierarchie	Netz
<i>top-down</i>	Lisa	Amelie	unmöglich (x)
<i>bottom-up</i>	Sophie	Eva	unmöglich (x)
beide Richtungen	Stefan	unmöglich (x)	Tanja

Dabei enthält ein Netz beide Denkrichtungen gleichzeitig und kann nicht eindeutig nur einer Denkrichtung zugeordnet werden. Außerdem weisen hierarchische Wissens-Maps stets eine eindeutige Denkrichtung auf.

Ein Beispiel: Unterscheidung von top-down & bottom-up

Eine *top-down* Verbindung in einer Wissens-Map geht von einem universitären Begriff aus. Dabei verläuft die Pfeilrichtung hin zu einem realschulrelevanten Begriff (vgl. Abb. 1: Äquivalenzrelation in schulischen Themen).

Sind fast nur solche Verbindungen vorzufinden, so liegt eine *top-down* Wissens-Map vor. In einer Wissens-Map in *bottom-up* Richtung hingegen lassen sich vermehrt Pfeilrichtungen weg vom Schulstoff hin zu universitären Konzepten identifizieren (vgl. Abb. 2: Äquivalente Brüche und ganze Zahlen als Äquivalenzrelation). Die Abbildungen zeigen Ausschnitte aus einer studentischen Wissens-Map.

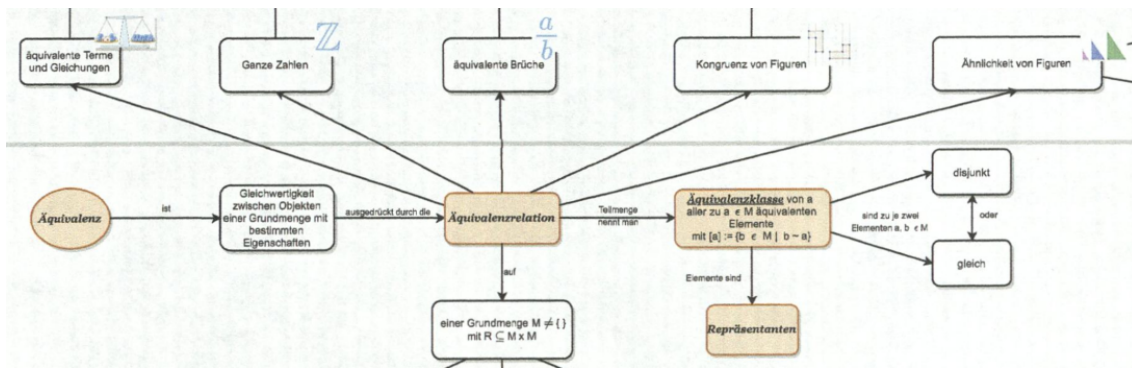


Abb. 1: *top-down* Verbindungen

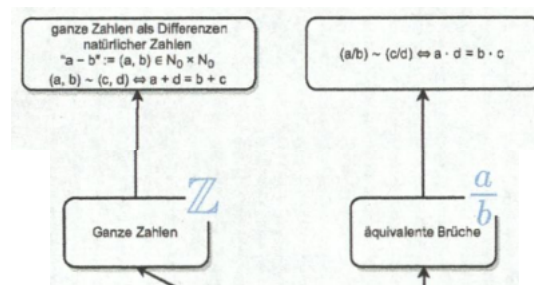


Abb. 2: *bottom-up* Verbindungen

Literatur

- Beutelspacher, A. (2011). *Mathematik Neu denken. Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Brinkmann, A. (2007). *Vernetzungen im Mathematikunterricht – Visualisieren und Lernen von Vernetzungen mittels graphischer Darstellungen*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Dreher, A. Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018): What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need? A Conceptualization Taking into Account Academic and School Mathematics. *JMD* 39, 319–341.
- Woehlecke, S., Massolt, J., Goral, J., Hassan-Yavu, S., Seider, J., Borowski, A. ... Glowinski, I. (2017): Das erweiterte Fachwissen für den schulischen Kontext als fachübergreifendes Konstrukt und die Anwendung im universitären Lehramtsstudium. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 35(3), 413–426.