

Edith SCHNEIDER, Klagenfurt

## **Reflektieren im Mathematikunterricht – Worüber, Womit und Wie?**

Reflexion ist eine wichtige menschliche Denktätigkeit, die auch beim Betreiben von Mathematik eine sehr wesentliche Rolle spielt. Seitens der Mathematikdidaktik wird Reflexion als grundlegendes Element mathematischer Bildung gesehen (vgl. dazu Prediger, Peschek & Schneider, 2008) und sie wird in bildungspolitischen Vorgaben und Instrumenten wie Lehrplänen, Bildungsstandards oder bei PISA explizit genannt und gefordert.

Im realen Mathematikunterricht lassen sich hingegen wenig Hinweise auf Reflexionsorientierung ausmachen (siehe dazu Schneider, 2018), sodass hier mathematikdidaktischer Handlungsbedarf gesehen wird – was Motivation für das gegenständliche Projekt war.

### **Reflexion meint ...**

Unter Reflexion wird in der Literatur recht Unterschiedliches verstanden, wobei die Reflexionsschwerpunkte zum Teil auf unterschiedlichen Aspekten liegen. In unserem Projekt haben wir folgende begriffliche Festlegungen getroffen (siehe dazu auch Schneider, 2018):

*Reflexion* (bezogen auf das schulische Lernen von Mathematik) meint das Nachdenken über Eigenschaften, Zusammenhänge, Beziehungen, Wirkungen oder Bedeutungen, die anhand des Vorliegenden nicht direkt ablesbar oder unmittelbar einsichtig sind.

In Anlehnung an Fischer (2001), Peschek (2005), Skovsmose (1998) und Lengnink (2005) werden vier Reflexionsarten unterschieden, die im Zuge der Begriffsfestlegungen im Projekt jeweils durch vielfältige Fragestellungen konkretisiert wurden. Im Folgenden werden jeweils für jede Reflexionsart zur Illustration exemplarisch ein oder mehrere Fragestellungen angeführt.

*Mathematikorientierte Reflexion:* Nachdenken über mathematische Eigenschaften mathematischer Konzepte (Begriffe, Objekte, Verfahren, Darstellungen u. Ä.) und über mathematische Zusammenhänge innerhalb solcher Konzepte oder auch zwischen diesen.

Exemplarische Fragestellung: Welche Stärken/Schwächen bzw. Vorteile/Nachteile hat eine bestimmte Darstellung (gegenüber einer anderen)?

*Modellorientierte Reflexion:* Nachdenken über Beziehungen zwischen mathematischen Konzepten und innermathematischen, vor allem aber außermathematischen Situationen.

Exemplarische Fragestellungen: Warum ist das mathematische Modell (k)eine angemessene (passende) Beschreibung für die vorliegende außermathematische Situation? Wie wirken sich Modellierungen mit unterschiedlichen Modellen auf die Modellergebnisse aus?

*Kontextorientierte Reflexion:* Nachdenken über Wirkungen mathematischer Konzepte in unserer Welt.

Exemplarische Fragestellungen: Welche Wirkung geht von einer bestimmten Mathematisierung aus? Welche Vorteile und welche Nachteile bringt diese mit sich? Was wäre, wenn wir dieses mathematische Konzept nicht zur Verfügung hätten?

*Persönlichkeitsorientierte Reflexion:* Nachdenken darüber, welche Bedeutung (Wichtigkeit, Relevanz) die Kenntnis mathematischer Konzepte und Inhalte/Themengebiete für einen selbst oder auch für bestimmte Gemeinschaften bzw. die Gesellschaft hat.

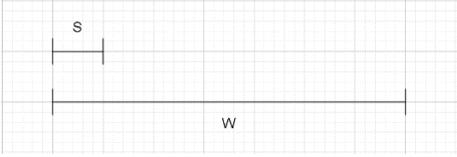
Exemplarische Fragestellung: Welchen Nutzen hat die Vertrautheit mit einem bestimmten math. Inhalt für mich persönlich, für mich als Teil einer Gemeinschaft (z.B. Familie, Klasse) bzw. als Mitglied unserer Gesellschaft?

## Reflexionsanlässe

Zu den oben skizzierten Reflexionsarten wurden im Projekt für relevante Inhaltsbereiche der Sekundarstufe I und II eine Reihe von Reflexionsanlässen entwickelt, z.B.:

**Unterschiedliche Darstellungsformen**

*verbal:* In einem verdünnten Himbeersaft ist siebenmal so viel Wasser wie Sirup.

*grafisch:* 

*symbolisch:*  $S \cdot 7 = W$

Welche Darstellungsform hat welche Stärke(n)?

Abb. 1: Reflexionsanlass zu mathematikorientierter Reflexion (aus: Deweis, 2019)

Der Reflexionsanlass in Abb. 1, ein Beispiel für mathematikorientierte Reflexion, zielt auf eine Auseinandersetzung mit drei häufig vorkommenden mathematischen Darstellungsformen eines Sachverhalts und ein Nachdenken, welche Aspekte in der jeweiligen Darstellungsform besonders gut zum Ausdruck kommen, ab. In Abb. 2 liegt der Fokus des Reflexionsanlasses auf modellorientierter Reflexion und dem Nachdenken über die Wirkung zweier verschiedener Modellierungen von Durchschnitt in einer konkreten außermathematischen Situation.

### Durchschnittsgehälter

In der folgenden Tabelle sind das arithmetische Mittel und der Median der monatlichen Bruttogehälter der Angestellten (insgesamt und getrennt für Frauen und Männer) im Jahre 2017 dargestellt:

<i>Monatliche Bruttogehälter der Angestellten im Jahre 2017 (in €)</i>			
	<i>insgesamt</i>	<i>Frauen</i>	<i>Männer</i>
<i>arithm. Mittel</i>	2.780,-	1.950,-	3.770,-
<i>Median</i>	2.250,-	1.690,-	3.250,-

Warum ergibt der Durchschnitt der monatlichen Bruttogehälter der Angestellten bei einer Modellierung mittels arithmetischen Mittel und mittels Median deutlich unterschiedliche Werte?

Abb. 2: Reflexionsanlass zu modellorientierter Reflexion (aus: Schneider, 2019)

### Formeln – wozu?

Formeln sind sowohl innerhalb der Mathematik als auch in ihren Anwendungen von großer Bedeutung. Im Mathematikunterricht haben wir Formeln in vielen unterschiedlichen Zusammenhängen kennengelernt.

Zu welchem Zweck werden Formeln überhaupt verwendet? Erläutere an Beispielen.

Abb. 3: Reflexionsanlass zu kontextorientierter Reflexion (aus: Deweis, 2019)

### Pro und Kontra Stochastik

In einer bekannten österreichischen Tageszeitung gibt es unter der Rubrik „KOMMENTAR“ fallweise einen Kommentar „PRO“ und einen „KONTRA“ zu einer aktuellen Aussage.

Schreibe jeweils ein PRO und ein KONTRA (jeweils max. 200 Wörter) zu der Aussage: „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Schließende Statistik sollten aus dem Mathematik-Lehrplan gestrichen werden.“

Abb.4: Reflexionsanlass zu persönlichkeitsorientierter Reflexion (aus: Schneider, 2019)

Abb. 3 stellt ein Beispiel zu kontextorientierter Reflexion dar, in dem über die Funktion von gängigen mathematischen Objekten (Formeln) nachgedacht werden soll, wobei der Fokus auf dem Prozess und nicht dem Produkt liegt. Abb. 4 zielt auf ein Nachdenken über die Bedeutung und Relevanz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Schließenden Statistik für die Gesellschaft ab. Dabei wird gezielt nach Pro und Contra Argumenten gefragt, um eine differenzierte Auseinandersetzung mit dem Themengebiet anzustoßen. Jede Reflexionsaufgabe wurde ergänzt um einen didaktischen Kommentar zu Reflexionsart, Intention des Reflexionsanlasses, möglicher Positionierung im Unterricht sowie möglicher Unterrichtsform.

### Testphasen

In einer Pilotphase wurde im Schuljahr 2018/19 ein Teil der entwickelten Reflexionsaufgaben im Unterricht getestet. Die Ergebnisse führten zu einer Überarbeitung einzelner Aufgaben.

Im laufenden Schuljahr 2019/20 wird nun der Frage nachgegangen, ob bzw. wie reflexionsorientierter Unterricht in der Praxis gelingt. Wie gehen Schüler(innen) mit Reflexionsaufgaben (welcher Art) um? Wie Lehrer(innen)? Lassen sich Veränderungen mit Fortdauer des Einsatzes beobachten? Welche Vorstellungen/Einstellungen zu Reflexionen/Reflexionsaufgaben liegen vor? Lassen sich im Laufe des Schuljahres Veränderungen beobachten?

An der Untersuchung beteiligen sich sechs Lehrpersonen aus drei verschiedenen Gymnasien mit jeweils einer Klasse. Das Spektrum der beteiligten Klassen reicht von der 6. bis zur 11. Schulstufe. Reflexionsaufgaben werden von den Lehrpersonen verteilt über das ganze Schuljahr bei verschiedenen mathematischen Themen eingesetzt. Der Einsatz der Reflexionsaufgaben wird von uns begleitet (regelmäßige Treffen mit den Lehrpersonen) und evaluiert (Unterrichtsbeobachtungen, Beobachtungsprotokolle, Interviews).

Ergebnisse dieser Untersuchung sollen sechs Fallstudien zum unterrichtlichen Einsatz von Reflexionsaufgaben über ein Schuljahr hindurch sein. Damit sollen neben einem Konzept zum Reflektieren im Mathematikunterricht und einer Zusammenstellung von im Unterricht getesteten Reflexionsaufgaben zu allen wesentlichen Themen des Mathematikunterrichts auch weitergehende Erfahrungen, Erkenntnisse und Empfehlungen für einen unterrichtlichen Umgang mit Reflexionsaufgaben gewonnen werden, die in der Folge Lehrpersonen in Materialsammlungen, Publikationen oder auch in Lehrerfortbildungsveranstaltungen zur Verfügung gestellt werden.

## Literatur

- Deweis, K. (2019). *Reflexionsanlässe zum Themenbereich „Elementare Algebra“ für die Sekundarstufe I*. Projektmaterialien Universität Klagenfurt.
- Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung. In A. Fischer-Buck et al. (Hrsg.), *Situation – Ursprung der Bildung* (S. 151-161). Leipzig: Universitätsverlag.
- Lengnink, K. (2005). Mathematik reflektieren und beurteilen: Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik präsentieren reflektieren beurteilen* (S. 21-36). Mühlthal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.
- Peschek, W. (2005). Reflexion und Reflexionswissen in R. Fischers Konzept der Höheren Allgemeinbildung. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik präsentieren reflektieren beurteilen* (S. 55-68). Mühlthal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.
- Prediger, S., Peschek, W. & Schneider E. (2008). Nachgedacht – Sinn gemacht: Reflektieren. *Praxis der Mathematik* 2008/50, Heft 20.
- Schneider, E. (2018). *Reflexionsorientierung im Mathematikunterricht*. Beiträge zum Mathematikunterricht 2018 (S. 1619-1622). Paderborn: WTM Verlag.
- Schneider, E. (2019). *Reflexionsanlässe zum Themenbereich „Stochastik“ für die Sekundarstufe I und II*. Projektmaterialien Universität Klagenfurt.
- Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Math. Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *ZDM* 1998/6, 195-203.