

Lea SCHREIBER, Münster

## **Verschiedene Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen**

### **Problemlage**

Infolge der verbindlichen Einführung der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK, 2004) im Schuljahr 2004/05 gilt das Problemlösen als eine zentrale prozessbezogene Kompetenz im schulischen Mathematikunterricht. Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemfeldern ermöglicht SchülerInnen das selbstständige Entdecken mathematischer Sachverhalte und lenkt den Fokus auf das wesentliche prozedurale Vorgehen in der Mathematik. Insbesondere für mathematisch begabte SchülerInnen stellt der problemorientierte Mathematikunterricht eine Bereicherung dar. Die Potenziale des Problemlösens für die Entwicklung sowohl mathematischer als auch allgemeiner Kompetenzen sind vielfältig: Problemlösen erfordert das selbstständige Analysieren und Strukturieren eines mathematischen Sachverhalts sowie die selbstständige Entwicklung von Lösungsansätzen. Gleichzeitig ist das Nutzen effektiver heuristischer Strukturen erforderlich. Grundsätzlich spielen auch persönlichkeitsfördernde Kompetenzen wie etwa Anstrengungsbereitschaft oder Konzentrationsfähigkeit eine wichtige Rolle (Käpnick, 2014).

Angesichts der Komplexität und Vielfältigkeit des Problemlösens ist davon auszugehen, dass mathematisch begabte Kinder verschiedene Problemlösestile aufweisen, die Fuchs (2006) bereits für mathematisch (potenziell) begabte Dritt- und ViertklässlerInnen herausstellen konnte. Empirisch belegte Erkenntnisse zu Problemlösestilen mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen liegen bislang aber nicht vor.

### **Ziele und Forschungsdesign**

Ausgehend von der dargelegten Problemlage liegen die Hauptziele der Dissertation

- im Bestimmen verschiedener Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen sowie
- in der Analyse der Stabilität bzw. Instabilität der Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen.

Im Sinne einer ganzheitlichen Perspektive sollen zudem aus den wissenschaftlichen Erkenntnissen Schlussfolgerungen bezüglich der Förderung

mathematisch begabter SchülerInnen im regulären Mathematikunterricht der sechsten und siebten Klasse abgeleitet werden.

Der Arbeit wird ein exploratives Studiendesign zugrunde gelegt. Im Anschluss an eine theoretisch-konstruktive Literaturanalyse sowie die Konstruktion einer hypothetischen Modellierung werden zwei qualitative Untersuchungen angestrebt: (1) Anhand von längsschnittlich angelegten Einzelfallstudien werden die verschiedenen Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen vertieft analysiert und eine Abgrenzung zu den bestehenden Problemlösestilen mathematisch (potenziell) begabter Dritt- und ViertklässlerInnen nach Fuchs (2006) vorgenommen. Zudem wird im Rahmen des Erhebungszeitraums von zwei Jahren die (In)Stabilität der Problemlösestile erforscht. Vielfältige Erhebungsmethoden (Interviews, Beobachtungen, Videoaufnahmen, Indikatortest u.a.) gewährleisten eine ganzheitliche Erfassung der Persönlichkeitsentwicklung, der mathematikspezifischen Begabungspotenziale sowie der Problemlösestile der Probanden. (2) Innerhalb von retrospektiv angelegten Einzelfallstudien werden die Ergebnisse zur (In)Stabilität der Problemlösestile der ersten qualitativen Untersuchung erweitert und spezifiziert. Auf Grundlage von Interviews mit mehreren ehemaligen SchülerInnen des Münsterschen Projekts „Mathe für kleine Asse“ sowie der Analyse vorliegender Einzelfallstudien zu diesen SchülerInnen kann ermittelt werden, ob sich im Laufe mehrerer Jahre eine Veränderung bezüglich ihrer Problemlösestile ergeben hat und – falls dem so ist – worin diese begründet liegt.

### **Einblick in erste Ergebnisse**

Mittels einer umfangreichen Literaturanalyse sowie einer explorativen Voruntersuchung im Projekt „Mathe für kleine Asse“ konnten folgende Veränderungen bezüglich der Problemlösestile mathematisch begabter Dritt- und ViertklässlerInnen und mathematisch begabter Sechst- und SiebtklässlerInnen herausgestellt werden, die es in den empirischen Untersuchungen zu überprüfen bzw. zu verifizieren gilt:

- Der Problemlösestil „Hartnäckiges Probieren“ spielt keine wichtige Rolle mehr. Zum einen kann dies auf die in der Regel sehr anspruchsvollen und komplexen Problemaufgaben im sechsten bzw. siebten Schuljahr zurückgeführt werden, die nicht mehr vorrangig mittels hartnäckigen Probierens erfolgreich gelöst werden können. Zum anderen besitzen mathematisch begabte SchülerInnen dieser Altersstufe eine höhere Qualität an Fachwissen und metakognitiven Kompetenzen sowie ein größeres Repertoire an heuristischen Fähigkeiten, aus dem sie schöpfen können.

- Aufgrund der „Natürlichkeit“ des Problemlösestils „Abwechselndes Überlegen und Probieren“ ist davon auszugehen, dass dieser im mittleren Schulalter gleichermaßen häufig auftritt.
- Die Problemlösestile „Intuitives Vortasten bzw. Erahnen“ und das „Systemhafte Vorgehen“ sind bei Sechst- und SiebtklässlerInnen ausgeprägter. Je nach Aufgabenpräsentation ist eine stärkere Tendenz zum einen bzw. anderen Stil zu erkennen. Dahingehend stellt sich die Frage nach einem speziellen Mischtypen, „bei de[m] intuitiv gewonnene Ideen systematisiert werden, um sie zu einem logisch schlüssigen, formalisierten Lösungsweg zusammensetzen“ (Körkel, 2019, S. 449).
- Der Problemlösestil „Systemhaftes Vorgehen“ kann in zwei Typen unterteilt werden, die sich bezüglich der Handlungs- und Repräsentationsebene sowie der Lösungsdarstellung unterscheiden. Typ A arbeitet bevorzugt auf der formal-symbolischen Ebene, wobei die Darstellung allgemeiner mathematischer Strukturen häufig in Form von Formeln erfolgt. Typ B ist ebenso in der Lage, allgemeine Strukturen zu erkennen und anzugeben, allerdings häufig auf einer verbal-deskriptiven Ebene.

Auf Grundlage dieser Erkenntnisse und der daraus resultierenden hypothetischen Modellierung wurden bereits in einem ersten Erhebungszeitraum ausgewählte Problemaufgaben von mathematisch begabten SechstklässlerInnen bearbeitet und in einem anschließenden Kurzinterview ihre Vorgehensweise reflektiert. Eine Auswertung der Eigenproduktionen der Probanden zeigt die Verschiedenheit des Problembearbeitungsaspekts „Lösungsdarstellung“ auf, die nachfolgend anhand zweier exemplarischer Darstellungen erläutert wird.

Florian notierte sich während der Bearbeitung der acht Problemaufgaben häufig nichts und verschriftlichte seine Lösung(en) möglichst kurz und bündig. Auf eine Darstellung der Lösungswege verzichtete er gänzlich. Die Problemaufgabe „Streichholzpyramide“ (Ehrlich, 2015, S. 145) löste er innerhalb kürzester Zeit. Bei der letzten Aufgabe, bei der die Angabe einer allgemeinen Regel für die Anzahl der Streichhölzer in einer beliebigen Figur gefordert ist, nutzte er die zuvor erkannten Lösungsmuster und übersetzte diese in eine mathematische Formel (siehe Abb.1).

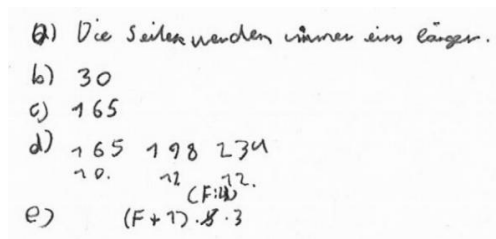


Abb. 1: Florians Lösung der Problemaufgabe „Streichholzpyramide“

Kara hingegen war in der Regel sehr bedacht auf eine vollständige Ausformulierung ihrer Lösung(en) und z.T. auch der Lösungswege. Für die Lösung der Problemaufgabe „Streichholzpyramide“ brauchte sie doppelt so viel Zeit wie Florian. Sie bearbeitete alle Teilaufgaben gewissenhaft, wobei ihr die Ausformulierung einer allgemeinen Regel weder auf der verbalen, noch auf der abstrakt-formalen Ebene gelang (siehe Abb. 2).

a) Es werden immer drei Streichhölzer als Dreieck angelegt. Jeweils bei der untersten Reihe und den darüber. Wenn zwei Dreiecke nebeneinander sind wird eines neues hinzugefügt. So entstehen große Dreiecke.  
Es werden immer drei Streichhölzer bzw. ein Dreieck mehr angelegt.

b) 30 Streichhölzer.

c)  $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 55$  165 Streichhölzer

d) 
$$\begin{array}{r} 234 : 3 = 78 \\ \underline{21} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$
  $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$   
 $55 + 11 + 12 = 78$  12 Figur

Abb. 2: Karas Lösung der Problemaufgabe „Streichholzpyramide“

## Fazit und Ausblick

Die ersten Ergebnisse bestätigen bereits die vermutete Verschiedenheit der Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler. Inwiefern ein solcher Stil über einen längeren Zeitraum hinweg stabil ist, gilt es, in weiteren Erhebungszeiträumen sowie mit Hilfe der zweiten qualitativen Untersuchung herauszufinden.

## Literatur

- Ehrlich, N. (2015). *Strukturierungskompetenzen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen zu Niveaus und Herangehensweisen*. Münster: WTM.
- Fuchs, M. (2006). *Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen*. Berlin: LIT.
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Berlin: Springer Spektrum.
- Körkel, V. (2019). *Mathematik in der Freizeit? Empirische Untersuchungen zum informellen Mathematiklernen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler*. Münster: WTM.
- KMK (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister und Länder in der Bundesrepublik Deutschland, Hrsg.) (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003*. München: Luchterhand.