

Evelyn SÜSS-STEPANCIK, Baden b. Wien & Stefan GÖTZ, Wien

„Beliebig nahe“ versus „fast alle“ – Beliefs zum Grenzwert

1. Einleitung

Das Projekt BELLA („Beliefs zum Lernen und Lehren von Analysis“) an der Universität Wien (C. Ableitinger, A. Anger, S. G. & R. Steinbauer) in Zusammenarbeit mit der Pädagogischen Hochschule Niederösterreich (E. Süß-Stepancik) soll einen Beitrag zur empirischen Fundierung der (fachlichen) Ausbildung in Analysis von Lehramtsstudierenden leisten. Dieses Forschungsvorhaben hat zum Ziel, die Beliefs zum Lernen und Lehren von Analysis der Bachelor-Studierenden zu eruieren und zu analysieren. Zur Beschreibung der Situation sei pars pro toto folgendes Zitat zu einer Schulmathematik Analysis-Lehrveranstaltung eines/einer Studierenden angeführt:

„Verglichen mit jeder andern SM UE ist das Niveau und die Schwierigkeit meiner Meinung viel höher und speziell für den Unterricht weit weniger relevant wie Geometrie, Stochastik und besonders Arithmetik-Beispiele.

Wer jetzt sagt, dass Arithmetik Kindergarten ist, dann sag ich darauf ja, aber was da in den Übungsbeispielen pädagogisch drinnen steckt, ist bemerkenswert und erkennbar.

Meiner Meinung nach ist das in den Analysisbeispielen schwer erkennbar.“

Dazu wurden vor und nach dem Besuch der Schulmathematik Analysis (Vorlesung und Übung) im WS 2018/19 die Beliefs von Lehramtsstudierenden zum Lernen und Lehren von Analysis qualitativ (Repertory Grids: „Zur Analyse [...] müssten Faktoren gegeben sein, die die Probanden und nicht der Forscher als entscheidend empfinden. [...] Der Forscher ‚drängt‘ dem Probanden seine intersubjektiven Theorien nicht indirekt auf, sondern lässt den Probanden in seiner Sprache über seine Theorien sprechen.“ nach Schorcht (2011, S. 204)) und quantitativ (Fragebogen mit offenen und geschlossenen Antwortformaten) erhoben. Die zugehörige Fachvorlesung wurde im Semester davor angeboten.

2. Methoden

Gemäß der Repertory Grid-Technik (Hemmecke, 2012) wurden fünf Studierenden am Beginn und Ende des Semesters dieselben zehn Elemente (Auszüge aus Schulbüchern) zum Grenzwertbegriff im Rahmen eines Interviews vorgelegt. Daraus wählten die Studierenden zufällig eine Trias aus und leiteten damit Konstrukt(paar)e ab. Dieser Vorgang wurde so lange

wiederholt, bis keine Konstrukte mehr gefunden wurden. Das Konstrukt „(nicht) relevant für die Schule“ wurde in allen Fällen vorgegeben (Vergleichselement). Für jedes Konstrukt wurde die Nähe („1“) bzw. Ferne („4“) jedes der zehn Elemente zu einem Pol des Paares auf einer vierteiligen Likert-Skala festgehalten. In Abbildung 1 ist ein Element zu sehen, dessen Nähe zum ersten Pol des Konstruktpaares „es geht um den Grenzwert“ versus „es geht um Konvergenz“ mit „1“ von einer Testperson bewertet wurde. Dagegen wurde von derselben Testperson für das Konstrukt „ ε -Umgebung nur implizit“ versus „explizit ε -Umgebung“ die Ferne „4“ zum ersten Pol festgestellt.

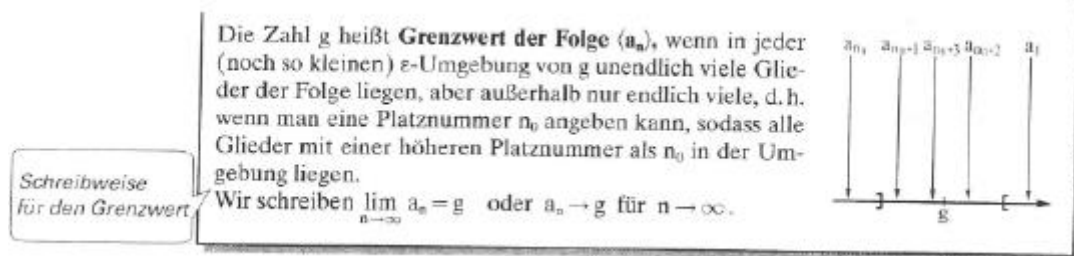


Abb. 1: Ein Element (Griesel & Postel, 2003, S. 235)

Zur einfachen Element- und Konstruktanalyse wurden Distanzmatrizen erstellt und die dabei auftretenden besonders kleinen bzw. besonders großen Distanzen inhaltlich interpretiert.

Zudem haben wir alle genannten Konstrukte einer der folgenden induktiv gebildeten Kategorien zugeordnet: 1. Sprache: Diese Kategorie umfasst alle Konstrukte, die sprachliche Aspekte bzw. Formulierungsaspekte (auch Symbolsprache) der Elemente benennen (z. B. „verwendet Notation („lim“) für Grenzwert“ versus „verwendet keine Notation für Grenzwert“). 2. Grafische Darstellung: Die Kategorie umfasst alle Konstrukte, die grafische/bildliche (ggf. ikonische) Darstellungen/Repräsentationen der Objekte (in den Elementen) ansprechen (z. B. „Graphik hilft, es sich bildlich vorzustellen“ versus „keine Grafik“). 3. Fachliche Inhalte: Diese Kategorie umfasst alle Konstrukte, die (fach)inhaltliche Konzepte benennen, die (in Abgrenzung zu Kategorie 6) Relevanz für das übergeordnete Thema aus fachlicher Expertise haben bzw. dafür spezifisch sind (z. B. „Näherungsverfahren“ versus „Bereichseinschränkung“). 4. Abstraktions- bzw. Exaktheitsniveau: In diese Kategorie werden Konstrukte aufgenommen, in denen zum Ausdruck kommt, dass der in den Elementen angesprochene Begriff einmal anhand eines konkreten Beispiels oder präformal und einmal in allgemeiner(er), abstrahierter oder exakter Form thematisiert wird (z. B. „genaue Definition“ versus „Intuition“). 5. Funktion des Textes: Die Kategorie umfasst Konstrukte, aus denen hervorgeht, wofür das jeweilige Element ge-

dacht ist. Ein konkreter Zweck muss aus dem Konstrukt hervorgehen (z. B. „keine Definition (beschreibend)“ versus „Definition“). 6. Unspezifisches: In diese Kategorie kommen Konstrukte, deren Relevanz für das übergeordnete Thema aus fachlicher Expertise entweder nicht gegeben ist oder wenigstens nicht spezifisch dafür ist (z. B. „deduktiv“ versus „induktiv“). 7. Subjektive Einschätzung/Subjektiver Eindruck: Subjektive Bewertung des Elements als Ganzes, die nicht an konkreten fachlichen Begriffen festgemacht wird oder die Eignung für Zielgruppen anspricht (z. B. „man bekommt ein Bild von der Annäherung“ versus „man bekommt kein Bild von der Annäherung“).

Eine Häufigkeitsanalyse wurde für die Konstruktzuordnungen vorher/nachher durchgeführt und auf Änderungen untersucht.

3. Resultate und Interpretation

In Abbildung 2 ist eine hochsignifikante Veränderung ($p < 0.01$, Chi-Quadrat-Anpassungstest) der Verteilung der geäußerten Konstrukte auf die in Abschnitt 2. genannten Kategorien zu erkennen. Insgesamt ist eine Zunahme der genannten Konstrukte von 64 auf 73 zu verzeichnen. Fassen wir die ersten vier Kategorien als kognitive Komponente des Belief-Systems auf, so fällt eine Konzentration auf die fachlichen Inhalte in der Post-Untersuchung auf. Die Anzahl der Konstrukte, die der affektiven Komponente (Kategorie 7) zuzuordnen sind, nimmt ebenfalls deutlich zu, detto die Anzahl jener, die eine handlungsleitende Funktion (Kategorie 5) haben.

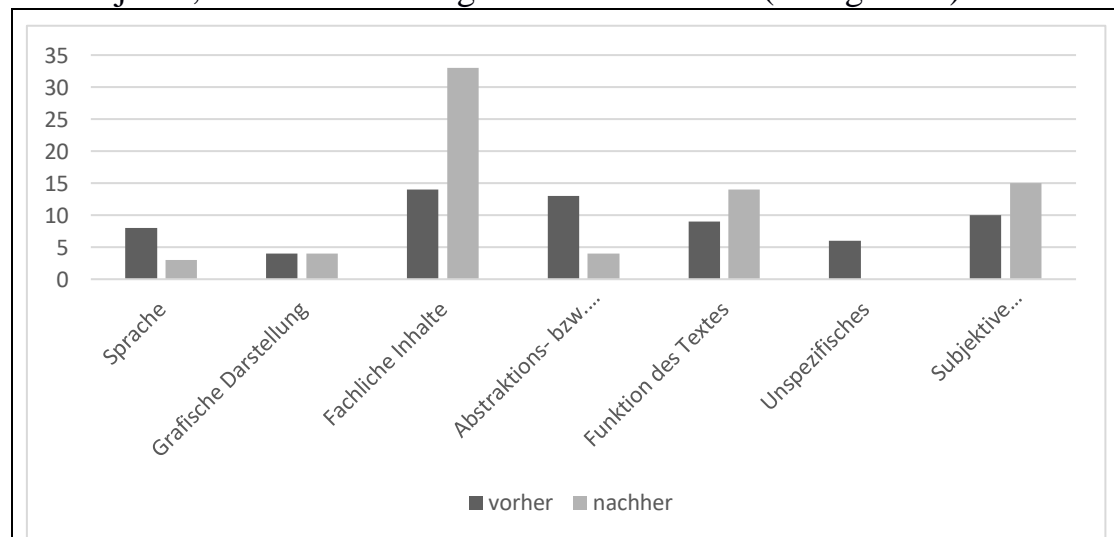


Abb. 2: Häufigkeitsanalyse der Konstrukte

Aus den fünf Matrizen zur Distanz der Elemente haben wir für jede der 45 Eintragungen den Median aus den fünf Differenzen gebildet und diese „Median-Matrix“ dann ausgewertet. Die Nähe von Elementen konnte meist gut nachvollzogen werden: z. B. wurden in der Nacherhebung bei zwei

verbalen Definitionen die Formulierung „Fast alle“ mit „schließlich“ und der Begriff „ ε -Umgebung“ mit „ ε -Streifen“ identifiziert.

Bei vier Grids hat sich die Spannweite der Element-Distanzen vorher/nachher vergrößert und der Median erhöht (Letzteres signifikant bei einem Grid mit $p = 0.029$, Mann-Whitney-Test). Diese Ausweitung lässt auf eine differenzierte Betrachtung der Elemente in der Post-Untersuchung schließen, zumal für die Erhebung möglichst unterschiedliche Lehrbuch-ausschnitte herangezogen worden sind.

Bei der Analyse der fünf Matrizen zur Distanz der Konstrukte sind besonders jene Abstände relevant, die sich auf das Vergleichspaar beziehen. Letzteres wird der affektiven Komponente zugeordnet. Wir haben nur jene Konstrukte mit besonders kleiner oder großer Distanz zum Vergleichspaar analysiert. Eine grafische Veranschaulichung (Kategorie 2) wird sowohl im Vortest als auch im Nachtest als relevant für die Schule erachtet. Eine einfache Sprache (Kategorie 1) wird als wichtig für die Schule angesehen, wobei beim Nachtest die diesbezüglichen Konstrukte wesentlich differenzierter formuliert wurden: „leicht verständlich“ versus „kompliziert“ im Pretest und „eher weniger ungeklärte mathematische Symbole“ versus „viele ungeklärte mathematische Symbole“ im Nachtest. Bezogen auf die beiden Grundvorstellungen „Annäherungsvorstellung“ und „Umgebungsvorstellung“ (Kategorie 3) ergibt sich kein einheitliches Bild bezüglich der Schulrelevanz: „arbeitet ohne ε -Definition“ ist der schulrelevante Pol eines Konstrukts, der „ ε -Bezug“ wird hingegen bei einem anderen Konstrukt als durchaus schulrelevant identifiziert. Die hier vorkommenden Kategorien gehören also alle zur kognitiven Komponente der Belief-Systeme.

Bezüglich der Grundvorstellungen zum Grenzwertbegriff zeigt sich, dass in zwei der fünf Grids die Annäherungsvorstellung und Umgebungsvorstellung bei den nahen Konstruktpaaren als Pole implizit auftreten. Die Objektvorstellung tritt nur bei einem Post-Grid auf als gegensätzlicher Pol sowohl zur Annäherungs- als auch zur Umgebungsvorstellung.

Literatur

- Griesel, H. & Postel, H. (2003). *Elemente der Mathematik 11*. Hannover: Schroedel.
- Hemmecke, J. (2012). *Repertory Grids als Methode zum Explizieren impliziten Wissens in Organisationen: Ein Beitrag zur Methodenentwicklung im Wissensmanagement*. Dissertation Universität Wien. <http://othes.univie.ac.at/27576/> (18.12.2019)
- Schorcht, S. (2011). Mathematikunterricht verstehen. Zur Akzeptanz didaktischer Theorien bei angehenden Lehrkräften. In M. Helmerich et al. (Hrsg.), *Mathematik Verstehen. Philosophische und Didaktische Perspektiven* (S. 199-209). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.