

Elisabeth UNTERHAUSER, Osnabrück &
Hedwig GASTEIGER, Osnabrück

Begründungen in der frühen geometrischen Bildung als Indikator für das Verständnis von Drei- und Viereck

1. Begriffe, Begriffsbildung und Begründungen

Begriffe werden im Laufe von Begriffsbildungsprozessen erworben. Dabei kommt es immer wieder zu qualitativen und quantitativen Veränderungen des Begriffsverständnisses (z.B. Hischer, 2012). Im Folgenden soll herausgearbeitet werden, wie ausgewählte interdisziplinäre Perspektiven auf Begriffsbildungsprozesse als Analysewerkzeuge für das Begriffsverständnis von 4- bis 6-Jährigen genutzt werden können, und warum v.a. deren Begründungen Auskunft über ihr Verständnis eines geometrischen Begriffs geben.

Entsprechend der sogenannten Klassischen Theorie – einer zentralen **kognitions- und lernpsychologischen Perspektive** – sind geometrische Begriffe formal-logisch eindeutig durch Begriffsinhalt (definierende Eigenschaften), -umfang (Menge aller Repräsentanten) und -netz (hierarchische Klassifikation) definiert (z.B. Kondakov, 1978). Die **mathematikdidaktische Perspektive** fasst Begriffsbildungsprozesse u.a. mit Stufenmodellen (z.B. Vollrath, 1984). Die Veränderung des Begriffsverständnisses wird in 5 aufeinanderfolgenden Stufen beschrieben, wobei maximal die ersten 3 Stufen – ganzheitliches Begriffsverständnis (Verständnis für Begriffsumfang), eigenschaftsbezogenes (Verständnis für Begriffsinhalt) und relationales (Verständnis für Begriffsnetz) – Relevanz für den Elementarbereich besitzen. Außerdem zeigen die Stufenmodelle je umfassender Begriffe verstanden werden, desto differenziertere Begründungen werden formuliert (z.B. van Hiele, 1986). Im Zusammenhang mit Begründungen sind **philosophisch-epistemologische Perspektiven** hilfreich. Lernende bilden, und das bereits im Elementarbereich, ein subjektives Begriffsverständnis auf Basis individueller Vorannahmen, welche v.a. beim Begründen explizit werden. Abhängig vom individuellen Begriffswissen haben Begründungen unterschiedliche Qualitäten und können bereits im frühen Alter Auskunft über Begriffswissen geben (z.B. Lindmeier, Grüßing & Heinze, 2015). Für die Analyse von Begründungen im mathematikdidaktischen Forschungskontext bietet sich die Argumentationsanalyse nach Toulmin (1996) an, die drei Grundkomponenten unterscheidet: Datum (unbestrittene Tatsache), Konklusion (zu belegende Aussage), und Regel (Vorannahme zur Legitimation des Schlusses von Datum auf Konklusion). Aus epistemologischer Sicht können die jewei-

lige Vorannahme und die darauf basierende Regel objektiv, z.B. aus wissenschaftlicher Sicht der Mathematik, und/oder subjektiv, z.B. aus vorwissenschaftlicher Sicht des Kindes, wahr sein (z.B. Schacht, 2012).

2. Herangehensweisen zur Analyse kindlicher Begründungen

Die wenigen Studien, die mit Begründungen Aussagen über das Begriffsverständnis von Vier- und Dreieck treffen, analysieren kindliche Begründungen unterschiedlich. Die Begründungen werden häufig in Anlehnung an das Kodierschema von Clements et al. (1999) als ganzheitlich (z.B. Vergleich mit Alltagsobjekt) oder eigenschaftsbezogen (z.B. Anzahl der Ecken) kodiert (z.B. Aktaş Arnas & Aslan, 2010). Manche Studien differenzieren diese Kategorien weiter aus: z.B. bei ganzheitlichen Begründungen Benennen und Bezug auf visuelle Merkmale bzw. bei eigenschaftsbezogenen definierende und nicht definierende Eigenschaften (z.B. Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008). Geben Kinder mehrere Begründungsaspekte einer Kategorie an, dann werden die Aspekte undifferenziert zusammengefasst oder der dominante Aspekt kodiert, wobei nicht näher erläutert wird, wie entschieden wird, welcher Aspekt der dominante ist (z.B. Aktaş Arnas & Aslan, 2010; Clements et al., 1999). Werden beispielsweise innerhalb einer Begründung ein ganzheitlicher mit einem eigenschaftsbezogenen Aspekt kombiniert, wird entweder lediglich der eigenschaftsbezogene Aspekt erfasst, weil dieser theoriebasiert als höherwertig angesehen wird (z.B. Aktaş Arnas & Aslan, 2010; Clements et al., 1999) oder beide Aspekte werden getrennt kodiert (z.B. Tsamir et al., 2008). Begründungen können entsprechend verschiedener Perspektiven auf Begriffsbildung (s.o.) primär normativ-mathematisch (z.B. Clements et al., 1999) oder subjektiv-individuell (z.B. Walcott, Mohr & Kastberg, 2009) beurteilt werden. Insgesamt stützen sich vorliegende Studien bei der Analyse der Begründungen und des damit einhergehenden Begriffsverständnisses in erster Linie auf mathematikdidaktische Stufenmodelle. Gerade eine Gegenüberstellung der mathematischen und der individuellen Perspektive könnte jedoch Anhaltspunkte für Diskrepanzen zwischen der mathematisch-wissenschaftlichen und kindlich-vorwissenschaftlichen Begriffstheorien geben. Demzufolge erscheint eine theoriebasierte, multiperspektivische Analyse kindlicher Begründungen für Identifikationsentscheidungen geboten.

3. Interviewstudie zu Begründungen für Identifikationsentscheidungen

Im Rahmen einer Interviewstudie zum Verständnis der Begriffe Vier- und Dreieck wurden 4- bis 6-Jährige (N=120) halbstandardisiert und materialgestützt mündlich befragt (Unterhauser, 2020). Sie wurden u.a. dazu aufgefordert für beide Begriffe bei je 13 Figuren (typische und untypische (Nicht)Re-

präsentanten) zu entscheiden, ob es sich um einen Repräsentanten des Begriffs handelt. Nachfolgend wurden zu jeweils acht ausgewählten Figuren (Auswahl s. Abb. 1) Begründungen für die getroffene Identifikation erfragt.



Abbildung 1: Auswahl von Begründungsfiguren (Unterhauser, 2020)

Die Begründungen wurden mit Hilfe einer inhaltlich strukturierenden Inhaltsanalyse nach Mayring (z.B. 2015) analysiert. Im Unterschied zu den oben angeführten Studien wird die gesamte Begründung in Kombination mit der Identifikationsentscheidung unter Einbezug verschiedener Perspektiven auf Begriffsbildung und basierend auf der Argumentstruktur nach Toulmin (1996) (s.o.) betrachtet. Es ergeben sich vier Strukturierungsdimensionen: Begründungsaspekt(e) und Begründungsregel(n), Gesamtbegründung und Gesamtbegründungsregel. Abbildung 2 zeigt beispielhaft, wie die Begründungen entlang dieser vier Strukturierungsdimensionen analysiert wurden.

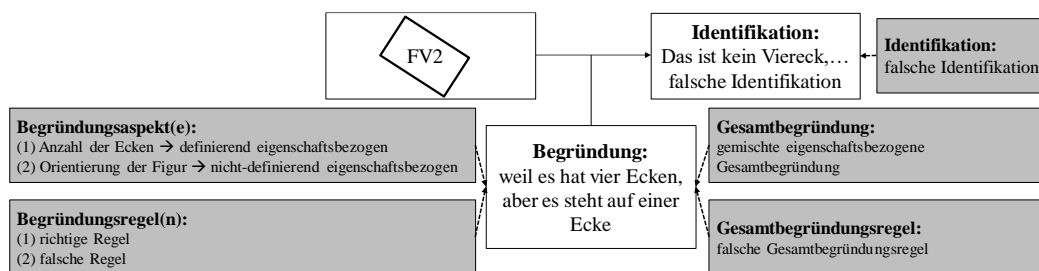


Abb. 2: Analyse von Begründungen (angelehnt an Unterhauser, 2020)

Eine Begründung besteht aus einzelnen **Begründungsaspekten**(n), wobei das Kind zwei Begründungsaspekte verwendet – Anzahl der Ecken als definierend-eigenschaftsbezogener Begründungsaspekt und Orientierung der Figur als nicht-definierend eigenschaftsbezogener. Für jeden Begründungsaspekt wird die **Begründungsregel** normativ-mathematisch als richtig, falsch oder ganzheitlich beurteilt. Begründungsaspekt (1) liegt eine richtige Begründungsregel und Begründungsaspekt (2) eine falsche zugrunde. Bei der **Gesamtbegründung**, die sich aus den Arten der verwendeten Begründungsaspekte ergibt, handelt es sich folglich um eine gemischte eigenschaftsbezogene Gesamtbegründung. Als vierte und letzte Strukturierungsdimension wird mit der **Gesamtbegründungsregel** das Zusammenspiel der verwendeten Begründungsregeln beurteilt. Im Beispiel dominiert für das Kind die falsche Begründungsregel und somit fußt die Identifikationsentscheidung normativ betrachtet insgesamt auf einer falschen Gesamtbegründungsregel. Basierend auf den Gesamtbegründungsregeln konnten – nach Ausschluss von Ausreißern und Fällen mit fehlenden Werten – mit einer explorativen Clusteranalyse (N=100; Ward-Verfahren, quadrierte Euklidische Distanzen) vier

Cluster bzw. Begriffsverständnistypen identifiziert werden: Kompetente Eckenzähler (N=26), verunsicherte Eckenzähler (N=13), Prototypenanalysen (N=19), Prototypenholisten (N=42) (s. Unterhauser, 2020).

4. Diskussion

Die Begriffsverständnistypen zeigen, dass Begründungen zentrale Indikatoren für das Verständnis der Begriffe Vier- und Dreieck von 4- bis 6-Jährigen sind und beide Begriffe bereits im Elementarbereich heterogen verstanden werden. Jeder der Begriffsverständnistypen zeigt für die Begriffe Vier- und Dreieck Kompetenzen ebenso wie Ansätze von Fehlvorstellungen. In Bezug auf die Stufenmodelle lässt sich z.B. feststellen, dass sie für den Elementarbereich zu wenig differenziert sind. So lassen sich sowohl innerhalb der Begriffsverständnistypen als auch zwischen ihnen figurenabhängig unterschiedliche Charakteristika der verschiedenen Verständnisstufen erkennen.

Literatur

- Aktaş Arnas, Y. & Aslan, D. (2010). Children's classification of geometric shapes. *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 19 (1), 254-270.
- Clements, D., Swaminathan, S., Zeitler Hannibal, M. & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal f. Research in Mathematics Education*, 30, 192-212.
- Hischer, H. (2012). *Grundlegende Begriffe der Mathematik. Entstehung und Entwicklung*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Kondakov, N. I. (1978). *Wörterbuch der Logik*. Leipzig: Bibliographisches Institut.
- Lindmeier, A. M., Grüßing, M. & Heinze, A. (2015). Mathematisches Argumentieren bei fünf- bis sechsjährigen Kindern. In F. Caluori, C. Streit & H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015* (S. 576-579). Münster: WTM.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (12. vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage). Weinheim: Beltz.
- Schacht, F. (2012). *Mathematische Begriffsbildung zwischen Implizitem und Explizitem. Individuelle Begriffsbildungsprozesse zum Muster- und Variablenbegriff*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Toulmin, S. E. (1996). *Der Gebrauch von Argumenten* (2. Auflage). Weinheim: Beltz.
- Tsamir, P., Tirosh, D. & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69 (2), 81-95.
- Unterhauser, E. (2020). *Geometrisches Begriffsverständnis in der frühen Bildung. Eine Interviewstudie zu den Begriffen Vier- und Dreieck bei Kindergartenkindern*. Wiesbaden: Springer.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.
- Vollrath, H. (1984). *Methodik des Begriffslehrens im Mathematikunterricht*. Stuttgart: Klett.
- Walcott, C., Mohr, D. & Kastberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28 (1), 30-40.