

Nicolai VON SCHROEDERS, Nürnberg

Rechenfehler beim Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum bis 100

Rechenfehler beim Rechnen im Zahlenraum bis 100 können sich im Ergebnis auf verschiedenster Art und Weise manifestieren. Im Rahmen eines Dissertationsprojekts zur Operationalisierung des Begriffs Rechenschwäche wurden der Fachliteratur unterschiedlichste Fehlertypen für Additions- und Subtraktionsaufgaben entnommen und fünf Fehlerarten zugeordnet.

Zählfehler	Fehler, die sich auf mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe und falsch eingesetzte Zählansätze und deren Kombinationen zurückführen lassen.
Zahlendreher	Fehler, die durch das Vertauschen der Ziffern an der Einer- und Zehnerstelle einer zweistelligen Zahl entstehen.
Ziffernstrategiefehler	Fehler, bei denen „die Ziffern der beiden zu verrechnenden Zahlen ohne Berücksichtigung ihrer Stellenwerte verrechnet werden“ (Schipper 2009, S. 140)
Verfahrensfehler	Fehler, die auf eine unvollständige Abfolge von Rechenschritten oder einen inversen Rechenschritt bei Rechenstrategien zurückzuführen sind.
Sonstige Fehler	Fehler, die sich als Perseverationsfehler oder „Weiter“-Fehler interpretieren lassen.

Tab. 1: Liste der Fehlerarten beim Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum bis 100

Die verwendeten Bezeichnungen sind in der Literatur nicht eindeutig. So bezeichnen beispielsweise Padberg & Benz (2011, S. 108) den Zahlendreher auch als Stellenwertfehler und Gerster (1994, S. 64) spricht von Ziffernvertauschungsfehler. Die Bezeichnung „Übersetzungsfehler“ findet sich bei Fromme (2017, S. 71) und Jacobs und Petermann (2007, S. 3).

Im Folgenden werden die ersten vier Fehlerarten kurz exemplarisch vorgestellt und anhand von Beispielen aus der Normierungsstichprobe der Computerdiagnostik BIRTE 2 (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011) verdeutlicht. Im fünften Abschnitt wird abschließend auch auf mögliche Kombinationsfehler der Fehlerarten eingegangen.

1. Zählfehler

Die beiden primären Fehlerursachen, mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe und falsch eingesetzte Zählansätze, manifestieren sich in Ergebnissen beispielsweise durch einen +1/-1 Fehler bei einem Schnapszahlübersprung in der betroffenen Zahlwortreihe:

$80 - 6 = 73$ über 79, 78, („Schnapszahl überspringen“) 76, 75, 74, 73.

Alternativ kann beim Überschreiten einer Zahl, bei der die Differenz aus der Zehner- und Einerziffer genau Eins beträgt, ein Zehnerübersprung stattfinden und so ein +9/-9-Fehler entstehen (Benz, 2005, S. 90)

$16 + 8 = 33$ über 17, 18, 19, 20, 21, 31, 32, 33.

Der falsche Einsatz des „Die nächste Zahl“- Ansatzes, der bei der Subtraktion mit der Idee des Wegnehmens verbunden ist, kann bei Additions- und Subtraktionsaufgaben auch zu einem +1/-1 Fehler führen:

$33 + 9 = 43$ über 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, („Die nächste Zahl“) 43.

An diesen ersten Beispielen wird deutlich, dass nur, wenn in der Zahlwortreihe kein Schnapszahlübergang auftritt, eine Unterscheidung zwischen einem „Schnapszahl überspringen“-Fehler und einem falschen Einsatz des „Die nächste Zahl“- Ansatzes vorgenommen werden kann.

Die beschriebenen Fehlertypen lassen sich aber auch kombinieren, so dass – zumindest in der Theorie, und die Autoren schließen solche Fälle nicht explizit aus – noch viele weitere Fehleingaben entstehen können.

Beispielsweise können die beiden zuvor genannten Fehlertypen kombiniert werden, so dass bei Additions- oder Subtraktionsaufgaben auch +2/-2 Fehler denkbar sind:

$38 + 6 = 46$ über 39, 40, 41, 42, („Schnapszahl überspringen“) 43, 45, („Die nächste Zahl“) 46.

Insgesamt lassen sich so 48 verschiedenen Zählfehler beschreiben, die sich aber nicht zwingend im Ergebnis unterscheiden müssen.

2. Zahlendreher

Der Zahlendreher kann beispielsweise bei der Addition sowohl im Ergebnis als auch alleinig bei ersten oder zweiten Summanden oder auch bei beiden Summanden auftreten. Wartha & Schulz (2017, S. 56) betonen, dass dieser Fehler vor allem im Zahlenraum ab 20 auftritt. Die Zahlen von 12 bis 19 und deren Zahlendreher im Zahlenraum bis 100 (z.B. 16 und 61) werden viel

seltener „verdreht“, weil diese Zahlen im ersten Schuljahr ähnlich den Wortbildern im Sprachunterricht als Bilder gelernt werden (ebd.). „Viel seltener“ schließt aber die Möglichkeit des Auftretens nicht aus.

Bei den folgenden Beispielen von Zahlendrehern sollen die geschweiften Klammern die mit Zahlendreher verwendete Zahl kennzeichnen.

$$24 + 35 = \{42\} + 35 = 77 \text{ (Zahlendreher im 1. Summanden)}$$

$$53 + 17 = \{35\} + 17 = \{25\} \text{ (Zahlendreher im 1. Summanden und Ergebnis)}$$

3. Ziffernstrategiefehler

Ein Fehlertyp dieser Fehlerart für Additionsaufgaben zeigt sich in der Form, dass alle Ziffern der beiden Summanden unabhängig ihres Stellenwertes addiert werden (Radatz, 1980, S. 83; Benz, 2005, S. 90):

$$24 + 35 = 14 \text{ über } 2 + 4 + 3 + 5 = 14.$$

Die Unsicherheit beim ziffernweisen Rechnen kann sogar so groß sein, dass nur die von Null verschiedene Einerziffer des ersten Summanden zum ersten Summanden addiert wird:

$$31 + 29 = 32 \text{ über } 31 + 1 = 32$$

Ein „Vorteil“ des Ziffernstrategiefehlers im Vergleich zum Zählfehler ist, dass sich die einzelnen Fehlertypen nicht kombinieren lassen. Dadurch ergeben sich für Additionsaufgaben elf und für Subtraktionsaufgaben nur zehn unterschiedliche Fehlertypen.

4. Verfahrensfehler

Der „Unvollständige Operation“-Fehler beschreibt eine Menge von Fehlern, bei denen beim Durchführen einer Rechenstrategie ein einzelner Schritt vergessen wird oder sogar mehrere Schritte des Verfahrens ausgelassen werden. So kann es passieren, dass beim schrittweisen Rechnen ein einzelner Einer nicht verrechnet wird:

$$51 + 28 = 71 \text{ über } 51 + 20 = 71 \text{ (8 vergessen) oder auch}$$

$$51 + 28 = 78 \text{ über } 50 + 28 = 78 \text{ (1 vergessen).}$$

Alternativ kann bei der Hilfsaufgabe „Aufrunden“ der Kompensationsschritt vergessen werden:

$$57 + 6 = 66 \text{ über } 60 + 6 \text{ (Kompensation - 4 vergessen).}$$

Bei den unterschiedlichen Rechenstrategien (schrittweises Rechnen, Stellenwerte-extra, Hilfsaufgabe „Aufrunden“, etc.) können so für jede Rechenoperation acht verschiedene Fehler beschrieben werden.

Von anderer Natur ist hingegen der „Inverse Operation“-Fehler. Dieser tritt auf, wenn eine Additionsaufgabe als Subtraktionsaufgabe oder umgekehrt gelöst wird (Radatz, 1980, S. 84, Chaudhuri, 2009, S. 27):

$$51 + 28 = 23 \text{ über } 51 - 28.$$

Diese Problematik kann aber auch innerhalb einer Rechenstrategie bei einem einzelnen Rechenschritt auftreten:

$$33 + 9 = 22 \text{ (Subtraktion des Übertrags).}$$

Insgesamt lassen sich so 15 Fehlertypen für die unterschiedlichen Rechenoperationen identifizieren.

5. Kombinationsfehler der Fehlerarten

Die Fehlerarten und deren Fehlertypen lassen sich nicht beliebig miteinander kombinieren. So kann ein Zahlendreher bei der Zahlerfassung beispielweise mit einem Zählfehler verbunden werden. Das Auftreten eines Ziffernstrategiefehlers setzt jedoch voraus, dass die Ziffern der beiden zu verrechnenden Zahlen ohne Berücksichtigung ihrer Stellenwerte verrechnet werden. Das Anwenden einer Rechenstrategie wird dadurch von vornherein ausgeschlossen und damit fehlt die Grundlage für ein nachträgliches Auftreten eines Verfahrensfehlers.

Literatur

- Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Hildesheim: Franzbecker.
- Chaudhuri, U. (2009). *Mit Fehlern rechnen*. Donauwörth: Auer Verlag.
- Fromme, M. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100*. Wiesbaden: Springer.
- Gerster, H.-D. (1994). Arithmetik im Anfangsunterricht. In A. Abele & H. Kalmbach (Hrsg.), *Handbuch zur Grundschulmathematik. Band 1. Erstes und zweites Schuljahr* (S. 35-102). Stuttgart: Klett.
- Jacobs, C. & Petermann, F. (2007). *Rechenstörungen*. Göttingen: Hogrefe.
- Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. 4. Auflage. Heidelberg: Springer.
- Radatz, H. (1980). *Fehleranalysen im Mathematikunterricht*. Braunschweig: Friedrich Vieweg.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- Schipper, W., Wartha, S. & von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2, Bielefelder Rechentest für das zweite Schuljahr, Handbuch zur Diagnostik und Förderung*. Braunschweig: Schroedel.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2017). *Rechenproblemen vorbeugen*. Berlin: Cornelsen.