

Birke-Johanna WEBER, Kiel & Anke LINDMEIER, Kiel

## **Typisierung von Aufgaben zur Verbindung zwischen akademischem und schulischem Fachwissen**

Um dem Problem der doppelten Diskontinuität (Klein, 1933) entgegenzutreten, werden an vielen deutschen Hochschulen im Lehramtsstudium mittlerweile Aufgaben zur Vernetzung zwischen Schul- und Hochschulmathematik eingesetzt. Bisher ist jedoch nicht bekannt, welche übergeordneten Gestaltungsmerkmale diese Lerngelegenheiten aufweisen. In einem ersten Schritt sollen daher Aufgaben verschiedener Standorte hinsichtlich der adressierten Bezüge klassifiziert und typische Gestaltungsprinzipien expliziert werden.

### **Theoretischer Hintergrund**

Die intellectual trickle-down-Annahme, dass sich Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik bei (angehenden) Lehrkräften von allein einstellen und daher nicht gesondert an der Hochschule gelehrt werden müssten, wird seit Längerem in Frage gestellt (z. B. Bauer, 2013; Wu, 2018) und erweist sich empirisch als nicht haltbar (Hoth et al., 2019). Infolgedessen erscheinen zusätzliche Lerngelegenheiten notwendig, die die Bezüge zwischen akademischer und schulischer Mathematik explizit thematisieren. Von solchen Lerngelegenheiten ist anzunehmen, dass sie den Aufbau eines schulbezogenen Fachwissens (SRCK, Dreher et al., 2018) unterstützen, indem sie Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik einfordern (in top-down oder bottom-up Richtung) oder aber eine curriculare Sichtweise anbahnen. Bisher ist jedoch wenig darüber bekannt, wie die genaue Beschaffenheit derzeitig realisierter Lerngelegenheiten ist und wie und in welchem Maß verschiedene SRCK-Facetten abgebildet werden. Erkenntnisse dazu versprechen jedoch Aufschluss darüber, welches professionsspezifische Fachwissen Lehramtsstudierende durch die Bearbeitung dieser Aufgaben überhaupt erwerben können. Darauf aufbauend lassen sich zudem Gestaltungsprinzipien für neue Aufgaben ableiten.

Im Folgenden soll daher eine Vorstudie vorgestellt werden, die folgende Ziele verfolgt: (1) Erprobung eines Kategoriensystems zur Klassifikation derzeitig verwendeter Lehramtsaufgaben hinsichtlich ihrer Gestaltungsmerkmale und darauf aufbauend (2) Identifikation typischer Aufgabenklassen.

### **Methode**

Zur Bearbeitung der Forschungsziele wurde ein Korpus aus  $N = 86$  Lehramtsaufgaben von acht verschiedenen Hochschulstandorten verwendet und

mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse (formale Strukturierung, Mayring, 2010) untersucht. Aufgenommen wurden veröffentlichte wie unveröffentlichte Aufgaben zum Themengebiet Analysis, die für Lehramtsstudierende konzipiert wurden, um Bezüge zwischen akademischer Mathematik und Schulmathematik zu explizieren. Unveröffentlichte Aufgaben wurden auf Anfrage von Verantwortlichen der jeweiligen Hochschulen eingereicht. Die Klassifikation erfolgt mithilfe eines Kategoriensystems, welches sich aus dem theoretischen Modell zum SRCK sowie bereits erprobter Kategorien aus TIMSS (Neubrand, 2002) und COACTIV (Jordan et al., 2006) ergibt und in Tabelle 1 zusammenfassend dargestellt ist. Es wurde für jede Aufgabe die überwiegend zutreffende Kategorienausprägung vermerkt.

Kategorie (Quelle)	Ausprägung	
A – SRCK-Facette (Dreher et al., 2018)	1 – top-down, 2 – bottom-up, 3 – curricular, 4 – nicht zuzuordnen	
B – Schulbezug (Eigenentwicklung)	0 – nicht expliziert, 1 – Aufgabe aus Schule, 2 – Schüleräußerung, 3 – schulischer Zugang/Definition, 4 – schülergerechte Antwort, 5 – anderer Bezug	
C – Wissensstufe (adaptiert nach COACTIV)	1 – Schulmathematik, 2 – Hochschulmathematik, 3 – Kombination 1&2, 4 – Fachdidaktik, 5 – Kombination 2&4, 6 – Kombination 1&4	
D – Arbeitsanweisungen (adaptiert nach TIMSS)	a. Berechnen/bestimmen, b. Beweisen/begründen, c. Vergleichen, d. Kontrollieren/korrigieren, e. Diskutieren/beurteilen, f. Interpretieren, g. Veranschaulichen, h. Erläutern/analysieren, i. Definieren/formalisieren, j. Reflektieren, k. Verbindung herstellen, l. Vorwissen benennen, m. Lernziele zuordnen, n. Klassenstufe zuordnen, o. Material entwickeln, p. Schülergerecht beantworten, q. Beispiele angeben	Jeweils: 0 – nicht gefordert, 1 – gefordert

Tab. 1: Entwickeltes Kategoriensystem zur Aufgabenklassifikation

## Ergebnisse

In Tabelle 2 sind die relativen Häufigkeiten der Kategorien A–C abgebildet. Da die Aufgaben Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik hervorheben sollen, bietet sich eine Klassifikation ausgehend von den Kategorien A und B an. Zunächst sei dabei auf die 24 Aufgaben eingegangen, die sich keiner SRCK-Facette zuordnen ließen. Darunter befinden sich auch Aufgaben, die kein hochschulmathematisches Wissen erfordern oder keinen expliziten Schulbezug aufweisen. Solche Aufgaben erfordern beispielsweise das Bearbeiten einer Aufgabe mit Schulwissen oder das Prüfen einer Argumentation auf Korrektheit, wobei nicht expliziert wird, inwiefern dies für die

spätere Tätigkeit als Lehrkraft relevant ist. Vier Aufgaben verbleiben, die einen (schwachen) Schulbezug aufweisen und trotzdem keiner SRCK-Facette zugeordnet werden können. Dies liegt im Wesentlichen daran, dass diese vier Aufgaben keinen professionsspezifischen Bezug herstellen.

Kategorie	Relative Häufigkeit je Ausprägung
A – SRCK-Facette	8 % top-down, 58 % bottom-up, 8 % curricular, 26 % nicht zuzuordnen
B – Schulbezug	22 % nicht expliziert, 17 % Aufgabe aus Schule, 14 % Schüleräußerung, 24 % schulischer Zugang/Definition, 8 % schülergerechte Antwort, 14 % anderer Bezug
C – Wissensstufe	5 % Schulmathematik, 48 % Hochschulmathematik, 30 % Kombination 1&2, 1 % Fachdidaktik, 13 % Kombination 2&4, 2 % Kombination 1&4

Tab. 2: Übersicht über die relativen Häufigkeiten der einzelnen Ausprägungen

Für die SRCK-Facetten können folgende Auffälligkeiten beobachtet werden: Top-down Aufgaben der Stichprobe benötigen neben hochschulmathematischem Fachwissen meist auch fachdidaktisches Wissen. Bei curricularen Aufgaben wird ein Schulbezug im Gegensatz zu den anderen beiden Facetten nicht immer expliziert, beispielsweise kann in einer Aufgabe gefordert werden, die schrittweise Verallgemeinerung eines Begriffs/einer Methode rein innermathematisch zu untersuchen.

Da die Aufgaben mit bottom-up Anforderungen zahlenmäßig überwiegen, konnten hier weitere Aufgabentypen herausgearbeitet werden. Klassifiziert man diese Aufgaben hinsichtlich der Kategorien B–D, so lässt sich bezüglich der Kategorie B zunächst feststellen, dass die Ausprägungen 1–3 in etwa gleichhäufig in Aufgaben abgebildet werden. Folgende Arbeitsanweisungen erscheinen prototypisch für verschiedene Schulbezüge: (1) Aufgabe aus Schule – mit Hochschulmitteln berechnen/beweisen, zusätzlich mit Schulmitteln berechnen/begründen, (2) Schüleräußerung – Aussage mithilfe des Hochschulwissens kontrollieren und schülergerecht beantworten, (3) schulischer Zugang/Definition – mehrere Optionen hochschulmathematisch vergleichen/kontrollieren und Gültigkeit/Einschränkungen/Vorteile erläutern.

Zu bemerken ist, dass insbesondere Aufgaben des Prototyps (2) auch top-down Prozesse enthalten, da im Anschluss an eine hochschulmathematische Betrachtung eine Reduktion in Richtung Schulmathematik gefordert ist. Diese Prozesse bilden jedoch jeweils nicht den Aufgabenschwerpunkt.

## Fazit

Die vorliegenden Ergebnisse sind als Vorstudie für eine umfänglichere Analyse von Aufgaben zur Verbindung zwischen schulischer und akademischer

Mathematik zu verstehen. Das entwickelte Kategoriensystem erscheint geeignet, um adressierte Bezüge zu explizieren und die Aufgaben hinsichtlich der ihnen innewohnenden Anforderungen näher zu klassifizieren. In einem weiteren Schritt gilt es nun, das System auf eine größere Stichprobe anzuwenden und so zu einer umfassenden Beschreibung derzeitig realisierter Lerngelegenheiten für SRCK zu gelangen. Dabei wird auch zu untersuchen sein, ob sich die in dieser Stichprobe abgezeichnete Dominanz von bottom-up Bezügen replizieren lässt. Neben den Erkenntnissen über die Merkmale bereits realisierter Aufgaben lassen sich dann in einem letzten Schritt Gestaltungsprinzipien für die Erstellung von neuen Lehramtsaufgaben ableiten.

### **Anmerkungen**

Wir danken Constanze Schadl, Alexander Rachel und Stefan Ufer (LMU München), die ihre unveröffentlichten Aufgaben aus dem Projekt Connexercise für diese Analyse bereitgestellt haben.

### **Literatur**

- Bauer, T. (2013). *Analysis – Arbeitsbuch: Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen*. Wiesbaden: Springer.
- Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *JMD*, 39, 319-341.
- Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2019, online first). Ist akademisches Fachwissen hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fachwissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der intellectual trickle-down-Annahme. *JMD*, 1-28.
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., ...& Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt*. Berlin: MPI.
- Klein, F. (1933). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus. Arithmetik, Algebra, Analysis* (Bd. 1). Berlin: Springer. (Originalausgabe von 1908)
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (11., aktualisierte und überarbeitete Auflage). Weinheim: Beltz.
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie. Manual zum Klassifikationssystem für Aufgaben*. Hildesheim: Franzbecker.
- Wu, H.-H. (2018). The content knowledge mathematics teachers need. In Y. Li, W. James Lewis & J. Madden (Hrsg.), *Mathematics matters in education*. (S. 43-91). Cham: Springer.