

Dana Farina WEIHER, Lüneburg

## **Der Zusammenhang zwischen Schätzgenauigkeit und Stützpunktausprägung bei Längen**

In der Schule wird das Schätzen von Größen meist gemeinsam mit der Ausbildung von realistischen Vorstellungen über Größen thematisiert und Stützpunkte werden als „Voraussetzung für plausibles Schätzen“ angesehen (Niedersächsisches Kultusministerium, 2017, S. 53). Inwieweit tatsächlich ein Zusammenhang zwischen der Schätzgenauigkeit und der Ausprägung von Stützpunkten besteht, soll in dieser empirischen Studie untersucht werden.

### **Schätzen von Größen und der Aufbau von Stützpunkten**

Das Schätzen von Größen lässt sich definieren als „das Ermitteln einer ungefähren Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit eingepprägten Repräsentanten als Stützpunkten“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 248). Stützpunkte werden definiert als Objekte, deren Größenangabe bekannt ist und von denen ein mentales Bild verfügbar ist (vgl. ebd.; Joram, Gabriele, Bertheau, Gelman & Subrahmanyam, 2005). Beide Informationen können daher beim Schätzen genutzt werden, um eine Größenangabe zu ermitteln. Nahezu alle Strategien, die für den Schätzprozess verwendet werden können, beruhen auf dieser Idee des gedanklichen Vergleichs (Heid, 2018).

Es wird eine Wechselwirkung zwischen dem Ausbau von Vorstellungen über Größen und der Schätzfähigkeit angenommen (Grassmann, 1999; Joram et al., 2005) und dem Aufbau von Stützpunkten daher eine große Bedeutung zugewiesen. Diese werden in Schulbüchern explizit benannt: Körpermaße wie Handspanne oder Schrittlänge, aber auch genormte Repräsentanten wie die Länge einer Runde auf der Tartanbahn (400 Meter) werden im Unterricht thematisiert. Außerdem sollen Stützpunkte für 1 Meter oder 1 Zentimeter verinnerlicht werden.

### **Stützpunktwissen und Stützpunktvorstellungen**

In der (deutschsprachigen) mathematikdidaktischen Forschung werden meist die Begriffe Größenvorstellung (GV), Stützpunktvorstellung (SPV) und Stützpunktwissen (SPW) verwendet, um zu beschreiben, dass mit Repräsentanten einer Größe vielfältig umgegangen werden kann. Die Konzepte hinter den Begriffen ähneln sich, sind aber nicht immer gleich (z.B. Franke & Ruwisch, 2010; Frenzel & Grund, 1991). Allen gemeinsam ist, dass zu einem Repräsentanten die Größenangabe und die Größenausprägung bekannt sein sollte, um mit diesem Repräsentanten (mental) agieren zu können. Diese beiden Eigenschaften sind für den Schätzprozess zentral und werden

daher einzeln benannt: SPV (ein mentales Bild der Größenausprägung eines Stützpunktes besitzen) und SPW (das Wissen um die Größenangabe des Repräsentanten). Um einen Repräsentanten zum Ermitteln einer Größenangabe beim Schätzen nutzen zu können, sollten idealerweise beide Konzepte vorliegen (Stützpunktausprägung, SPA). Der Begriff GV umfasst neben diesem noch weitere Konzepte (z.B. Rechnen mit Größen), weshalb die SPA als Teilbereich von GV aufgefasst werden kann.

### **Methodisches Vorgehen**

Am schriftlichen Schätztest zu Längen und am schriftlichen Stützpunktetest nahmen zehn vierte Klassen aus drei Schulen teil (N=189).

Der Schätztest enthält drei Aufgabentypen, die für einen schriftlichen Test und die parallelisierte Entwicklung für weitere Größen aus einem umfassenden Modell (Weiher, 2019) ausgewählt wurden, mit je vier Fragen. Beim Aufgabentyp 1 (A1) sind weder das zu schätzende Objekt (to-be-estimated-object, TBEO) noch die Einheit sichtbar. Aufgabentyp 2 (A2) beinhaltet ein sichtbares TBEO, die Einheit ist nicht sichtbar. In Aufgabentyp 3 (A3) ist das TBEO nicht sichtbar, die Einheit ist jedoch sichtbar. Der Stützpunktetest enthält insgesamt fünf Aufgabengruppen, die theoretisch vorrangig entweder SPW oder SPV zugeordnet werden. Der Test enthält die freie Abfrage von Stützpunkten sowie die Abfrage von Stützpunkten zu 1 Meter und 1 Zentimeter. Außerdem werden typische Stützpunkte aus Schulbüchern sowie Objekte aus dem Alltag thematisiert.

Die Genauigkeit der Schätzergebnisse wird über die Berechnung des Betrags der prozentualen Abweichung vom Realwert bestimmt. Daraus wird die durchschnittliche Schätzgenauigkeit ermittelt. Die Antworten des Stützpunktetests werden dichotom (richtig/falsch) bewertet und als Maß für die Stützpunktausprägung (SPA) summiert.

Um zu prüfen, ob eine Normalverteilung vorliegt, wurde der Shapiro-Wilk-Test genutzt, der im Vergleich zu anderen Tests die höchste Teststärke aufweist (Razahli & Wah, 2001). Die Reliabilität wird mit Cronbachs Alpha angegeben. Für die Untersuchung des Zusammenhangs wurde die Spearman-Korrelation genutzt. Die Beurteilung der Stärke erfolgt nach Cohen (1988), wonach  $.1 < |r| < .3$  als kleiner,  $.3 < |r| < .5$  als moderater und  $|r| > .5$  als großer Effekt angesehen wird.

### **Ergebnisse**

Der Shapiro-Wilk-Test ergab, dass für keine Variable eine Normalverteilung angenommen werden kann ( $p < .05$ ). Die Reliabilität der Tests sowie der einzelnen Aufgaben im Stützpunktetest sind gering bis moderat (Cronbachs

Alpha Schätztest = .157; Stützpunktetest gesamt = .545, einzelne Aufgaben Stützpunktetest zwischen .059 und .603).

Die Spearman-Korrelation ergab einen signifikanten, moderaten Zusammenhang zwischen der Schätzgenauigkeit und der SPA ( $r = -.352, p < .01$ ). Das negative Vorzeichen zeigt, dass eine hohe Punktzahl im Stützpunktetest mit einer niedrigeren prozentualen Abweichung im Schätztest einhergeht.

Bei Betrachtung einzelner Aufgaben des Stützpunktetests zeigt sich, dass insbesondere die Kenntnis der Stützpunkte aus Schulbüchern mit der Schätzgenauigkeit korreliert ( $r = -.316, p < .01$ ), wohingegen die Vorstellung über die Größenausprägung von Alltagsobjekten keinen Zusammenhang zur Schätzgenauigkeit zu haben scheint ( $r = -.050, p = .491$ ). Die freie Abfrage von Stützpunkten ( $r = -.258, p < .01$ ), die Abfrage von Objekten zu den Größenangaben 1 Meter und 1 Zentimeter ( $r = -.189, p < .01$ ) sowie die Zuordnung einer Größenangabe zu Alltagsobjekten ( $r = -.291, p < .01$ ) hängen jeweils nur wenig bis moderat mit der Schätzgenauigkeit zusammen.

Auch wenn alle drei Aufgabentypen beim Schätzen von Längen einzeln betrachtet werden, zeigen sich signifikante Zusammenhänge zur SPA. Diese sind insgesamt moderat bis niedrig ausgeprägt (A2:  $r = -.329, p < .01$ ; A3:  $r = -.265, p < .01$ ; A1:  $r = -.163, p < .05$ ).

## Diskussion

Es bleibt unklar, ob überhaupt Stützpunkte (und wenn ja, welche) im Schätztest genutzt werden. Die insgesamt eher niedrigen/moderaten Zusammenhänge zwischen Schätzgenauigkeit und SPA könnten damit erklärt werden, dass Kinder andere als die im Stützpunktetest thematisierten Stützpunkte nutzen oder sich ihrer Stützpunkte nicht bewusst sind. Dies wird durch die niedrigen Zusammenhänge zwischen Schätzgenauigkeit und der freien Abfrage von Stützpunkten bzw. von Stützpunkten zu 1 Meter oder 1 Zentimeter unterstützt. Da keine Kausalität angenommen werden kann, wäre es auch denkbar, dass die Entwicklung von Stützpunkten nicht gut gelingt, da die Schätzgenauigkeit eher niedrig ist (Wechselwirkung).

Dass der Zusammenhang zwischen Abfrage von Stützpunkten aus Schulbüchern und der Schätzgenauigkeit am größten ist, könnte darauf hinweisen, dass die Kinder die Größenangaben dieser Repräsentanten anders als angenommen nicht wissen, sondern ebenfalls schätzen.

Wie die Aufgabe zur Vorstellung über Alltagsobjekte zeigt, scheint es nicht ausreichend zu sein, sich ausgewählte Objekte präzise vorstellen zu können. Die Verarbeitungsfähigkeit der Stützpunktvorstellung im Kontext der konkreten Schätzaufgabe könnte eine weitere Variable darstellen.

Der moderate Zusammenhang zwischen Aufgaben mit einem Repräsentanten für die Einheit und der SPA ist überraschend, weil ein Stützpunkt nicht selbst abgerufen werden müsste.

Für Aufgaben mit sichtbarem TBEO ist der Zusammenhang moderat ausgeprägt. Eventuell sind Kinder mit hoher SPA eher in der Lage, die Zusatzinformation für ihren Schätzprozess zu nutzen. Offen bleibt jedoch, weshalb bei Aufgaben ohne sichtbare Einheit / ohne sichtbares TBEO, also in Situationen, in denen Stützpunkte von besonderer Bedeutung wären, der Zusammenhang am geringsten ausgeprägt ist. Denkbar wäre der Einfluss einer weiteren Variablen, wie die Fähigkeit, Objekte gedanklich im Sinne des mentalen Messens zu nutzen – unabhängig davon, ob es sich um eigene oder in der Aufgabe gegebene Repräsentanten handelt.

In weiterer Forschung kann überprüft werden, ob sich die theoretische Unterscheidung von SPW und SPV auch empirisch bestätigen lässt. Außerdem könnte der Zusammenhang zu anderen Fähigkeiten, die theoretisch für das Schätzen relevant sind, geprüft werden. Weiterhin bleibt zu klären, inwieweit verschiedene Scorings Einfluss auf die Ergebnisse nehmen.

## Literatur

- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (2. Aufl.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens* (2. Aufl.) Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Frenzel, L. & Grund, K.-H (1992). Wie „groß“ sind Größen? *Mathematik lehren*, 45, 15–34.
- Grassmann, M. (1999). Zur Entwicklung von Zahl- und Größenvorstellungen als wichtigem Anliegen des Sachrechnens. *Grundschulunterricht* 46(4), 31–34.
- Heid, L.-M. (2018). *Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen. Eine Interviewstudie zu Strategien mit Kindern im vierten Schuljahr*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R. & Subrahmanyam, K. (2005). Children's Use of the Reference Point Strategy for Measurement Estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4–23.
- Niedersächsisches Kultusministerium (2017). Kerncurriculum für die Grundschule, Schuljahrgänge 1–4, Mathematik. [http://db2.nibis.de/1db/cuvo/datei/0003\\_gs\\_math\\_56.pdf](http://db2.nibis.de/1db/cuvo/datei/0003_gs_math_56.pdf) (09.10.2019).
- Razali, N. & Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics* 2(1), 21–33.
- Weiber, D. F. (2019). Framework for the Parallelized Development of Estimation Tasks for Length, Area, Capacity, and Volume in Primary School – A Pilot Study. *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education* 2(1), 9–28.