

## Einmal rückwärts, immer rückwärts?

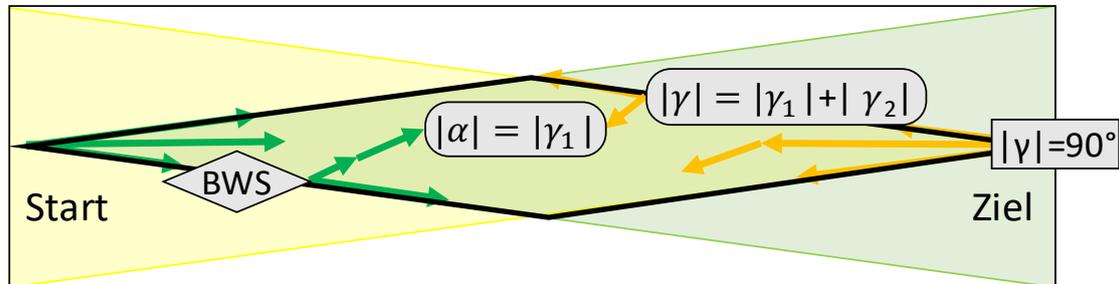


Abb. 1: Suchraum-Einschränkung durch kombiniertes VA/RA beim Satz des Thales, vgl. Dörner (1979, S. 67)

Pólya sagt, dass das RA dem VA im Allgemeinen vorzuziehen ist, da wir beim RA erwarten können „die meiste Zeit auf das Lösen klar formulierter Aufgaben zu verwenden“ (1967, S. 55f.). Beim VA „müssen wir hingegen darauf gefaßt sein, daß wir einen großen Teil der Zeit mit unschlüssigem Schwanken zubringen angesichts verschiedener Aufgaben, die wir in Angriff nehmen könnten, oder mit der Bearbeitung von Aufgaben, die uns, selbst wenn gelöst, nichts helfen“ (ebd., S. 56). „Wiederum ein anderer Aufgabenlöser (der vielleicht eine kompliziertere Aufgabe hat) könnte sich einen Plan ausdenken, bei dem er nicht die ganze Zeit in derselben Richtung arbeitet“ (ebd., S. 53). Pólya sieht somit auch bei kombiniertem VA und RA Vorteile. Dörner liefert mit seiner Idee und Darstellung der Suchraumeinschränkung durch kombiniertes VA und RA (vgl. Abb. 1) einen weiteren Hinweis auf die Sinnhaftigkeit des Anwendens beider Arbeitsrichtungen. So ist „nur der Überschneidungsraum beider Keile abzusuchen, womit sich eine Einschränkung gegenüber der ‚reinen‘ Vorwärts- oder Rückwärtssuche ergibt“ (1979, S. 69), was einen höheren Erfolg beim Problemlösen erwarten lässt, wie Gawlick & Welzel (2018) für die TIMSS-Aufgabe K10 gezeigt haben. Vor diesem Hintergrund erscheinen die nachfolgenden Fragestellungen zur Wahl der Arbeitsrichtung interessant.

### Fragestellung

- Zeigt die Wahl der Arbeitsrichtung personenabhängige Tendenzen?
- Ändert sich im Trainingsverlauf tendenziell die Arbeitsrichtung?

### Die Untersuchungsbasis

Im Rahmen des Projektes LeduPro (<https://kurzelinks.de/leduprouebersicht>) absolvierten SuS (Schülerinnen und Schüler) ein heuristisches Training mit sechs Trainingsaufgaben aus dem Themenfeld Satz des Thales/

Winkelhalbierende. Einige SuS wurden während der Bearbeitungen interviewt. Dabei gliederte sich das Training in jeweils drei Phasen: 1) Bearbeitung mit Lautem Denken, 2) Individuelle Rückschau mit heuristischen Interventionen, 3) Gemeinsame Rückschau in einer Gruppe. Die Aufgaben (E2, T1, T2, T3, T4, E3) hatten jeweils eine inhaltlich verwandte Aufgabe (E2-E3, T1-T3, T2-T4), sodass aus Unterschieden in den Bearbeitungen auf Lerneffekte zurückgeschlossen werden kann. E2 war die TIMSS-Aufgabe K10, anhand der Parallelaufgabe E3 bemisst sich daher der Trainingserfolg hinsichtlich der Fähigkeit, die genannten Sätze in ungewohnter Weise verknüpfen zu können. Insgesamt wurden 7 SuS (L01-L07) und 2 Studenten (als Expertenvergleich) über die komplette Aufgabenreihe hinweg interviewt.

### **Methodik und erste Ergebnisse**

Wie in Gawlick & Welzel (2018) wurden die Begriffe *VA (grün)* und *RA (gelb)* operationalisiert, um in den Transkripten Arbeitsschritte einteilen und mit Richtungen versehen zu können. Daneben werden Schritte ohne eindeutige Zuordnung mittels *Ohne Richtung (orange)* eingeordnet und nicht kodierbare Abschnitte als *Keine Kodierung (grau)* vermerkt. Die entsprechend farblich markierten Transkripte wurden und mittels zwei Darstellungsmodellen analysiert: *2D-Richtungsbändern* (vgl. Gawlick & Welzel, 2018) und dem *Knotenpunktmodell* (vgl. Gawlick & Welzel, 2018). Dabei konnten Vergleiche zwischen den verschiedenen Aufgabebearbeitungen eines SuS angestellt werden sowie Vergleiche der identischen Aufgabe von verschiedenen Bearbeitern. Im Folgenden soll der SuS L01 im Detail vorgestellt werden. Weitere Analysen und Ergebnisse finden sich in Langfassung unter <https://kurzelinks.de/Langfassung>.

Betrachtet man die 2D-Richtungsbänder von L01 zu den Aufgaben E2, T1, T3 und E3, die jeweils den Thales-Beweis paraphrasieren, so fällt zunächst auf, dass das Arbeitsverhalten strukturierter geworden zu sein scheint. Während er in E2 noch insgesamt 12 Richtungswechsel innerhalb von 11 Minuten vollzieht, sind es in E3 nur 9 Wechsel in 16 Minuten. Somit verweilt L01 im Schnitt fast doppelt so lange in einer Arbeitsrichtung, bevor er zu einem neuen Anknüpfungspunkt springt. Auffällig ist auch, dass die langen Phasen *Ohne Richtung* zu Beginn der Bearbeitungen ab T3 wegfallen. L01 scheint dementsprechend deutlich besser in der Lage zu sein, seine Absichten, Anknüpfungspunkte und Ziele zu formulieren. Ob dies auch für eine bessere Strukturierung seiner Gedanken spricht, bleibt hier offen. In E2 verfolgt der Proband ein heuristisches Programm, das sich ab Minute 4 wie folgt beschreiben lässt: *Arbeite solange vom Ziel aus rückwärts, bis du einen Winkel findest, der dich einen bekannten Plan anwenden lässt. Findest du keinen*

*Winkel, verschaffe dir Größen durch Messen oder Spezialfälle und wende den Plan an.* L01 nutzt das Schema auch in T1c ab Minute 20. Das Schema findet sich durchgängig auch bei L03. L05 verfällt ebenfalls häufig in dieses Schema.

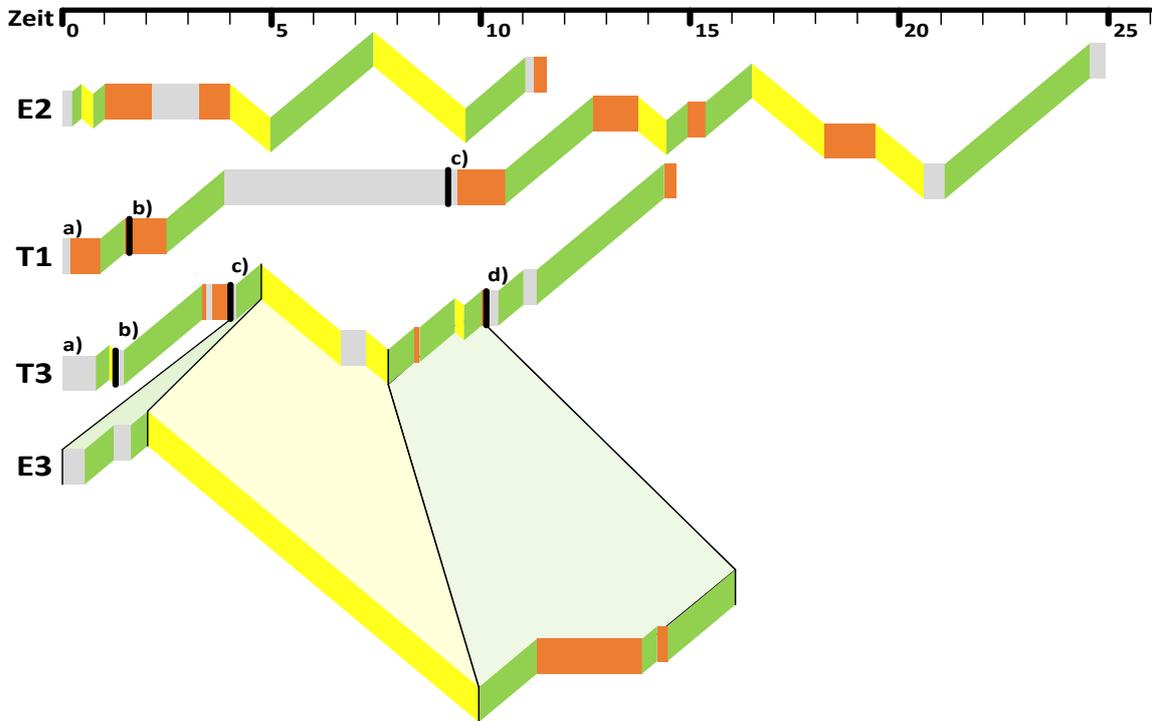


Abb. 2: 2D-Richtungsbänder von L01 mit Richtungsanalogie zwischen T3c) zu E3

L03 sagt dazu [E3, PZ85-87]: „Solche Aufgaben hatten wir in der Schule noch nicht so richtig [...], sondern man hatte immer noch einen zweiten Winkel gegeben, also eine Winkelgröße [...]“, sodass VA wie im Schema routiniert nutzbar ist – nicht jedoch bei Aufgaben wie im Training. Bei L01 ist daher ab T3 ein Wandel dieses Schemas zu erkennen: So arbeitet er in T3c zunächst ein Stück vorwärts und dann rückwärts, wie auch zuvor. Statt nun wieder sein altes Schema anzuwenden, kehrt er jetzt die Arbeitsrichtung erneut um und verringert so die Lücke zwischen seinen rückwärts errichteten Teilzielen und dem Gegebenen so sehr, dass ihm die Lösung gelingt. In E3 wiederholt sich dieses neue Schema eins zu eins (vgl. Abb. 2): Er findet durch VA einen Ansatz, wechselt auf RA und baut ein mögliches Teilziel auf. Anschließend versucht er wieder seinen VA-Ansatz weiterzuführen und schafft es schließlich, die Lücke zwischen seinem rückwärts erschaffenen und seinem vorwärts aufgebauten Teilziel zu schließen.

## Diskussion

Die Ergebnisse legen nahe, dass es personenabhängige Bearbeitungsschemata für Aufgaben gibt, die auch vom Anforderungsniveau abhängen. Wie

in Gawlick & Welzel (2018) bestätigt sich VA als dominante Arbeitsweise insbesondere bei barrierefreien Aufgaben. Es scheint jedoch auch allgemein die erste Wahl der SuS zu sein. Offenbar kommt es durch das Training bei der Mehrheit der SuS zu Veränderungen innerhalb der Richtungsschemata. Viele nutzen die verschiedenen Arbeitsrichtungen strukturierter, verwenden RA zum Planen, Überprüfen oder für die Rückschau und wechseln, wenn sie an einer Stelle mit legalen Mitteln nicht weiterkommen.

Es stellt sich nun vor allem die Frage, wie so viele der untersuchten SuS zu solch eingeschränkter Anwendung von Arbeitsrichtungen gelangen? Wird wirklich fast ausschließlich VA in der Schule geübt, wie L03 sagt?

Dass ein kombiniertes Anwenden von VA und RA hilfreich bei der Bearbeitung von Problemaufgaben ist, zeigen die Theorie und auch die Ergebnisse von Gawlick & Welzel (2018) sowie die bisherige Auswertung von LeduPro. Nun gilt es das Verständnis für verschiedene Arbeitsrichtungen bei SuS und bei Lehrern zu stärken. Ein dabei möglicherweise hilfreiches Werkzeug ist der *Lösungsraum* (vgl. Langfassung), der der Lehrkraft als Einsichtshilfe vorab dienen kann und zugleich während der Arbeitsphasen ein schnelles und individuelles heuristisches Eingehen auf den SuS und seinen Bearbeitungsstand ermöglicht. Ein solcher Lösungsraum umfasst (möglichst) alle plausiblen Teilziele, sowie die Arbeitsschritte, Arbeitsrichtungen und heuristischen Fragen, die zu diesem Punkt geführt haben könnten. So entsteht problembezogen eine „verzweigte Raute“ (vgl. Abb. 1), in der sich alle Wege der SuS wiederfinden lassen, Querverzweigungen zwischen den Wegen und sogar verschiedenen Aufgaben sichtbar werden. Somit könnte der Lösungsraum dazu beitragen, den Unterricht im Sinne des japanischen Modells des strukturierten Problemlösens (Takahashi, 2006) voranzutreiben. Wenn es der Lehrkraft mit dem Lösungsraum gelingt, verschiedene Lösungswege zu identifizieren und mit der Klasse zu vergleichen, kann dies zu einem tiefgreifenden Verständnis von Aufgaben, Lösungswegen und insbesondere des Einflusses der Arbeitsrichtung führen.

## Literatur

- Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Gawlick, T. & Welzel, G. (2018). Backwards or Forwards? Direction of Working and Success in Problem Solving. In A. Kuzle et al. (Hrsg.), *Implementation Research on Problem Solving in School Settings. Proceedings of the 2018 Conference of ProMath and the GDM Working Group on Problem Solving* (S. 71–90). Münster: WTM.
- Pólya, G. (1967). *Vom Lösen mathematischer Aufgaben*. Band 2. Basel: Birkhäuser.
- Takahashi, A. (2006). Characteristics of Japanese Mathematics Lessons. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 25, 37-44.