

Anna-Katharina ZURNIEDEN, Köln

Bewegungen von Akteuren als Prozesse des Erzeugens

Der Grundstein für das Ausbilden einer Zahlraumorientierung und daran geknüpft von Zahlideen wird bereits in den ersten Erfahrungen im kleinen Zahlenraum von 0-4 bzw. 0-9 gelegt. Hier kann sich entscheiden, ob es einem Kind gelingen wird, weitreichende Zahlideen zu entwickeln.

Ein zentraler Aspekt bei der Zahlraumorientierung ist die Fähigkeit, die Prozesssicht in Situationen und letztendlich auch beim Rechnen einnehmen zu können. Hierbei wird, im Gegensatz zur Objektsicht, bei der der Fokus auf Objekten liegt, der Zählprozess fokussiert (vgl. Schwank & Schwank, 2015, 776). So spiegelt sich bei der Prozesssicht das gezielte Erzeugen einer Ergebniszahl durch eine Handlung bzw. ein Anwenden einer Vorschrift wider, was auch die natürlichen Zahlen in der Definition nach Dedekind (1969, 5ff) ausmacht.

Im Rahmen des Projekts „MINT-Kinderzimmer“ des Instituts für Mathematikdidaktik der Universität zu Köln spielt dieses Ausbilden der Zahlidee über die Prozesssicht eine große Rolle. Bei einem Projekt in Kooperation mit einer Förderschule mit dem Förderbedarf Hören und Kommunikation wird bei wöchentlichen Spielstunden erforscht, inwieweit Schüler*innen dieses Förderschwerpunkts die Prozesssicht einnehmen können und über welche Wege diese ausgebildet werden kann. Erarbeitet wird sowohl das Handeln mit Akteuren in einer Spielwelt als auch auf einem Zahlenstrahl. So können mögliche Unterschiede der Sichtweisen von Schüler*innen bei einem Repräsentationsformwechsel festgestellt werden.

Von besonderer Bedeutung ist bei diesem Projekt die intensive qualitative Forschung zu individuellen Strategien, Kompetenzen und Schwierigkeiten von Schüler*innen. Nur so ist es möglich, die Denkvorgänge jedes einzelnen Kindes zu ergründen und es nach seinen Fähigkeiten zu fördern. Um die Passgenauigkeit der Studie an die Schüler*innen auch während der Durchführung des Projekts gewährleisten zu können, nutzen wir den Forschungsansatz ‚Design-Based Research‘ (DBR), bei dem die „Entwicklung einer Intervention ... Bestandteil des Forschungsprozesses [ist] und ... der Theorie *und* [Hervorhebung im Original] der Praxis [dient]“ (Reinmann, 2017, 50). Gemäß diesem Ansatz wenden wir ein zyklisches Vorgehen an, indem die vier Phasen des DBR – 1. Analyse, 2. Entwicklung, 3. Erprobung und 4. Evaluation (vgl. ebd., 51) – im Zentrum der Forschung stehen. So soll die Intervention (hier nach ebd., 50 zu verstehen als Lösung für ein relevantes

Bildungsproblem) über die gesamte Zeit hinweg zielgerichtet und erkenntnisorientiert mit besonderem Augenmerk auf das Ausbilden und Einnehmen der Prozesssicht bei unterschiedlichen Repräsentationsformen angepasst werden. Mit Hilfe von Videoaufnahmen der mathematischen Spielstunden, also der Phase der Erprobung, kann die Komplexität der Lehr-Lern-Situation für die Evaluation, Analyse und Weiterentwicklung der Intervention detailliert erfasst werden. Für die Evaluation wird im Vorhinein ein deduktives Kategoriensystem mit relevanten Aspekten theoriebasiert erstellt, das im Laufe der Intervention durch induktive Kategorien ergänzt wird. Anhand dessen werden relevante Sequenzen bestimmt, diese transkribiert und daraufhin evaluiert und analysiert. Im Hinblick auf das Entwickeln einer Prozesssicht gehören zur Kategorie ‚Handlung am Material‘ die Unterkategorien ‚Objektsicht‘, ‚Prozesssicht‘, und ‚Kombination‘.

Bei unserem aktuellen Projekt wird als Spielwelt der ZARAO 0-4 (vgl. Schwank, 2013; Schwank, 2020) genutzt. Hierbei sind Türme mit Kugeln in den Anzahlen von 0-4 stufenartig angeordnet. Auf diesen können Tiere oder andere Spielfiguren aufwärts- oder abwärts hüpfen. Dieses Material eignet sich einerseits besonders für die Analyse, inwiefern Schüler*innen die Objekt- oder Prozesssicht einnehmen, und andererseits für die Erarbeitung und Vertiefung der Prozesssicht. Durch zusätzliches Arbeiten am Zahlenstrahl kann auch der wichtige Aspekt des Transfers zwischen diesen beiden Repräsentationsformen für den Zahlenraum von 0-4 erforscht werden.

Der folgende Transkriptauszug zeigt eine Sequenz, in der der Schüler Hannes (acht Jahre) versucht, die Hüpfen der Spielfigur Katze beim Abwärtszählen ab Stufe Vier hin zu Stufe Null zu zählen. Im Vorhinein hat die Spielleiterin (AZ) die Zählweise (bei der Durchführung des Hüpfens wird gezählt) einmal vorgemacht.

Hannes: //Eins, // [Katze steht auf 4er-Turm.] zwei, [Hannes stellt Katze auf 3er-Turm.] drei, [Hannes stellt Katze auf 2er-Turm und schaut AZ an.] vier, [Hannes stellt Katze auf 1er-Turm.] äh. [Hannes setzt Katze wieder auf 4er-Turm und schaut AZ an.] Eins, [Hannes stellt Katze auf 4er-Turm.] zwei, [Hannes stellt Katze auf 3er-Turm.] ... Eins [Hannes Katze steht auf 4er-Turm.] (unv.) [Hannes lacht und schaut AZ an.] Eins, drei, zwei, eins. [Hannes zeigt auf ZARAO und lacht.]

AZ: Versuch nochmal.

Hannes: Eins, [Hannes stellt Katze auf 4er-Turm.] zwei, [Hannes stellt Katze auf 3er-Turm.] drei, [Hannes stellt Katze auf 2er-Turm und schaut AZ an.] vier, [Hannes stellt Katze auf 1er-Turm.], vier [Hannes stellt Katze auf 0er-Turm und schaut AZ an.]

Beim Analysieren und Kodieren dieser Sequenz wurde induktiv deutlich, dass zwischen der Kategorie ‚Objektsicht (Positionen)‘ und ‚Objektsicht

(Anzahlen)‘ differenziert werden muss. Zunächst zählt Hannes gezielt die Positionen/Orte, angefangen bei der Startposition der Katze, sodass sich hier eindeutig die Objektsicht ausmachen lässt. Es ist auffallend, dass für Hannes ein Irritationsmoment beim Zahlwort Vier auftritt. Anscheinend weiß er bereits, dass es insgesamt vier Hüpfen sein müssen, er also beim Zahlwort Vier den Ausgangspunkt (Stufe Null) erreicht haben sollte; er steht jedoch mit der Katze auf Stufe Eins. Dies veranlasst ihn, noch einmal auf die gleiche Weise von vorne zu beginnen; allerdings zählt er nur bis Zwei, fängt noch einmal an und bricht dann schon bei Eins ab. Dies verstärkt die Vermutung, dass er weiß, welches seine Zielzahl sein muss, er jedoch noch nicht die auf der Prozesssicht basierende Zählweise anwenden kann. Als Erklärung dafür, dass es nicht gelingt, lässt sich die dort zu kodierende Kategorie ‚Objektsicht (Anzahlen)‘ nennen; er zählt nämlich zunächst noch die Positionen. Dann wechselt er jedoch und zählt die Kugelanzahlen der Türme, sodass hier die Kategorie ‚Objektsicht (Anzahlen)‘ kodiert werden kann. Bei einer erneuten Aufforderung zählt er wie zu Beginn die Positionen, löst aber seine Irritation, indem er am Ende für ein Zahlwort zwei Positionen zählt. An diesem Ausschnitt wird deutlich, wie stark der Schüler auf die Objektsicht fokussiert ist, (noch) nicht dazu in der Lage ist, in die Prozesssicht zu wechseln und auch ein Vorführen von AZ nicht dazu führt, dass er die Prozesssicht einnehmen kann. Bei einer späteren Arbeitsphase der gleichen Sitzung, in der durchgängig am ZARAO gearbeitet wurde, äußert er, dass er es nun kann:

- Hannes: Guck. [Hannes stellt Pinguin auf 4er-Turm.] Da fangen wir an. Eins, [Hannes hüpf mit Pinguin von 4er-Turm auf 3er-Turm.] zwei, [Hannes hüpf mit Pinguin von 3er-Turm auf 2er-Turm.] drei, [Hannes hüpf mit Pinguin von 2er-Turm vor 1er-Turm auf Höhe des Podests.] Null. [Hannes hüpf mit Pinguin vor 1er-Turm auf die Bodenplatte und schaut zu AZ.]
- AZ: Achtung. Drei [AZ zeigt auf 1er-Turm.] und dann? [AZ zeigt auf 0er-Turm.]
- Hannes: Null. [Hannes hüpf mit Pinguin auf 0er-Turm.]
- AZ: Und was kommt denn nach drei gezählt? [AZ zeigt erst drei, dann vier Finger, während sie mit der Hand die Hüpfbewegung nachmacht.]
- Hannes: Vier.
- AZ: Ja Hannes. Gut.
- Paula: Einfach. Eins, [Paula stellt Hasen auf 4er-Turm.] zwei, [Paula stellt Hasen auf 3er-Turm.] drei, [Paula stellt Hasen auf 2er-Turm.] vier, [Paula stellt Hasen auf 1er-Turm.] fünf. [Paula stellt Hasen auf 0er-Turm.]
- Hannes: Nicht so eins [Hannes stellt Pinguin auf 4er-Turm.] zwei, [Hannes stellt Pinguin auf 3er-Turm.] drei. [Hannes stellt Pinguin auf 2er-Turm.] Eins, [Hannes hüpf mit Pinguin von 4er-Turm auf 3er-Turm.] zwei, [Hannes hüpf mit Pinguin von 3er-Turm auf 2er-Turm.] drei [Hannes hüpf mit

Pinguin von 2er-Turm auf 1er-Turm.] vier [Hannes hüpf mit Pinguin von 1er-Turm auf 0er-Turm.]

Es scheint Hannes in der Zwischenzeit beschäftigt zu haben, wie man bei diesem Zählprozess schließlich beim Zahlwort Vier ankommen kann. Beim Präsentieren seiner Lösung zählt er explizit die Hüpfen, sodass er die Prozesssicht einnimmt. Lediglich beim Hüpfen von Stufe Eins zu Stufe Null wird er unsicher und sagt schließlich Null, sodass er in diesem Moment wieder in die Objektsicht (Anzahlen) wechselt. Auf Nachfrage von AZ kann er Vier als Zahlwort angeben. Als dann seine Mitschülerin Paula die Aktion vollständig in der Objektsicht (Positionen) durchführt, kann er sie sicher korrigieren und führt den vollständigen Prozess bis zur Stufe Null durch bzw., aus Prozesssicht betrachtet, bis der Pinguin vier Hüpfen gemacht hat. Bei der Korrektur kann er sogar den Transfer zwischen den beiden Sichtweisen leisten, indem er die Vorgehensweise von Paula aus der Objektsicht noch einmal wiederholt und dann die Prozesssicht darstellt.

An diesen Sequenzen wird die Bedeutung geeigneter Materialien deutlich, durch die sich die Sichtweisenveränderung der Schüler*innen verstärkt anbahnt und so diese auch für die Schüler*innen offensichtlich werden lässt. Zudem macht der Umgang mit den Materialien die Entwicklung für den*die Beobachter*in sichtbar. Im Hinblick auf DBR kann aus diesen Sequenzen die Evaluation folgen, dass in der Erprobungsphase zum einen vorbildhafte Prozesse am Material gezeigt werden und diese von den Schüler*innen nachgemacht werden sollten. Zum anderen scheint es hilfreich zu sein, einzelne Arbeitsphasen mit unterschiedlichen Arbeitsanweisungen zu gestalten, um den Schüler*innen Zeit für eine innere Auseinandersetzung und Reflexion anzubieten.

Literatur

- Dedekind, R. (1969). *Was sind und was sollen die Zahlen?* (10. Aufl.). Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn.
- Reinmann, G. (2017). Design-Based Research. In Schemme, D. & Novak, H. (Hrsg.), *Gestaltungsorientierte Forschung – Basis für soziale Innovation. Erprobte Ansätze im Zusammenwirken von Wissenschaft und Praxis* (S. 49-61). Bielefeld: Bertelsmann.
- Schwank, I. (2013). ZARAO. Mathematische Spielwelt zur Zahlraum-Orientierung. http://www.mathedidaktik.uni-koeln.de/fileadmin/home/ischwank/literatur/flyer_ZARAO_einstieg_k.pdf (25.08.2019).
- Schwank, I. (2020). *Gelegenheit zur mentalen Zahlenraumkonstruktion*. BzMU. Hildesheim: Franzbecker.
- Schwank, I. & Schwank E. (2015). Mathematical Concepts during Early Childhood Across Cultures. In Wright, J. D. (Hrsg.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences* (2. Aufl.) (S. 772-784). Amsterdam u. a.: Elsevier.