

**Zusammenhänge zwischen sprachlichen
Kompetenzen und mathematischem Lernen
vom Vorschulalter bis zum Ende des
Grundschulalters unter besonderer
Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses**

Kumulative Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor philosophiae (Dr. phil.)
an der Fakultät Erziehungswissenschaft, Psychologie und Soziologie der
Technischen Universität Dortmund

vorgelegt von
Dipl.-Päd. Nurit Viesel-Nordmeyer
geboren am 23.03.1980 in Freiburg
Matrikelnummer 121441

Erstgutachter: Prof. Dr. Wilfried Bos
Zweitgutachterin: Prof. Dr. Ute Ritterfeld

Dortmund, Juli/2020

DANKSAGUNG

An dieser Stelle möchte ich gerne allen Menschen danken, die mich im Rahmen meiner Promotion unterstützt haben. Zunächst sei hier Herr Prof. Dr. Wilfried Bos zu erwähnen, der mir die Möglichkeit eröffnete, diese Arbeit unter seiner Leitung durchführen zu können. Besonderer Dank gilt Frau Prof. Dr. Ute Ritterfeld für die Anregung zu diesem äußerst spannenden Forschungsthema, wie aber auch die durchgehend hervorragende Betreuung und Begleitung über die gesamte Zeit. Außerdem dürfen in dieser Danksagung einzelne KollegInnen nicht vergessen werden, welche mich sowohl durch spannende Diskussionen hinsichtlich des Forschungsinhaltes wie auch durch Unterstützung an einzelnen kniffligen methodischen Stellen begleitet haben. Ein spezieller Dank gilt meiner Familie, welche mir sowohl durch ihre grenzenlose Geduld, aber auch durch manchmal notwendige Ermutigungen während des gesamten Promotionsprozesses Beistand leisteten.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Prozesse mathematischen Lernens scheinen hoch komplex und noch nicht gut verstanden. Insbesondere sprachliche Kompetenzen (u. a. Paetsch, 2016), aber auch einzelne Arbeitsgedächtniskomponenten (u. a. Peng, Namkung, Barnes, & Sun, 2016), scheinen in die unterschiedlichen Entwicklungsprozesse mathematischen Lernens integriert. Zudem kann aufgrund der Beteiligung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten im Bereich sprachlichen Lernens (u. a. Gathercole, Willis, Emslie, & Baddeley, 1992) ein komplexes Zusammenspiel aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – im Rahmen mathematischer Lernprozesse angenommen werden. Ziel des hier vorliegenden Forschungsvorhabens war es unter Nutzung von Daten der Startkohorte 2 („Kindergarten“) des Nationalen Bildungspanels (NEPS) das angenommene Zusammenspiel zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischem Lernen und einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten, im Rahmen mathematischen Lernens zwischen Vorschulalter und Ende des Grundschulalters offenzulegen. Aufgrund der hohen Komplexität des Forschungsvorhabens sollte die Beantwortung des übergeordneten Forschungsinteresses in vier Teilstudien erfolgen, welche sich hinsichtlich des fokussierten Teilbereichs des Gesamtvorhabens als auch der betrachteten Probanden und methodischen Ansätze in zwei Blöcke untergliedern lassen.

Im *ersten Block (Teilstudie 1, $n = 338$; Teilstudie 2, $n = 301$)* sollte anhand von messwiederholten und univariaten Varianzanalysen untersucht werden, *inwieweit bereits vorschulisch bestehende Voraussetzungen in den Komponenten Sprache und/oder Mathematik auf die Entwicklung beider Kompetenzbereiche (Sprache, Mathematik) zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters (4-10 Jahre) einen Einfluss nehmen*. In Teilstudie 1 wurde die Gesamtstichprobe in drei Gruppen mit vorschulisch unterdurchschnittlichen ($< -1 SD$), durchschnittlichen ($\geq -1 SD$ und $< 1 SD$) und überdurchschnittlichen ($\geq 1 SD$) mathematischen Voraussetzungen unterteilt. Bei der Betrachtung der sprachlichen Entwicklung wurde hinsichtlich des Vorliegens einer Sprachschwäche kontrolliert. In Teilstudie 2 wurde die Entwicklung von Kindern mit spezifischen (Sprache oder Mathematik), kombinierten (Sprache und Mathematik) und ohne Lernschwierigkeiten verglichen. In einem weiteren Schritt wurde der *Einfluss des Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung der sprachlichen und mathematischen Kompetenzen berücksichtigt*.

Gemeinsam zeigen die Ergebnisse der Teilstudien 1 und 2, dass vorschulisch bestehende Unterschiede in der mathematischen Entwicklung langfristig bestehen bleiben. Die Gruppenunterschiede in der sprachlichen Entwicklung (Wortschatz, Grammatik) weisen dagegen

Veränderungen auf. Einerseits scheint es den Kindern aus den sprachschwachen Gruppen möglich, ihre vorschulischen Sprachdefizite zu Teilen im Grundschulbereich wieder aufzuholen. Andererseits scheinen spezifisch mathematikschwache Kinder in ihren Grammatikleistungen beim Schuleintritt zurückzufallen. Beim alleinigen Vergleich von Kindern mit vorschulisch bestehenden Unterschieden in der mathematischen Voraussetzung (Teilstudie 1) bilden die mathematikschwachen Kinder auch die durchgehend schwächste Gruppe in den Sprachleistungen im Vor- und Grundschulalter. Beim Vergleich der Entwicklung von Kindern mit vorschulisch spezifischen, kombinierten und ohne Lernschwächen (Teilstudie 2) stellt sich die Leistungsverteilung der beiden Kompetenzdomänen Sprache und Mathematik zu den einzelnen Messzeitpunkten wie folgt dar: Kinder mit kombinierten Lernschwächen weisen durchgehend die schwächsten Leistungen in beiden Kompetenzdomänen auf. Demnach scheinen Kinder mit kombinierten Lernschwächen das größte Risiko zu besitzen in ihren bereits vorschulisch vorhandenen Sprach- und Mathematikschwächen zu persistieren. Kinder mit spezifischen Lernschwächen schneiden dagegen in ihrer benachteiligten Domäne (Sprache oder Mathematik) etwas besser ab als diejenigen Kinder, die unter vorschulischen Schwächen in beiden Domänen leiden. Unter Kontrolle der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten wird deutlich, dass sich die Gruppenunterschiede in der sprachlichen und mathematischen Entwicklung minimieren. Speziell für Kinder mit kombinierter Lernschwäche wird ein bedeutender Unterschied sichtbar. Folglich scheint eine verminderte Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit kombinierter Lernschwäche besonders häufig mit schwachen Sprach- wie auch Mathematikleistungen zusammenzuhängen.

In einem *zweiten Block* (Teilstudie 3, $n = 412$; Teilstudie 4, $n = 354$) sollten dem mathematischen Lernprozess zugrundeliegende *Interdependenzen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischen Kompetenzen und einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten offengelegt werden*. Dazu wurden sowohl in Teilstudie 3 (Altersspanne: 4-7 Jahre) wie auch in Teilstudie 4 (Altersspanne: 4-8 Jahre) längsschnittliche Pfadanalysen durchgeführt. Vertiefend wurden zu den Messzeitpunkten mit einer Vielzahl korrelierender Variablen querschnittliche Pfadanalysen berechnet. Mediationsanalysen wurden sowohl längsschnittlich wie auch querschnittlich zur Aufdeckung indirekter Zusammenhänge hinzugefügt.

Gemeinsam zeigen die Ergebnisse der beiden Teilstudien 3 und 4, dass sprachliche Kompetenzen des Wortschatzes und der Grammatik das mathematische Lernen langfristig beeinflussen. Vorschulisch gemessene Sprachkompetenzen nehmen selbst noch einen direkten Einfluss auf mathematische Kompetenzen, welche erst im Schulalter erhoben wurden. Zudem werden

altersabhängige Unterschiede in der Beteiligung einzelner Komponenten des Arbeitsgedächtnisses am mathematischen Lernprozess sichtbar. So nimmt vorschulisch die zentrale Exekutive einen direkten Einfluss auf mathematisches Lernen, während Einflüsse der phonologischen Schleife auf vorschulische Mathematikleistungen nur indirekt über sprachliche Parameter vermittelt werden. Dagegen sagt die Leistungsfähigkeit der vorschulisch erhobenen phonologischen Schleife Mathematikleistungen des Schulalters direkt voraus, während Einflüsse der zentralen Exekutive auf mathematische Schulleistungen einzig über die phonologische Schleife bestehen. Zudem legen die Ergebnisse ein komplexes Wechselspiel zwischen sprachlichen bzw. mathematischen Kompetenzen und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten nahe (Teilstudie 4). So scheint nicht nur die Leistungsfähigkeit der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten die Leistung der beiden Domänen Sprache und Mathematik zu bedingen. Umgekehrt scheint auch das bereits bestehende Vorwissen der jeweiligen Domäne dazu geeignet, die weitere Leistungsfähigkeit der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten zu unterstützen. Folglich kann vermutet werden, dass bereits bestehendes Vorwissen nicht nur in der Lage ist, direkt einen Einfluss auf die weitere Entwicklung der einzelnen Domäne zu nehmen (sprachliches Vorwissen auf spätere sprachliche Kompetenzen, mathematisches Vorwissen auf spätere mathematische Kompetenzen), sondern auch eine gedächtnisentlastende Funktion vom jeweiligen Vorwissen ausgeht, welche hilft, neues Wissen in der jeweiligen Domäne zu generieren. Die angenommene gedächtnisentlastende Funktion sprachlicher Kompetenzen – dies wurde anhand vertiefter Mediationsanalysen ersichtlich – scheint selbst für den Aufbau mathematischen Wissens im Schulalter förderlich.

Zusammenfassend ließ sich im Rahmen des hier vorliegenden Forschungsprojekts ein komplexes Zusammenspiel zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis identifizieren, welches dem mathematischen Lernen zugrunde liegt. Dabei stellten sich die Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen als vielfältig dar: Einerseits scheint Sprache eine direkte Voraussetzung mathematischen Lernens darzustellen, andererseits aber auch notwendig, um Einflüsse des Arbeitsgedächtnisses auf das mathematische Lernen zu vermitteln. Letztendlich scheint Sprache gar durch eine Entlastung des Arbeitsgedächtnisses die Generierung mathematischen Wissens zu begünstigen.

SUMMARY

The processes of mathematical learning seem to be highly complex and not yet well understood. In particular, linguistic skills (Paetsch, 2016) as well as individual working memory components (e. g. Peng, Namkung, Barnes, & Sun, 2016) seem to be integrated into the different developmental processes of mathematical learning. In addition, due to the involvement of individual working memory components in the area of language learning (e.g. Gathercole, Willis, Emslie, & Baddeley, 1992), a complex interaction of all three domains – linguistics, mathematics and working memory – can be assumed in the context of mathematical learning processes. The aim of the present research project was to use data from the starting cohort 2 ("Kindergarten") of the German National Educational Panel Study (NEPS) to disclose the assumed interplay between linguistic skills, mathematical learning and individual working memory components, in the context of mathematical learning between pre- and end of primary school age. Due to the complexity of the research project, the overarching research was addressed in four sub-studies, which can be divided into two blocks with regard to the focused sub-area of the overall project as well as the subjects examined and methodological approaches.

In the *first block* (sub-study 1, $n = 338$; sub-study 2, $n = 301$), repeated and univariate analysis of variance were used to investigate the *extent to which pre-school requirements in the domains of linguistic skills and/or mathematical skills have an influence on the development of both areas of competence (linguistic skills, mathematical skills) between pre- and end of primary school age (4-10 years)*. In sub-study 1, the overall sample was divided into three groups, with pre-school below-average ($< -1 SD$), average ($\geq -1 SD$ and $< 1 SD$) and above-average ($\geq 1 SD$) mathematical prerequisites. When considering the linguistic development, the existence of a linguistic weakness was controlled. Sub-study 2 compared the development of children with specific (linguistic or mathematical), combined (linguistic and mathematical) and no learning difficulties. In a further step, the *influence of working memory on the development of linguistic and mathematical skills was taken into account*.

Combined, the results of sub-studies 1 and 2 show that pre-school differences in mathematical development persist in the long term. Yet, the group differences in linguistic development (vocabulary, grammar) do show changes. On the one hand, the children from the linguistic-poor groups seem to be able to make up for some of their pre-school linguistic deficits in primary school. On the other hand, children with only mathematical weaknesses seem to fall

behind in grammar when they start school. Comparing solely children with differences in the mathematical prerequisites at pre-school age (sub-study 1), mathematical low-achieving children also form the consistently weakest group in linguistic performance in pre- and primary school. When comparing the development of children with pre-school-specific, combined and without learning difficulties (sub-study 2), the performance distribution of the two competence domains linguistics and mathematics at the individual measurement time points is as follows: children with combined learning difficulties consistently show the weakest performance in both competence domains. Thus, children with combined learning difficulties have the greatest risk of persisting in their linguistic and mathematical weaknesses existing already in preschool age. In contrast, children with specific learning difficulties do slightly better in their disadvantaged domain (linguistic or mathematics) than those children who suffer from preschool weaknesses in both domains. Under control of the individual working memory components, it becomes clear that the group differences in linguistic and mathematical development are minimized. A significant difference can be seen especially for children with combined learning difficulties. Thus, a reduced working memory performance in children with combined learning difficulties seems to be often related to weak linguistic and mathematical skills.

In a *second block* (sub-study 3, $n = 412$; sub-study 4, $n = 354$), the *underlying interdependencies between linguistic skills, mathematical skills and individual working memory components was investigated*. To this end, longitudinal path analyses were carried out in both sub-study 3 (age range: 4-7 years) and sub-study 4 (age range: 4-8 years). In depth, cross-sectional path analyses were calculated for the measurement time points with a large number of correlating variables. Mediation analyses were added both longitudinally and cross-sectionally to uncover indirect connections.

Together, the results of the two sub-studies 3 and 4 show that linguistic skills in vocabulary and grammar influence mathematical learning in the long term. Linguistic skills measured in pre-school also have a direct influence on mathematical skills that were later acquired at school age. In addition, age-related differences in the involvement of individual components of working memory in the mathematical learning process become visible. The analyses revealed a direct influence of the central executive on mathematical learning in pre-school age, while the influences of the phonological loop on preschool mathematical performances are only indirect through linguistic parameters. On the other hand, the performance of the preschool-measured phonological loop directly predicts school-age mathematical performances, while the central executive's influence on mathematical school performances only exists through the

phonological loop. In addition, the results suggest a complex interplay between linguistic or mathematical skills and the individual working memory components (sub-study 4). Not only does the performance of the individual working memory components seem to determine the performance of the two domains, linguistics and mathematics. Conversely, the existing knowledge of the respective domain also seems to be suitable to support the further performance of the individual working memory components. As a result, it can be assumed that already existing knowledge is not only able to directly influence the further development of the individual domain (prior linguistic knowledge for later linguistic skills, prior mathematical knowledge for later mathematical skills), but can also act as a memory-reducing function from respective prior knowledge, which helps to generate new knowledge in the respective domain. The assumed memory-relieving function of linguistic skills – this was evident from the in-depth mediation analyses – seems to favour the generation of mathematical skills at school.

In summary, the research project presented here identified a complex interplay between linguistic skills, mathematical skills and working memory, which appears to be the basis of mathematical learning. The influences of linguistic skills on mathematical learning were manifold: On the one hand, linguistic skills seem to be direct prerequisites for mathematical learning, but on the other hand it is also necessary to convey the influence of working memory on mathematical learning. Ultimately, linguistic skills seems to support the generation of mathematical knowledge even by relieving the working memory performance.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	ii
Summary	v
1 Einleitung	1
2 Theoretischer Rahmen	3
2.1 Gegenstand mathematischer Kompetenzerwerb	4
2.2 Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen.....	9
2.3 Das Arbeitsgedächtnis	12
2.3.1 Das Arbeitsgedächtnismodell nach Baddeley	12
2.3.2 Intelligenz und Arbeitsgedächtnis	16
2.4 Verarbeitungsprozesse des Arbeitsgedächtnisses im Rahmen mathematischen Lernens	20
3 Forschungsfragen und Übersicht der einzelnen Studien	23
4 Methode	32
4.1 Das Nationale Bildungspanel (NEPS)	32
4.2 Die Datengrundlage der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS).....	35
4.3 Instrumente für Kompetenzmessungen	37
4.3.1 Sprachliche Maße	38
4.3.2 Das Konstrukt mathematischer Kompetenzen im NEPS	40
4.3.3 Kognitive Fähigkeiten	43
4.4 Instrument eingesetzter Hintergrundvariablen	45
5 Herausforderungen und Umsetzungen	47
5.1 Panelmortalität	47
5.2 Herausforderungen analyserelevanter Variablen.....	51
5.2.1 Erhebungszeitpunkte und -intervalle interessierender Variablen.....	51

5.2.2	Längsschnittliche Verankerung der wiederholt gemessenen Variablen ...	54
5.2.3	Vorliegende Arbeitsgedächtnismaße.....	57
6	Der kumulative Aufbau des Gesamtprojekts.....	59
7	TEILSTUDIE 1.....	69
8	TEILSTUDIE 2.....	95
9	TEILSTUDIE 3.....	129
10	TEILSTUDIE 4.....	157
11	Gesamtdiskussion	192
11.1	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse.....	193
11.1.1	Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Lernen	193
11.1.2	Interdependenzen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischem Lernen und dem Arbeitsgedächtnis.....	200
11.2	Limitationen und zukünftige Forschungsfragen.....	209
11.3	Fazit und Ausblick.....	213
12	Literatur	216

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. Hinterfragtes Beziehungsgefüge der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis.	1
Abbildung 2. Kumulativer Aufbau des hier vorliegenden Gesamtprojekts.	2
Abbildung 3. Mathematisches Kompetenzkonstrukt in Anlehnung an PISA (Quelle: OECD, 2013)...	4
Abbildung 4. Basisfertigkeiten im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).	7
Abbildung 5. Anzahlkonzept im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).	8
Abbildung 6. Größenrelationsverständnis im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).	9
Abbildung 7. Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen – Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).	10
Abbildung 8. Repräsentationsebenen in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen – Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).	11
Abbildung 9. Mehrkomponentensystem des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (2012).	13
Abbildung 10. Mehrkomponentenmodell des Arbeitsgedächtnisses in Anlehnung an Baddeley (2012) unter Einbettung in das Konstrukt der Intelligenz.	16
Abbildung 11. Beispielaufgabe des Raven Matrizentest (u. a. Raven et al., 1998).	18
Abbildung 12. Figuraler Analogien Test (Lindenberger et al., 1993).	19
Abbildung 13. Beteiligung einzelner Teilkomponenten des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (u. a. 2012) bei der Lösung einer arithmetischen Testaufgabe (vgl. Selter, 1995) der ersten Klassenstufe.	22
Abbildung 14. Ableitung Fragestellungen - Schritt 1.	23
Abbildung 15. Ableitung Fragestellungen – Schritt 2.	24
Abbildung 16. Ableitung Fragestellungen – Schritt 3.	25
Abbildung 17. Ableitung Fragestellungen – Schritt 4.	26
Abbildung 18. Ableitung Fragestellungen – Schritt 5.	27
Abbildung 19. Das Multikohorten-Sequenz-Design des Nationalen Bildungspanels (LiFBi, o. D.).	33
Abbildung 20. Übersicht der verwendeten Instrumente der SC 2 im NEPS.	37
Abbildung 21. Itembeispiel des Peabody Picture Vocabulary Test (PPVT) (Quelle: Dunn & Dunn, 2007).	39
Abbildung 22. Itembeispiel der deutschen Version des Test for Reception of Grammar (TROG-D) (Quelle: Lorenz et al., 2017).	39

Abbildung 23. Rahmenkonzeption mathematischer Kompetenz im NEPS (Quelle: LifBi, 2019c)....	41
Abbildung 24. Beispielitem mathematischer Kompetenztestung des NEPS im Kindergartenalter (Quelle: Schnittjer & Duchhardt, 2015, S. 3).	42
Abbildung 25. Beispiel für den Bilder-Zeichen-Test im NEPS (nachgebaut in Anlehnung an Lang et al., 2014).	45
Abbildung 26. Beispielaufgabe des NEPS-MAT (Quelle: Lang et al., 2014).	45
Abbildung 27. Vorhandene Stichprobengröße in Abhängigkeit der verwendeten Erhebungswellen der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS).....	48
Abbildung 28. Erhebungsdesign verwendeter Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS.....	51
Abbildung 29. Verwendete Lösungsmöglichkeit zur Abbildung längsschnittlicher Arbeitsgedächtnismaße der Startkohorte 2 (SC 2) des Nationalen Bildungspanels (NEPS).....	58
Abbildung 30. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Teilstudie 1.	63
Abbildung 31. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 und 2.	64
Abbildung 32. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 bis 3.	66
Abbildung 33. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 bis 4.	67
Abbildung 34. Direkte und indirekte Einflüsse des Vorwissens auf den weiteren Wissenserwerb...	204
Abbildung 35. Wechselseitige Beeinflussung zwischen Arbeitsgedächtnis und Wissen.	204
Abbildung 36. Die unterschiedlichen Funktionen sprachlicher Kompetenzen im Zusammenspiel der drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – während des mathematischen Lernprozesses.	208

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Übersicht der Teilstudien des Gesamtprojekts	28
Tabelle 2 Übersicht zur Realisierung der Fallzahlen der einzelnen Erhebungswellen der SC 2 im NEPS	36
Tabelle 3 Ausprägung bedeutender Merkmale der gewichteten und ungewichteten Ursprungsstichprobe der einzelnen Teilstudien sowie der in den Analysen verwendeten Substichprobe	50
Tabelle 4 Übersicht über den kumulativen Aufbau des Gesamtprojekts	60

Abkürzungen

BIKS-3-10	Bildungsprozesse, Kompetenzentwicklung und Selektionsentscheidungen im Vorschul- und Schulalter (Studie)
BISC	Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (Testinstrument)
DSM-5	Diagnostisches und Statistisches Manual Psychischer Störungen DSM-5
ELFE 1-6	Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler (Testinstrument)
HAWIK-III	Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder (Testinstrument)
ICD 11	International Classification of Diseases 11 th Revision
IRT	Item-Response-Theorie
ISSP	International Social Survey Programme (internationales, akademisches Umfrageprogramm, das seit 1985 eine jährliche Umfrage zu wechselnden sozialwissenschaftlichen Themen durchführt)
K-ABC	Kaufman Assessment Battery for Children (Testinstrument)
LifBi	Leibniz Institut für Bildungsverläufe e.V.
MINT	Mathematik. Informatik. Naturwissenschaften. Technik (naturwissenschaftliche Fächerkombination)
MLE	Maximum-Likelihood-Estimate (Maximum-Likelihood-Schätzung)
MÜSC	Münsteraner Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (Testinstrument)
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics (weltweit größte Organisation für den Mathematikunterricht)
NEPS	National Educational Panel Study/Nationales Bildungspanel
NEPS-BZT	Bilder-Zeichen-Test im NEPS (Testinstrument)
NEPS-MAT	Matrizentest im NEPS (Testinstrument)
OECD	Organisation for Economic Cooperation and Development/ Die Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung
PISA	OECD Programme for International Student Assessment/Internationale Schulleistungsstudie des OECD
PPS	probability proportional to size (systematische Stichprobenziehung mit Wahrscheinlichkeit, die proportional zur Stichprobengröße ist)
PPVT	Peabody Picture Vocabulary Tests (Testinstrument)
SC 2	Startkohorte 2 des NEPS

TPB	Test für Phonologische Bewusstheitsfähigkeiten (Testinstrument)
TROG-D	deutsche Version des Test for Reception of Grammar (Testinstrument)
WISC-V	Wechsler Intelligence Scale for Children – fifth Edition/Wechsler Intelligenztest für Kinder – fünfte Version
WLE	Warms-Weighted-Likelihood-Estimate (Warms-Weighted-Likelihood-Schätzung)
ZGV-Modell	Modell der Zahlen-Größen-Verknüpfung (u. a. Krajewski & Ennemoser, 2013)

1 Einleitung

Sprache scheint über zahlreiche Funktionen mit dem mathematischen Lernen verbunden (u. a. Schröder & Ritterfeld, 2014). Neben einer direkten Beteiligung unterschiedlicher sprachlicher Kompetenzen am mathematischen Lernprozess selbst (u. a. Prediger, Erath, & Moser-Opitz, 2019; Purpura & Reid, 2016) können Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen über gemeinsame Informationsverarbeitungsprozesse vermutet werden (u. a. Prado, 2018). Zur Beschreibung der Informationsverarbeitungsprozesse beim Lernen hat sich das kognitive System des Arbeitsgedächtnisses etabliert, dessen erweiterte Sicht als Mehrkomponentenmodell (Baddeley, 2012) eine differenzierte Betrachtung von Verarbeitungsprozessen sprachlichen und mathematischen Lernens erlaubt. Zahlreiche Untersuchungen der letzten Jahre weisen auf eine Beteiligung einzelner Komponenten des Arbeitsgedächtnisses (phonologische Schleife, visuell-räumlicher Notizblock, zentrale Exekutive) an sprachlichen (u. a. Archibald, 2016) wie auch mathematischen (u. a. David, 2012) Lernprozessen hin. Das Beziehungsgefüge aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – scheint jedoch nicht gut verstanden (Abb. 1). Insbesondere fehlt es an längsschnittlichen Untersuchungen, welche einer parallelen Betrachtung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen unter Berücksichtigung der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten gerecht werden können. Diese Lücke sollte im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit aufgegriffen werden. Vorhandene Kompetenzdaten des Nationalen Bildungspanels (vgl. Blossfeld, Roßbach, & von Maurice, 2011) der Startkohorte 2 („Kindergarten“) erlaubten eine gemeinsame Betrachtung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen sowie einzelner Ar-

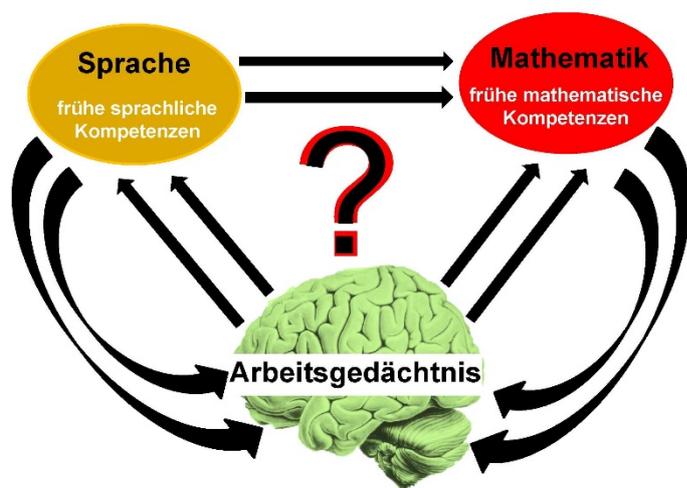


Abbildung 1. Hinterfragtes Beziehungsgefüge der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis.

beitsgedächtnismaße innerhalb des Entwicklungszeitraums zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters (4-10 Jahre). Offenstehenden Fragestellungen, welche mit dem Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen und mathematischem Lernen unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses verbunden sind, sollte kumulativ begegnet werden. Die Durchführung von vier aufeinander aufbauenden Teilstudien

(Abb. 2) sollte eine schrittweise Heranführung zu Erkenntnissen des Zusammenspiels aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – im Rahmen mathematischer Lernprozesse ermöglichen. Mit diesem akkumulativen Vorgehen auf Grundlage von Daten einer repräsentativen Panelstudie sollten innovative Erkenntnisse erreicht werden, welche das Verständnis zum Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen und mathematischem Lernen unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses gewinnbringend bereichern können.

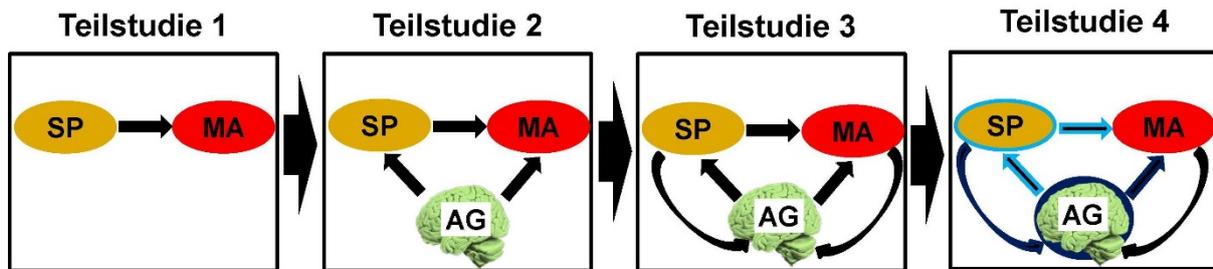


Abbildung 2. Kumulativer Aufbau des hier vorliegenden Gesamtprojekts. SP = Sprache; MA=Mathematik; AG = Arbeitsgedächtnis. Die farbigen Pfeile heben Mediationsbeziehungen im Zusammenspiel der drei Komponenten hervor, welche in Teilstudie 4 im Mittelpunkt der Betrachtung stehen (vgl. Kapitel 6).

Die vorliegende Forschungsarbeit gliedert sich wie folgt: Zunächst wird eine theoretische Rahmung der im Fokus stehenden Konstrukte in Kapitel 2 gegeben. Beginnend mit einer Klärung des hier zugrunde gelegten mathematischen Kompetenzbegriffs wird der Aufbau mathematischer Kompetenzen und die Rolle der Sprache in der mathematischen Entwicklung entlang eines eigens generierten Modells (in Anlehnung an Krajewski, 2013; von Aster, 2013) dargelegt. Daraufhin wird das Arbeitsgedächtnismodell in Anlehnung an Baddeley (u. a. 2012) detailliert beschrieben, dessen Verständnis für das hier vorliegende Forschungsinteresse grundlegend ist. Durch eine umfassende Erläuterung der Beteiligung sprachlicher Kompetenzen und der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten beim Lösen einer beispielhaft herangezogenen mathematischen Aufgabenstellung kann der benötigte Einblick in das Zusammenspiel aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – vorbereitet werden. Anschließend werden die zentralen Forschungsfragen auf Grundlage einer zusammenfassenden Darstellung des Forschungsstandes abgeleitet (Kapitel 3). Unter der Methodik in Kapitel 4 werden die Grundlagen des genutzten Datensatzes des NEPS detailliert beschrieben. Dem Umgang mit den Herausforderungen, welche im Zusammenhang mit der Durchführung der Sekundäranalysen auf Grundlage der NEPS Daten bestanden, widmet sich das 5. Kapitel. Daraufhin wird die Verknüpfung der aufeinander aufbauenden Teilprojekte des Forschungsvorhabens (vgl. Abb. 2) dargestellt (Kapitel 6). Im Anschluss an die Einreihung der einzelnen Teilprojekte (Kapitel 7-10) in das hier aufgeführte Gesamtprojekt werden die gewonnenen Ergebnisse hinsichtlich des übergeordneten Forschungsinteresses diskutiert (Kapitel 11). Abschließend soll der Blick

für zukünftige Forschung eröffnet werden, welche aufbauend auf den hier gewonnenen Befunden das vorliegende Forschungsinteresse zum Zusammenhang sprachlicher und mathematischer Kompetenzen unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses gewinnbringend ergänzen könnte.

Soweit es das Verständnis spezifischer Textteile der theoretischen Rahmung verlangt, werden vereinzelt kurze Zusammenfassungen des in den Teilstudien aufgegriffenen Hintergrundwissens in die Rahmung mit eingebunden. Zudem werden die im Fokus stehenden Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis fortlaufend in Abbildungen und Tabellen farblich markiert (Sprache = gelb; Mathematik = rot; Arbeitsgedächtnis = grün), um das Verständnis hinsichtlich der Beteiligung der jeweiligen Domäne an den spezifischen Stellen des vorliegenden Gesamtprojekts zu stärken.

2 Theoretischer Rahmen

Im Mittelpunkt des hier vorliegenden Forschungsprojekts steht die Entwicklung mathematischer Kompetenzen zwischen Kindergartenalter und Ende des Grundschulalters. Die Auswahl der Entwicklungsspanne, welche in Deutschland in etwa den Altersbereich zwischen 3 und 10 Jahren betrifft, umfasst einen ausschlaggebenden Zeitraum mathematischen Kompetenzerwerbs (vgl. Friedrich, 2006). Eine detaillierte Betrachtung dieses Entwicklungszeitraums eröffnet die Möglichkeit eines besseren Verständnisses der Entwicklung und Weiterentwicklung grundlegender mathematischer Voraussetzungen, wie sie im Vorschulalter gelegt werden (u. a. Krajewski, 2014), bis hin zu einem Zeitpunkt, an welchem durch den in Deutschland bestehenden Übergang ins mehrgliedrige Schulsystem bedeutende Weichen für den weiteren Bildungsverlauf und damit das Leben des einzelnen Individuums gestellt werden (vgl. Becker & Lauterbach, 2008). Im Rahmen der fokussierten Entwicklungsspanne sollen zudem sprachliche Kompetenzen als mögliche Einflussfaktoren mathematischen Lernens (vgl. u. a. Prediger et al., 2019) erfasst werden. Darüber hinaus sollen dem mathematischen aber auch sprachlichen Lernen zugrundeliegende kognitive Vorgänge der Informationsverarbeitung betrachtet werden. Zur Erklärung der kognitiven Vorgänge soll in Anlehnung an zahlreiche Untersuchungen der letzten Jahrzehnte (für eine Übersicht siehe Heidler, 2013) ein beschreibendes Modell hinzugezogen werden: das kognitive System des Arbeitsgedächtnisses.

2.1 Gegenstand mathematischer Kompetenzerwerb

„Wie erfolgreich mathematische Kompetenzen ... erworben werden, beeinflusst nicht nur den schulischen und beruflichen Erfolg, sondern es ist anzunehmen, dass darüber hinaus auch die Fähigkeit, alltägliche Herausforderungen zu bewältigen, von mathematischen Kompetenzen abhängt“ (Paetsch, 2016, S. 13).

Eine nähere Betrachtung mathematischer Kompetenzentwicklung setzt ein detaillierteres Verständnis derjenigen Erwerbsprozesse mathematischer Kompetenzen voraus, die für den hier interessierenden Entwicklungszeitraum (Vor- bis Ende des Grundschulalters) grundlegend sind. Als ersten Schritt gilt es, ein Konzept der Begrifflichkeit „mathematischer Kompetenz“ zu definieren, auf welches im Folgenden zurückgegriffen werden kann. Ohne die Bestimmung solch eines Konzepts mathematischer Kompetenz scheint ein genaueres Verständnis der im Folgenden aufgeführten Erwerbsprozesse mathematischer Kompetenzen abwegig. Eine Sichtung vorhandener Quellen zum Forschungsstand der Mathematik lässt deutlich werden, dass der Begriff mathematischer Kompetenz durch eine hohe Komplexität und Vielschichtigkeit geprägt ist (vgl. Reiss, Heinze, & Pekrun, 2007), welche bereits uneinheitlichen Auffassungen der beiden Teilbegriffe Mathematik (u. a. Courant & Robin, 2010; Davis & Hersh, 1994) und Kompetenz (u. a. Klieme & Leutner, 2006; Weinert, 2001) entspringen. Neuere Erkenntnisse

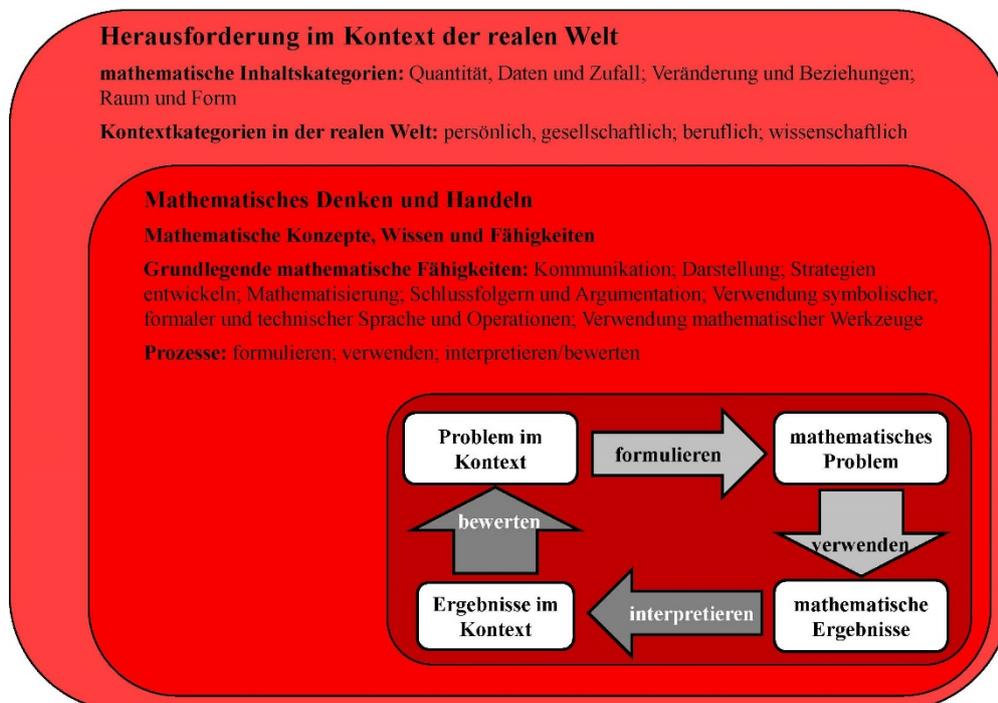


Abbildung 3. Mathematisches Kompetenzkonstrukt in Anlehnung an PISA (Quelle: OECD, 2013).

der pädagogisch-psychologischen Forschung zum Erwerb mathematischer Kompetenz (vgl. Felbrich, Hardy, & Stern, 2008) wie auch ein über die Bildungspolitik hinausgehendes Verständnis zu Grundbildung („*literacy*“) und Schlüsselkompetenzen („*key competencies*“) im Rahmen internationaler Vergleichbarkeit (u. a. Sälzer & Prenzel, 2013; OECD, 2009) verlangen nach einer Erfassung mathematischer Kompetenz, welche über das Beherrschen mathematischer Prozeduren deutlich hinausgeht. Ein derartiges Verständnis mathematischer Kompetenz, welches sich von einer engfassten starren Fachspezifik löst und Mathematik in den Kontext der realen Welt des Individuums rückt (Abb. 3), soll auch die Basis des Grundgerüsts des hier vorliegenden Forschungsprojekts bilden. Folglich kann als Definition mathematischer Kompetenz das im Rahmen der PISA-Studien ausformulierte Konzept der „*mathematical literacy*“ (vgl. OECD, 2003) herangezogen werden. Das Konzept der *mathematical literacy* im Rahmen von PISA vereint die Ansprüche einer erweiterten Auffassung mathematischer Kompetenz als

„... Fähigkeit eines Individuums, Mathematik in einer Vielzahl von Kontexten zu formulieren, anzuwenden und zu interpretieren. Es umfasst das mathematische Denken und die Verwendung mathematischer Konzepte, Verfahren, Fakten und Werkzeuge zur Beschreibung, Erklärung und Vorhersage von Phänomenen. Es hilft dem Einzelnen, die Rolle der Mathematik in der Welt zu erkennen und die fundierten Urteile und Entscheidungen zu treffen, die konstruktive, engagierte und reflektierende Bürger benötigen“ (OECD, 2013, S. 20).

Doch wie erhält man derartige Fähigkeiten bzw. welche Entwicklungs- und Erwerbsprozesse gehen derartigen Fähigkeiten voraus? Um die vorhergehenden Fragen beantworten zu können, soll im Folgenden auf ein Modell zurückgegriffen werden, welches in Anlehnung an die mathematischen Entwicklungsmodelle von Krajewski (ZGV-Modell, u. a. Krajewski & Ennemoser, 2013) sowie von von Aster (Entwicklungsmodell zahlenverarbeitender Hirnfunktionen; von Aster, 2013) abgeleitet wurde. Entlang dieses Entwicklungsmodells soll der Erwerb grundlegender mathematischer Kompetenzen skizziert werden (Abb. 4-6). Auf die Rolle sprachlicher Kompetenzen im Rahmen der beschriebenen mathematischen Erwerbsprozesse soll erst in dem nachfolgenden Kapitel (Kapitel 2.2) näher eingegangen werden. Eine zunächst „rein“ mathematische Beschreibung des Aufbaus grundlegender mathematischer Kompetenzen, ohne sprachliche Kompetenzen zumindest mitzudenken, wird jedoch nicht gelingen.

Wie bereits in einer der Teilstudien des hier vorliegenden Gesamtprojekts (Teilstudie 4; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld, & Bos, 2020b) in Ansätzen diskutiert, werden elementare

Fähigkeiten des Mengen- und Zahlenverständnisses als Grundlage mathematischer Kompetenzen angesehen, wie sie im weiteren Erwerbsverlauf im Schulalter benötigt werden (u. a. Stock, Desoete, & Roeyers, 2010). Mit dem Modell der Zahlen-Größen-Verknüpfung (ZGV-Modell, Krajewski & Ennemoser, 2013) – welches in das im Folgenden vorgestellte Entwicklungsmodell integriert ist – liegt ein empirisch fundiertes Entwicklungsmodell vor, welches den Aufbau dieser basalen Fähigkeiten auf drei Ebenen beschreibt (vgl. auch Viesel-Nordmeyer et al., 2020b). Während das Kind schrittweise die drei Entwicklungsebenen (Basisfertigkeiten, Anzahlkonzept, Größenrelationsverständnis) durchläuft, entwickelt sich ein konzeptuelles Verständnis der Zahl als Repräsentantin von Mengen/Größen und Mengen-/Größenrelationen (u. a. Krajewski & Ennemoser, 2013). Dieses Verständnis wird als wichtige Voraussetzung für den Erwerb grundlegender mathematischer Fähigkeiten im Schulalter gesehen, wie Addition oder auch Subtraktion (ebd.). Der auch im ZGV-Modell zur Beschreibung elementarer Fähigkeiten ursprünglich eingesetzte Begriff der „Mengen“ (vgl. Modell der Mengen-Zahlen-Verknüpfung; Krajewski, 2008) wurde von der Autorin später durch den Begriff der „Größen“ subsummiert (vgl. Krajewski & Ennemoser, 2013). Durch die Begriffserweiterung sollte eine Assoziation des ursprünglichen Mengenverständnisses als Größen wie „Flächen und Volumen“ hin zu weiteren Größen wie „Zeit und Gewicht“ erreicht werden (ebd.). Der im Rahmen des ZGV-Modells (u. a. Krajewski, 2013) eingeführte erweiterte Mengenbegriff wurde in dem hier vorliegenden Kapitel der Forschungsarbeit durch die Begrifflichkeit „Mengen/Größen“ übernommen.

Einem **frühen Verständnis von Mengen/Größen** (Abb. 4) im Säuglingsalter scheinen zwei unterschiedliche Fähigkeiten zugrunde zu liegen (u. a. Gilmore, Göbel, & Inglis, 2018). Erstens werden Säuglinge bereits mit der Fähigkeit geboren, kleinere Mengen/Größen bis zu einer Anzahl von etwa drei exakt zu erfassen („Subitizing“). Zur Erklärung dieses Prozesses werden unterschiedliche Theorien diskutiert. Dabei wird ein visuell-räumlicher Wahrnehmungsprozess angenommen (u. a. ebd.) andererseits ein nonverbaler Zählprozess postuliert (u. a. Gallistel & Gelman, 1992). Zweitens konnte bei Neugeborenen eine Fähigkeit festgestellt werden, grob zwischen größeren Mengen/Größen zu differenzieren („Vergleichsschema“). Dieses approximative Mengen-/Größenverständnis scheint bereits im ersten Lebensjahr einer rasanten Entwicklung zu unterliegen, so dass sich die Differenzierungsfähigkeit von 1:3 bei der Geburt bis hin zu 2:3 mit einem Lebensjahr erhöht (vgl. Lonnemann, Linkersdörfer, & Lindberg, 2013).

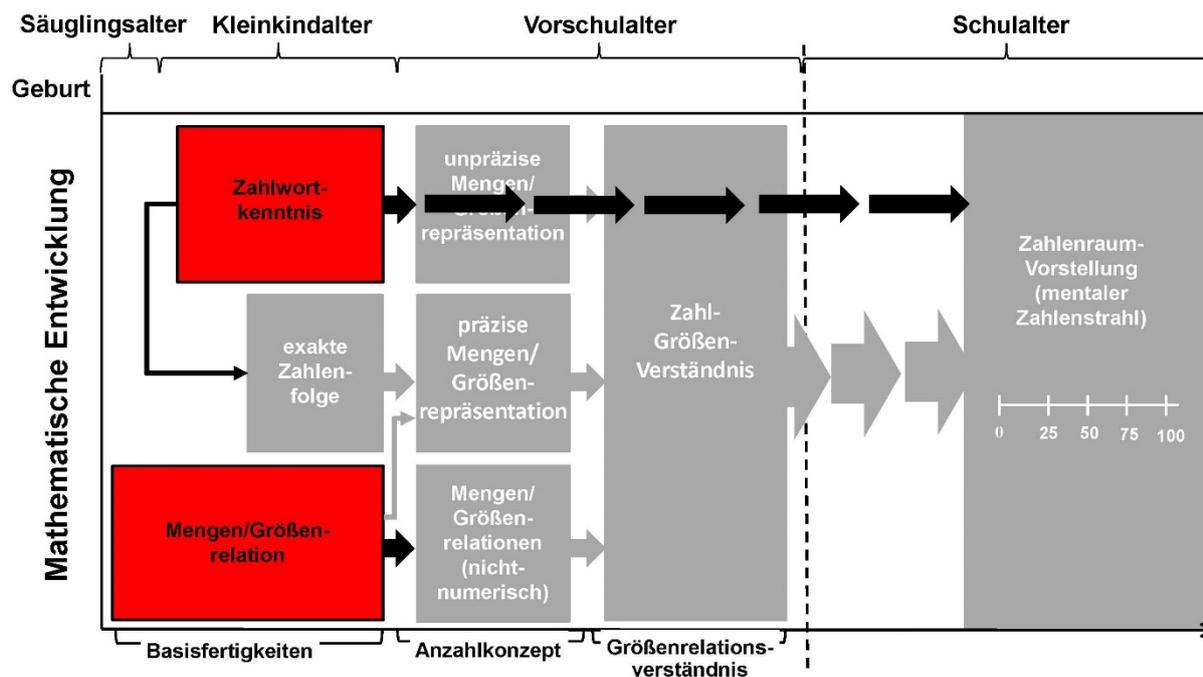


Abbildung 4. Basisfertigkeiten im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).

Neben dem Mengen-/Größenverständnis ist auch das Zählen als zentrale Vorläuferfertigkeit mathematischer Kompetenzen aufzuführen (u. a. Koponen, Salmi, Eklund, & Aro, 2013). **Zahlwörter** (Abb. 4) werden im Alter von etwa zwei bis drei Jahren, zunächst unabhängig von ihrer Bedeutung, als Silbenkette erworben („Zahlwortreihe als zusammenhängende Lauteinheit“; vgl. Lorenz, 2012). Da sich der Erwerb der Zahlwörter sowie deren Abfolge – vergleichbar mit einem Gedicht – durch verbales Nachsprechen vollzieht, ist spätestens zu diesem Meilenstein mathematischer Kompetenzentwicklung ein spezifischer Einfluss von Sprache nicht wegzudenken. Die Beherrschung der Zahlwortfolge sowie gegebenenfalls auch deren Übersetzung in arabische Zeichen wird anfangs nur für einen kleinen Zahlenraum möglich (vgl. Krajewski & Ennemoser, 2013). Im weiteren Entwicklungsverlauf kommt es zu einer Ausweitung des Zahlenraums bis hin zum Bereich rationaler Zahlen im späteren Grundschul- und frühen Sekundarschulalter (ebd.).

Die Verknüpfung zwischen Zahlwörtern bzw. Ziffern und einem Verständnis von Mengen/Größen (Abb. 5) vollzieht sich in zwei aufeinander aufbauenden Phasen (Krajewski & Ennemoser, 2013). Zunächst können nur „grobe“ bzw. **unpräzise Zuordnungen von Zahlwörtern zu Mengen/Größen** durchgeführt werden. So wird in etwa verstanden, dass „3“ eher eine kleinere Menge ist sowie „10“ eher einer größeren Menge entspricht. Dicht beieinander liegende Zahlen (bspw. „3“ und „4“) können aber noch nicht voneinander abgegrenzt werden (ebd.). Im weiteren Entwicklungsverlauf, sobald auch die exakte Zahlwortfolge beherrscht

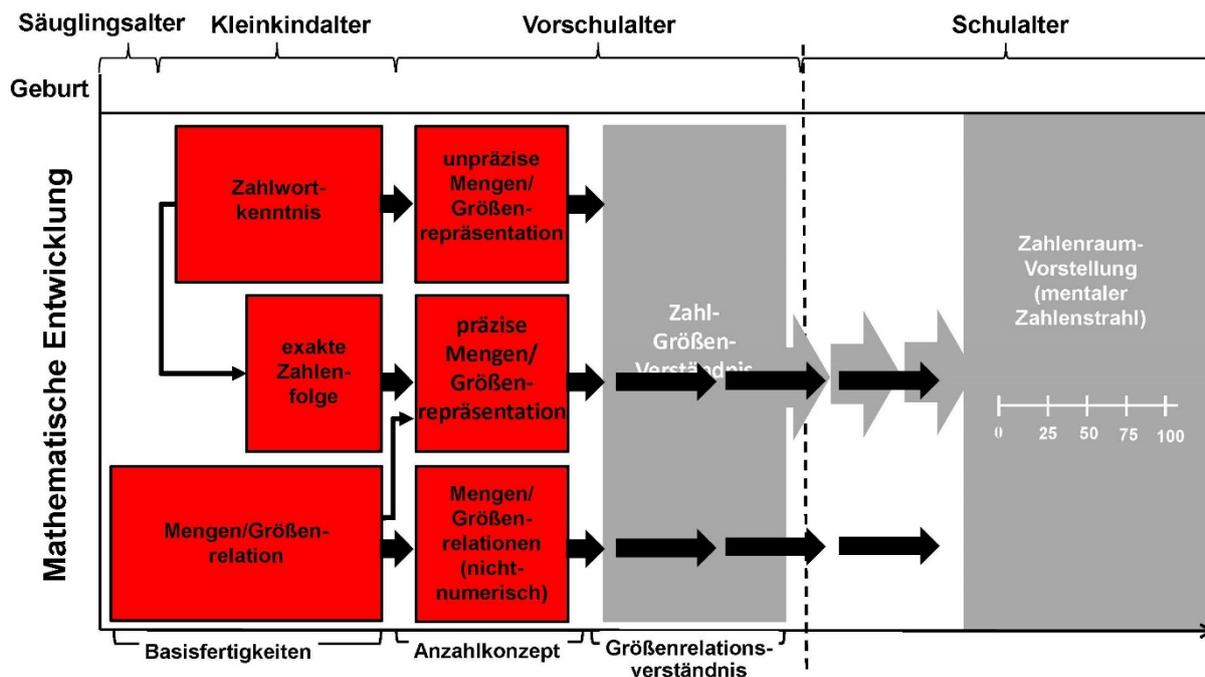


Abbildung 5. Anzahlkonzept im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).

wird (mit ca. dreieinhalb bis vier Jahren; vgl. Lorenz, 2012), werden erste **präzise Zuordnungen von Zahlwörtern und Ziffern zu Mengen/Größen** (Kardinalzahlkonzept) möglich (vgl. Krajewski & Ennemoser, 2013). Wie bereits für den Erwerb der Zahlwortreihe beschrieben, bezieht sich die präzise Zuordnung von Zahlwörtern und Ziffern zu Mengen/Größen zunächst nur auf einen kleineren Zahlenraum. Mit weiterem Entwicklungsverlauf wird es möglich, die präzise Größenrepräsentation auf immer höhere Zahlenräume auszuweiten bis hin zu einem vollständigen Verständnis des Stellenwertsystems, welches letztendlich auch die rationalen Zahlen einschließt (vgl. ebd.). Parallel zu den ersten Ansätzen einer präzisen Zuordnung von Zahlwörtern und Ziffern zu Mengen/Größen differenziert sich das **Verständnis für Beziehungen und Veränderungen von diskreten Mengen/Größen ohne Zahlbezug** („nicht numerisch“) weiter aus (ab etwa drei bis fünf Jahren; vgl. Abb. 5). Durch das sich entwickelnde Verständnis des Teile-Ganzes-Konzept (nicht-numerische Zerlegung und Zusammensetzung von Mengen/Größen) wird in dieser Entwicklungsphase eine Voraussetzung gelegt für eine später möglich werdende Ablösung vom zählenden Rechnen (vgl. Resnick, 1983).

Etwa im Altersbereich um den Schuleintritt (Abb. 6) können Mengen/Größenrelationen auch mit Zahlwörtern beschrieben werden (vgl. Krajewski & Ennemoser, 2013). Neben einem Verständnis zur Zerlegung und Zusammensetzung von Zahlen selbst wird auch eine numerische Beschreibung beim Zerlegen und Zusammensetzen von Mengen/Größen möglich. Zudem werden Differenzen zwischen zwei Zahlen verstanden und können in dieser

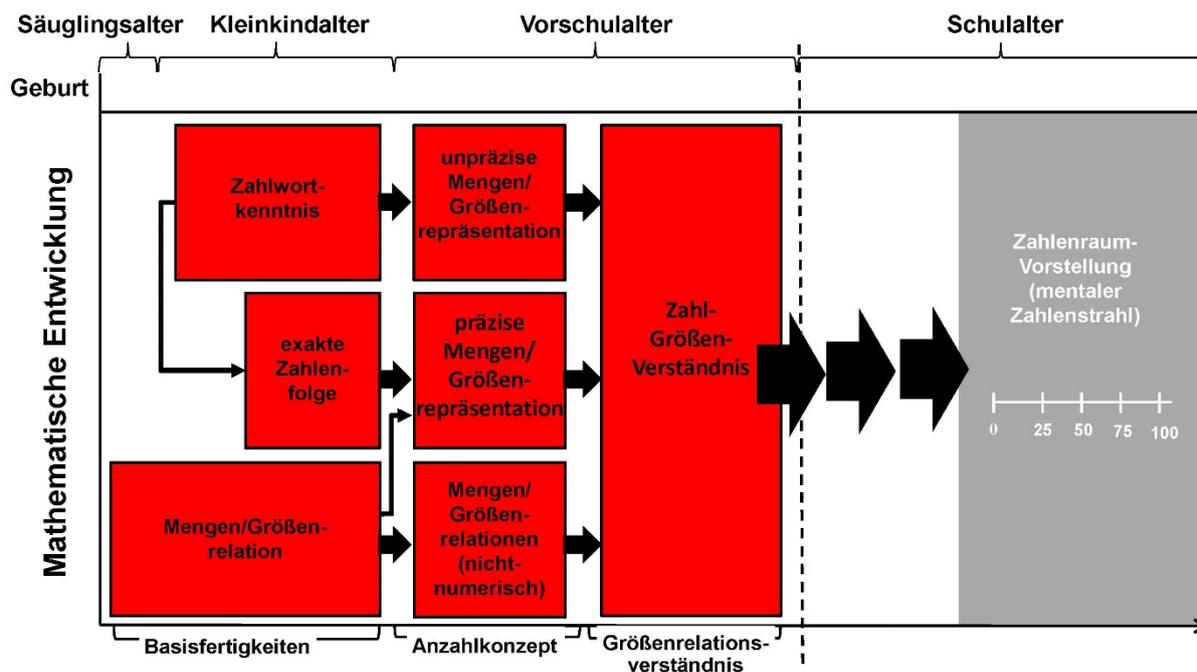


Abbildung 6. Größenrelationsverständnis im Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).

Entwicklungsphase bereits im kleineren Zahlenraum durch eine weitere Zahl repräsentiert werden. Wie bereits bei der Zahlwortreihe und auch bei der präzisen Zuordnung von Zahlwörtern und Ziffern zu Mengen/Größen kommt es im weiteren Entwicklungsverlauf zu einer Ausweitung der Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern hin zu einem größeren Zahlenraum mit Mengen/Größenrelationen (ebd.).

Folglich scheint die Entwicklung des vollständigen **Zahl-Größen-Verständnisses**, welche hier vorangehend beschrieben wurde, beim Eintritt ins Schulalter nicht abgeschlossen zu sein (vgl. ebd.). Vielmehr kann die Entwicklung bis zum Schuleintritt als soweit fortgeschritten angesehen werden, dass die Kinder problemlos komplexere mathematische Operationen erlernen können. Individuelle Abweichungen können sowohl für die aufeinander aufbauende Reihenfolge der einzelnen Entwicklungsschritte angenommen werden (Basisfertigkeiten, Anzahlkonzept, Größenrelationsverständnis; Abb. 4-6), wie auch getrennt für den Erwerb dieser Entwicklungsebenen für verbale Zahlwörter und arabische Ziffern (ebd.).

2.2 Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen

Sprache kann als Katalysator mathematischer Kompetenzentwicklung deklariert werden (Abb. 7). Unterschiedliche sprachliche Fähigkeiten wirken während des gesamten Entwicklungsprozesses mathematischer Kompetenzen auf diesen ein (u. a. Dehaene, 1992). Als Prädiktoren der mathematischen Entwicklung fungieren nicht erst sprachliche Fähigkeiten zum

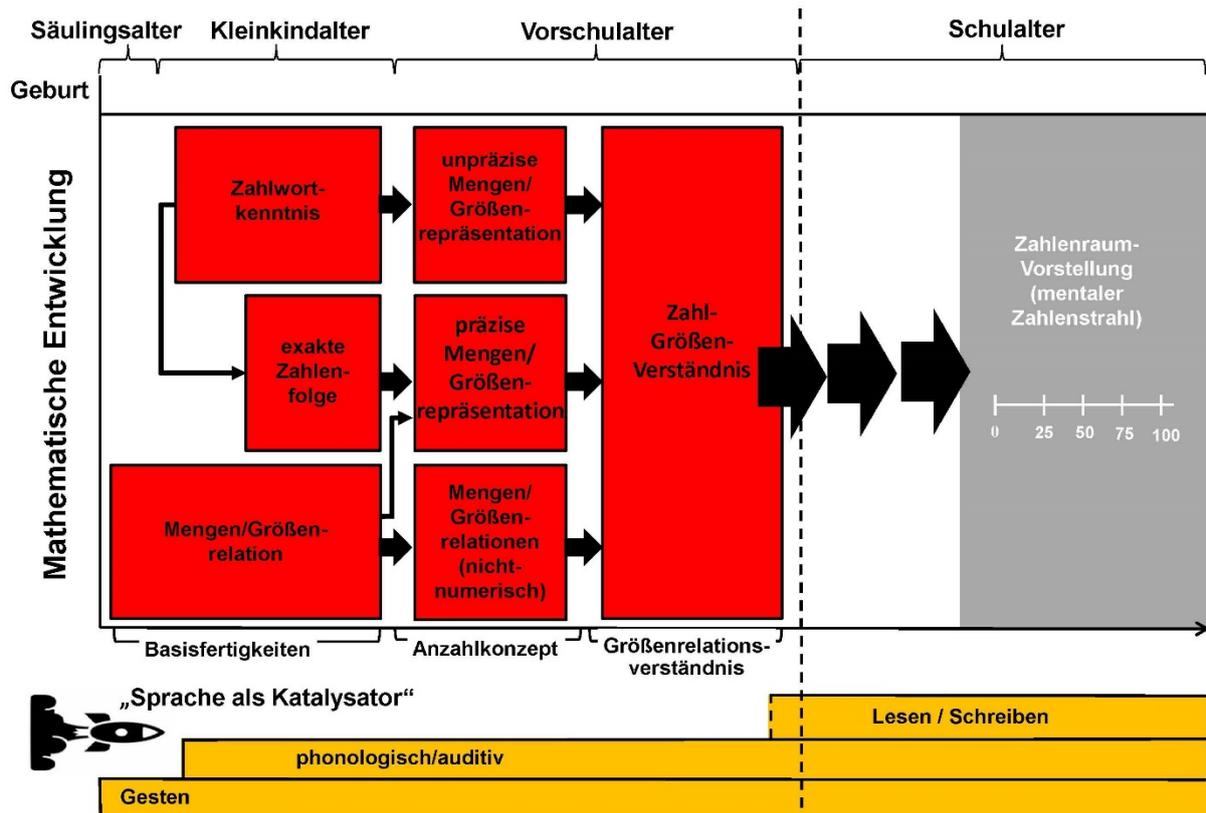


Abbildung 7. Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen – Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).

Verständnis (rezeptive Sprachkompetenz) sowie zur Beherrschung (expressive Sprachkompetenz) des Wortschatzes und der Grammatik. Bereits die (vor-)sprachliche Kommunikation durch Gesten (u. a. Levine, Gibson, & Berkowitz, 2019) scheint schon früh einen Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu besitzen, welcher bis ins weitere Schulalter bestehen bleibt (u. a. Hynes-Berry, McCray, & Goldin-Meadow, 2019). Und auch sprachliche Vorläuferfähigkeiten wie die phonologische Bewusstheit (u. a. Krajewski & Schneider, 2009; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld, & Bos, 2020a) oder die frühe Buchstabenkenntnis (vgl. Viesel-Nordmeyer et al., 2020a) scheinen das mathematische Lernen grundlegend zu beeinflussen. Die Funktionen, über welche sprachliche Kompetenzen auf mathematisches Lernen einwirken, können in Anlehnung an Schröder und Ritterfeld (2014) grob in die drei Bereiche Erwerb, Vermittlung und Speicherung unterteilt werden. Detailliertere Ausführungen der Funktionen von Sprache im Rahmen mathematischen Lernens sind bereits den zwei Teilstudien des hier vorliegenden Gesamtprojekts (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b) zu entnehmen (vgl. Kapitel 9 und 10). Abschließend soll jedoch auf eine zusätzliche Bedeutung von Sprache im Rahmen zahlenverarbeitender Hirnfunktionen hingewiesen werden, wie sie im

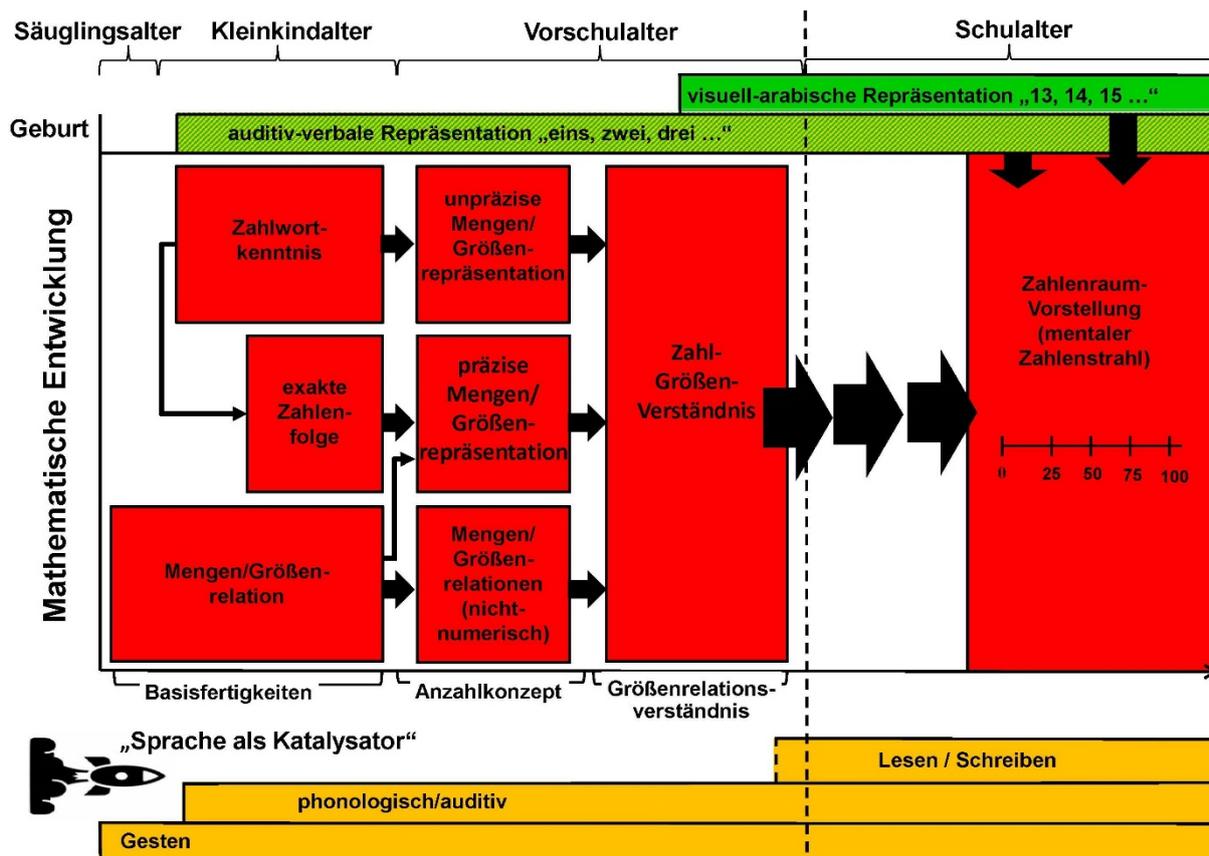


Abbildung 8. Repräsentationsebenen in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen – Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen in Anlehnung an Krajewski (u. a. 2013) und von Aster (2013).

Modell von von Aster definiert wird (vgl. von Aster, 2013).

Mathematische Lernprozesse scheinen auf unterschiedliche mentale Repräsentationsebenen zurückzugreifen (Abb. 8). Welche der einzelnen Repräsentationsebenen Verwendung findet, scheint einerseits von der jeweiligen Aufgabenstellung abhängig aber auch andererseits von der jeweiligen Entwicklungsstufe mathematischer Kompetenzen (ebd.). Im frühen Vorschulalter ist zunächst nur eine **auditiv-verbale Repräsentation** von Zahlen („eins, zwei, drei“) zu erwarten. Eine **visuell-arabische Repräsentation** von Zahlen in Form von Ziffern („13,14,15“) scheint erst im Laufe der weiteren Entwicklung mathematischer Kompetenzen im späteren Vorschulalter möglich. Die Option beide Repräsentationsformen (auditiv-verbal, visuell-arabisch) nutzen zu können, scheint im weiteren Entwicklungsverlauf die Ausbildung **eines inneren („mentalen“) Zahlenstrahls** (vgl. Abb. 8) voranzutreiben (von Aster, 2013). Durch Fähigkeiten einer mentalen Zahlenraumvorstellung scheint es Kindern etwa ab Beginn des Grundschulalters möglich, komplexen arithmetischen Problemlösungen im Rahmen mathematischer Lernprozesse erfolgreich begegnen zu können (u. a. Resnick, 1983).

Als Entwicklungsmotor der mentalen Zahlenraumvorstellung wird das kognitive System Arbeitsgedächtnis vermutet (vgl. von Aster, Bzufka, Horn, Weinhold-Zulauf, & Schweiter,

2009), welches zur Erklärung der Informationsverarbeitung im Rahmen von Lernprozessen herangezogen werden kann (vgl. Hasselhorn & Gold, 2013). Um zu verstehen, welche Prozesse der Informationsverarbeitung im Rahmen der mathematischen Kompetenzentwicklung ablaufen und inwieweit unterschiedliche Repräsentationsformen in diese Prozesse integriert sind, wird ein genaueres Verständnis des Arbeitsgedächtnisses notwendig.

2.3 Das Arbeitsgedächtnis

Erfolgreiches Lernen im engeren Sinne beginnt mit einer gezielten oder unwillkürlichen Zuwendung von Aufmerksamkeit auf zur Verfügung stehende Informationen (vgl. Hasselhorn & Gold, 2013). Kognitive Verarbeitungs- und Transformationsprozesse, welche in Folge der Aufmerksamkeitszuwendung ausgelöst werden, bestimmen den weiteren Erfolg des begonnenen Lernprozesses grundlegend. Angefangen mit der Aufmerksamkeitszuwendung können eine Vielzahl Informationsverarbeitungsprozesse, welche dem beschriebenen Lernprozess zugrunde liegen, dem kognitiven System des Arbeitsgedächtnisses zugeordnet werden (vgl. Baddeley, 2012). Angesichts dieser Vorstellung zum Informationsfluss im Rahmen von Lernprozessen (vgl. Hasselhorn & Gold, 2013) überrascht es nicht sonderlich, dass seit geraumer Zeit die Erforschung des Arbeitsgedächtnisses selbst sowie seine Beteiligung an unterschiedlichen mit dem Lernen einhergehenden Prozessen im Fokus einer Vielzahl von Fachdisziplinen steht (u. a. Daneman & Merikle, 1996; Henson, 2001). Etablierte Modelle des Arbeitsgedächtnisses stimmen in ihrem Verständnis über die Zusammensetzung und Funktionsweise des Arbeitsgedächtnisses nur zu Teilen überein (für eine Übersicht siehe Baddeley, 2012; Heidler, 2013). Ein fortlaufend aktualisiertes und in vielen Fachdisziplinen präferiertes Modell des Arbeitsgedächtnisses (vgl. Hasselhorn, 2017; Heidler, 2013) stellt das Mehrkomponentensystem nach Baddeley (u. a. Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 2000) dar. Das Verständnis des Arbeitsgedächtnisses in Anlehnung an Baddeley sieht eine differenzierte Berücksichtigung der in das Lernen eingebundenen Informationsverarbeitungsprozesse vor (vgl. ebd.). Angesichts einer Integration des Arbeitsgedächtnismodells nach Baddeley in das hier vorliegende Forschungsinteresse wird das Mehrkomponentensystem im Folgenden detailliert beschrieben. Für eine vergleichende Diskussion weiterer Modelle des Arbeitsgedächtnisses kann auf Baddeley (2012) sowie Heidler (2013) verwiesen werden.

2.3.1 Das Arbeitsgedächtnismodell nach Baddeley

Innerhalb der Erforschung des Lernens etablierte sich ein Verständnis des Arbeitsgedächtnisses als hierarchisch aufgebautes Mehrkomponentensystem (u. a. Baddeley, 2000,

2012; Baddeley & Hitch, 1974), deren kapazitätsbegrenzte Subsysteme anteilig an Aufbau und Verarbeitung von Wissen beteiligt sind. Ausgehend von einem dreiteiligen Mehrkomponentensystem („Dreikomponentensystem“; vgl. Baddeley & Hitch, 1974), wurde das anfangs bestehende Verständnis des Arbeitsgedächtnisses über die Jahre revidiert (u. a. Baddeley, 2000) und lässt sich mittlerweile wie folgt untergliedern (Abb. 9): Übergeordnet stellt die *zentrale Exekutive* eine Art Leit- und Kontrollzentrale dar, welche durch ihre Hilfssysteme in der Verarbeitung verbaler (*phonologische Schleife*) wie auch visueller und räumlicher (*visuell-räumlicher Notizblock*) Informationen unterstützt wird. Der später in das Modell integrierte *episodische Puffer* (ebd.) verbindet die einzelnen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses untereinander wie auch die jeweiligen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses mit dem Langzeitgedächtnis (vgl. Baddeley, 2012).

Die **zentrale Exekutive** als übergeordnete Leit- und Kontrollzentrale des Arbeitsgedächtnisses ist im Vergleich zu den weiteren Komponenten hoch komplex sowie durch zahlreiche Aufgaben und Funktionen charakterisiert (vgl. ebd.). Als bedeutendste Aufgaben, welche der zentralen Exekutive im Rahmen der Reiz- und Informationsverarbeitung zukommen, seien hier speziell die Aufmerksamkeitsfokussierung genannt, die Fähigkeit Aufmerksamkeit zwischen zwei wichtigen Reizen zu teilen, die Koordinationsfähigkeit beim Wechsel zwischen

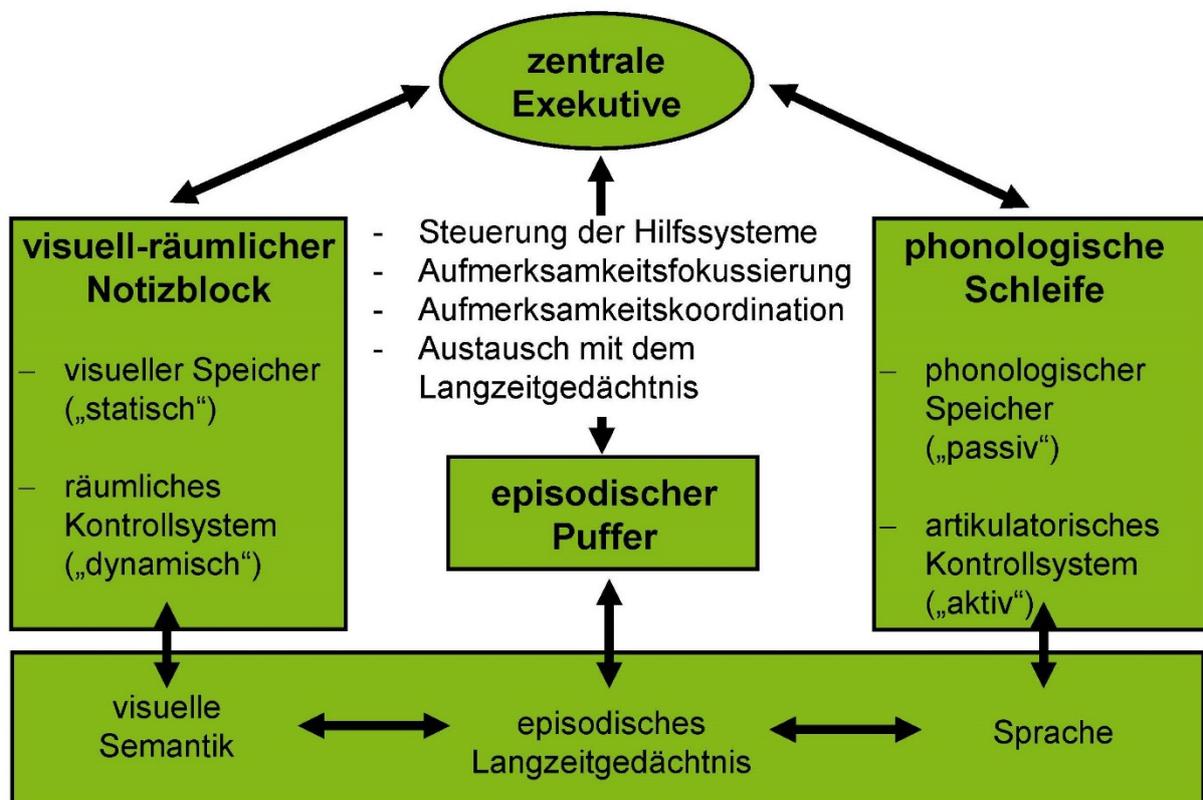


Abbildung 9. Mehrkomponentensystem des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (2012).

zwei Aufgabentypen (beispielsweise zwischen Additions- und Multiplikationsaufgaben) sowie der Austausch mit dem Langzeitgedächtnis und selektive Fokussierung von Informationen aus diesem (ebd.).

Die **phonologische Schleife**, welche während des Informationsverarbeitungsprozesses (hauptsächlich¹) durch die zentrale Exekutive gesteuert wird, lässt sich in eine *passive* und eine *aktive* Subkomponente unterteilen (u. a. Baddeley, 2010). Beide Subkomponenten sind anteilig in die Verarbeitung sprachlicher und akustischer Informationen eingebunden. Der eher passive *phonologische Speicher* ist in der Lage sprachliche Informationen, welche in das Gedächtnis gelangen, für einen Bruchteil von etwa zwei Sekunden aufrechtzuerhalten. Bei Informationen, welche nach Ablauf der zwei Sekunden nicht weiterverarbeitet werden, kommt es zum sogenannten Zerfall. Um die sprachlichen Informationen vor dem Zerfall zu schützen, müssen diese von einem *artikulatorischen Kontrollsystem* („*Rehearsal*“) durch Wiederholung aufrechterhalten werden (u. a. Baddeley, 2012). Eine weitere Aufgabe des artikulatorischen Kontrollsystems ist das Umkodieren von bildlicher Information in eine sprachliche („*phonetische*“) Form (vgl. Hasselhorn, 2017). Diese phonetische Umkodierung von Informationen wird beispielsweise beim Lesen genutzt, da schriftsprachliche Informationen im Vergleich zu lautsprachlichen Informationen nicht direkt in den passiven Speicher der phonologischen Schleife aufgenommen werden können (vgl. Heidler, 2013).

Vergleichbar mit der phonologischen Schleife, wird auch der **visuell-räumliche Notizblock** während seiner Beteiligung am Informationsverarbeitungsprozess durch die zentrale Exekutive kontrolliert (vgl. Baddeley, 2012). Der visuell-räumliche Notizblock dient der Verarbeitung und Manipulation visueller wie auch räumlicher Informationen. Visuelle und räumliche Informationen werden in unterschiedlichen Subkomponenten des visuell-räumlichen Notizblocks getrennt verarbeitet (ebd.). In der *statischen* Subkomponente, dem *visuellen Speicher* („*visual cache*“), werden visuelle Informationen, bspw. über Muster oder Farbe von Objekten, für eine begrenzte Zeitspanne aufrechterhalten (vgl. Logie, 1995). Räumliche Informationen, wie u. a. die Bewegung von Objekten oder aber auch der Wechsel von einem Objekt zu einem anderen, werden innerhalb eines *räumlichen Manipulations- und Rehearsal-Systems* („*inner*

¹ Die Rolle der phonologischen Schleife im Mehrkomponentensystem des Arbeitsgedächtnisses ist nicht abschließend geklärt (vgl. Baddeley, 2012). Uneinigkeit besteht bezüglich der Annahme, inwieweit die phonologische Schleife als „reine“ Hilfskomponente der zentralen Exekutive anzusehen ist, oder selbst in der Lage ist wichtige Aufgaben des Kontrollsystems während der Informationsverarbeitung zu übernehmen. Untersuchungen von Baddeley selbst (Baddeley, Vargha-Khadem, & Mishkin, 2001) geben Hinweise auf eine aktive Beteiligung der phonologischen Schleife am sogenannten „switching“ zwischen unterschiedlichen Aufgabenformaten, welches bisher der zentralen Exekutive zugeordnet wurde (vgl. dazu Baddeley, 2012).

scribe“) registriert (vgl. Baddeley, 2012; Logie, 1995).

Fortlaufende Untersuchungen (für eine Übersicht vgl. Baddeley, 2012) zur Überprüfung des zunächst etablierten Dreikomponentensystems des Arbeitsgedächtnisses (vgl. Baddeley & Hitch, 1974) führten im Jahre 2000 (vgl. Baddeley, 2000) zu einer Integration des **episodischen Puffers**. Die neu integrierte Komponente, welche ein Verbindungssystem zwischen den ursprünglichen drei Komponenten (zentrale Exekutive, phonologische Schleife, visuell-räumlicher Notizblock) als auch dem Langzeitgedächtnis darstellt, dient der Erklärung erweiterter Speichermöglichkeiten im Informationsverarbeitungsprozess des Arbeitsgedächtnisses (u. a. Baddeley, 2012). Der episodische Puffer ergänzt die spezifischen Speichermöglichkeiten der beiden Hilfssysteme phonologische Schleife und visuell-räumlicher Notizblock durch die Möglichkeit, Informationen multidimensional zu Episoden zu bündeln („chunks“; vgl. ebd.). Eine Bündelung von Informationen der spezifischen Hilfssysteme untereinander wie auch in Kombination mit Informationen des Langzeitgedächtnisses ermöglicht eine multidimensionale Repräsentation im Verarbeitungsprozess des Arbeitsgedächtnisses. Die Vorgänge des episodischen Puffers unterliegen der Kontrolle der zentralen Exekutive (u. a. Baddeley, 2003; 2012). Durch den Einfluss der zentralen Exekutive auf die Durchführung multidimensionaler Repräsentationen kann das eigenständige System des episodischen Puffers auch als Speicherkomponente der zentralen Exekutive deklariert werden (vgl. Baddeley, 2003). Der Einfluss der zentralen Exekutive auf den – in das erweiterte Mehrkomponentensystem (vgl. Baddeley, 2000) integrierten – episodischen Puffer führte zu einem Wechsel des vorherigen Verständnisses der Verbindung zwischen Arbeits- und Langzeitgedächtnis (vgl. Baddeley & Hitch, 1974). Die Option eines „Downloads“ von Informationen aus dem Langzeitgedächtnis in ein separates Speichersystem („episodischer Puffer“) eröffnet die Möglichkeit, statt einer bloßen Aktivierung von Langzeitgedächtnisinhalten diese zu manipulieren und neue Gedächtnisrepräsentationen zu kreieren (vgl. Baddeley, 2003).

2.3.2 Intelligenz und Arbeitsgedächtnis

Das aktualisierte Mehrkomponentenmodell des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (Abb. 10; u. a. Baddeley, 2012) postuliert eine Verortung beschriebener Informationsverarbeitungsprozesse der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten in die zwei abzugrenzenden Subbereiche *fluides System* und *kristallines System*, welche dem Zwei-Faktoren-Konstrukt der Intelligenz nach Cattell und Horn (1978) zuzuordnen sind. Damit stellt sich die Frage, ob das Arbeitsgedächtnis und dessen einzelne Komponenten als Teilbereiche des häufig nicht ganz einheitlich definierten Konstrukts der Intelligenz (u. a. Sternberg, 2019) anzusehen sind oder inwiefern Arbeitsgedächtnis und Intelligenz identische Konstrukte darstellen? Die Frage scheint nicht ganz einfach und eindeutig beantwortbar, wurde diese doch in der bisherigen Literatur schon zur Genüge diskutiert (u. a. Vock, 2004). Dennoch soll im Folgenden ein Versuch unternommen werden, welcher das Verständnis beider Konstrukte – Arbeitsgedächtnis und Intelligenz – im Hinblick auf ihre Beziehung zueinander, unter Berücksichtigung benötigter Hintergrundinformationen, für das hier vorliegende Forschungsinteresse diskutiert.

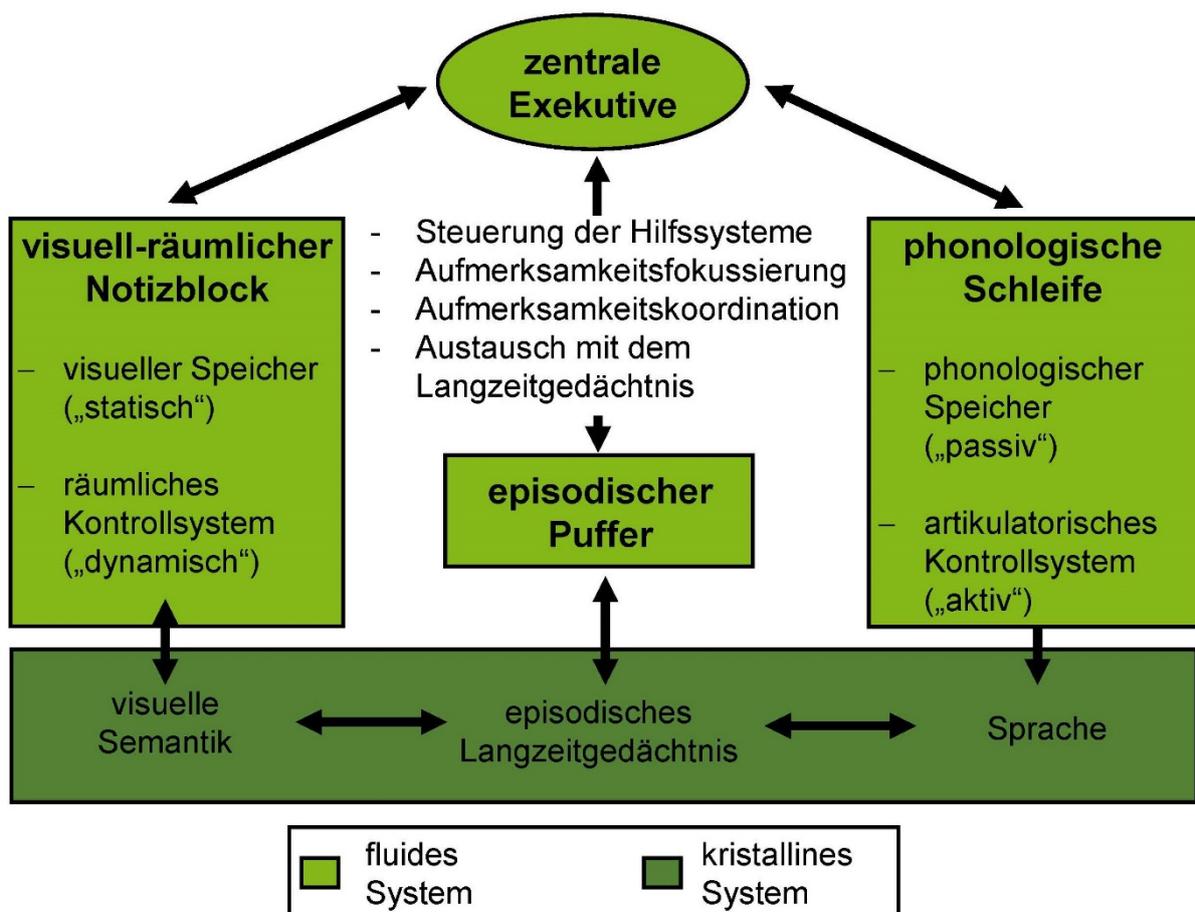


Abbildung 10. Mehrkomponentenmodell des Arbeitsgedächtnisses in Anlehnung an Baddeley (2012) unter Einbettung in das Konstrukt der Intelligenz.

Ergebnisse einiger Studien aus unterschiedlichen Subdisziplinen der Psychologie (u. a. kognitive Psychologie, experimentelle Psychologie, differentielle Psychologie) lassen einen hohen Zusammenhang zwischen dem Konstrukt des Arbeitsgedächtnisses und der Intelligenz vermuten (u. a. Kyllonen & Christal, 1990; Jong & Das-Smaal, 1995). Korrelative Zusammenhangsmaße einzelner Studien mit einer Ausprägung bis zu $r = .96$ (vgl. Kyllonen, 1996) postulieren die Annahme, dass das Arbeitsgedächtnis und die Intelligenz ein nahezu identisches Konstrukt darstellen. Eine genauere Betrachtung der Ergebnisse zum Zusammenhang zwischen Arbeitsgedächtnis und Intelligenz lässt jedoch deutlich werden, dass (hohe) positive Zusammenhänge zwischen beiden Konstrukten überwiegend dann auftreten, wenn als Maße der Intelligenz Testinstrumente eingesetzt wurden, welche lediglich einer bestimmten Subkomponente gängiger Intelligenzkonstrukte zuzuordnen sind (für eine Übersicht siehe Vock, 2004). Unter Verwendung von Maßen des schlussfolgernden Denkens („*reasoning*“) als Intelligenzmarker – wie auch dem der hier vorliegenden Forschungsarbeit zugrunde liegendem Reasoning Matrizen test (u. a. Raven, Raven, & Court, 1998) – zeigten Studien überwiegend häufig Ergebnisse, welche auf mittlere bis hohe Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und Intelligenz schließen lassen (u. a. ebd.). Dennoch stellen sogenannte Reasoning-Aufgaben lediglich einen Bruchteil zahlreicher Subtests innerhalb moderner Testbatterien der klassischen Intelligenzdiagnostik dar, welche häufig auch neben direkten Arbeitsgedächtnismaßen angesiedelt sind (bspw. WISC-V; Petermann, 2017). Um basierend auf Ergebnissen von Untersuchungen zum Zusammenhang des Arbeitsgedächtnisses und der Intelligenz – gemessen durch einzelne Subtests – eine Aussage darüber treffen zu können, inwieweit Arbeitsgedächtnis und Intelligenz tatsächlich vergleichbare Konstrukte darstellen, soll zunächst eine genauere Definition des Intelligenzkonstrukts angestrebt werden.

Das Konstrukt der Intelligenz einheitlich zu definieren scheint jedoch aufgrund differierender Zugänge unterschiedlicher Ansätze (psychometrisch, kognitiv, biologisch, kulturell, systemisch) äußerst prekär (vgl. Rost, 2013; Sternberg, 2019). Modelle psychometrischer Verfahren dienen der standardisierten Erfassung intellektueller Fähigkeiten (vgl. Schaefer & Bäckman, 2007) und besitzen somit auch innerhalb der Erforschung von Lern- und Entwicklungsprozessen ihren Platz. Dadurch gewinnen derartige Modelle auch im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit an Interesse. Eines der bekanntesten Modelle psychometrischer Verfahren zur Abbildung des Konstrukts der Intelligenz stellt das Zwei-Faktoren-Modell von Cattell (1971) beziehungsweise seine Weiterentwicklung durch Cattell und Horn (1978) dar. Das Zwei-Faktoren-Modell basiert auf Spearman's (u. a. Spearman, 1904) Verständnis einer generalen Intelligenz (g), welche die Gesamtheit der kognitiven Leistungen einer Person abbildet.

Anders als Spearman (u. a. 1904) gehen Cattell und Horn (u. a. 1978) in ihrem Zwei-Faktoren-Modell von einer Unterteilung der generellen Intelligenz (g) in zwei Subfaktoren aus, welche als kristalline (gf) und fluide (gc) Intelligenz definiert werden können (u. a. Sternberg, 2019; Rost, 2015). Die beiden Subfaktoren „fluide Intelligenz“ und „kristalline Intelligenz“ finden sich auch in der anfangs aufgeführten Abbildung des aktualisierten Mehrkomponentenmodells des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (2012) wieder (vgl. Abb. 10: „fluides System“, „kristallines System“), welches eine Verortung der Informationsverarbeitungsprozesse der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten in das Gesamtkonstrukt der Intelligenz postuliert. Nach dem Zwei-Faktoren-Modell von Cattell und Horn (1987) stellt die kristalline Intelligenz die Anhäufung von erworbenem Wissen und Fertigkeiten dar. Aufbau und Entwicklung der kristallinen Intelligenz werden – neben bestehenden Einflüssen der Umwelt – durch Fähigkeiten der fluiden Intelligenz determiniert. Unter die fluide Intelligenz werden Fähigkeiten zur schnellen und effektiven Anwendung neu erworbenen Wissens auf unbekannte Situationen gefasst, deren Ausprägungen eher genetisch veranlagt scheinen (vgl. ebd.). Der Einfluss fluider Intelligenz auf den Aufbau kristalliner Intelligenz hebt die spezielle Bedeutung der fluiden Intelligenz im Rahmen der Erforschung von Lernprozessen hervor (vgl. Hoese, 2017). Insbesondere in frühen beziehungsweise neuartigen Situationen des Lernens kommt eine hohe Bedeutung fluider Intelligenz für den Aufbau von Wissen zum Tragen (ebd.). Das schlussfolgernde Denken stellt eine bedeutende Subkomponente der fluiden Intelligenz in Anlehnung an das Intelligenzkonstrukt nach Cattell und Horn (1978) dar. Als Fähigkeit, aus bestehenden Informationen neue Informationen zu generieren (vgl. Hussy, 1986), bildet schlussfolgerndes Denken eine bedeutende Grundlage zum Wissensaufbau und somit zum Lernen (vgl. Stern & Grabner, 2014).

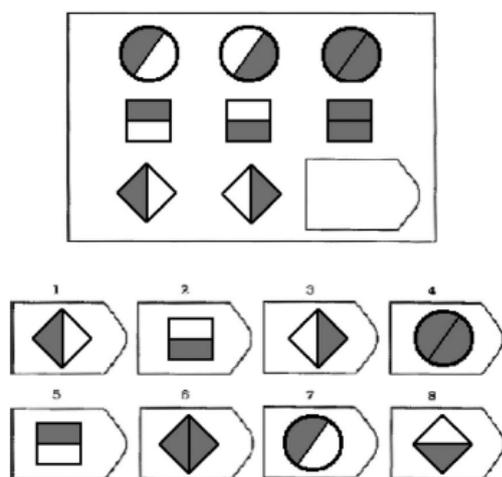


Abbildung 11. Beispielaufgabe des Raven Matrizen-Tests (u. a. Raven et al., 1998).

Als gängige Instrumente zur Erhebung des schlussfolgernden Denkens haben sich in erster Linie klassische Matrizen-Tests (Abb. 11; u. a. Raven et al., 1998) wie auch figurale Analogien (Abb. 12; u. a. Lindenberger, Mayr, & Kliegl, 1993) etabliert. Die Betrachtung derartiger Tests zur Erfassung schlussfolgernden Denkens lässt deutlich werden, dass eine erfolgreiche Aufgabenlösung sowohl eine Speicherung von Zwischeninformationen wie aber auch eine gelungene Informationsverarbeitung zur Ableitung von Lösungsstrategien

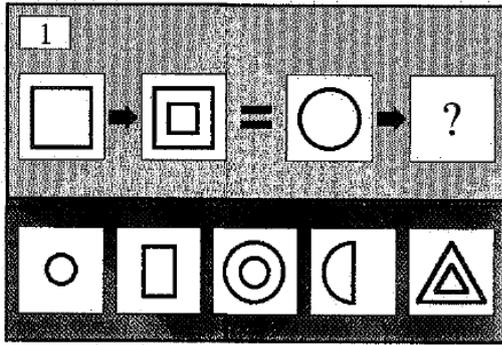


Abbildung 12. Figuraler Analogien Test (Lindenberger et al., 1993).

(„Schlussfolgern“) voraussetzt. Da das Konstrukt des Arbeitsgedächtnisses als kognitives System der Informationsverarbeitung definiert wird, deren einzelne Komponenten sowohl in die Verarbeitung wie auch in die (kurzfristige) Speicherung von Informationen eingebunden ist (vgl. Kapitel 2.3), scheint es nicht verwunderlich, dass Intelligenzmaße unter Verwendung von klassischen Reasoning Tests hohe Korrelationen mit dem Arbeitsgedächtnis aufweisen.

Dennoch kann durch den Zusammenhang zwischen Intelligenzmaßen – unter Verwendung von Reasoning Tests – und dem Arbeitsgedächtnis nicht automatisch davon ausgegangen werden, dass schlussfolgerndes Denken und Arbeitsgedächtnis, geschweige denn Intelligenz und Arbeitsgedächtnis, dasselbe Konstrukt darstellen. Zwar setzt „schlussfolgerndes Denken ... Arbeitsgedächtnis voraus, sowie Worterkennen die Fähigkeit zum Lesen“ (Guthke, Beckwald, & Seiwald, 2003, S. 159), dennoch wird weder Lesen ausschließlich durch die Fähigkeit zum Worterkennen bestimmt noch wird schlussfolgerndes Denken ausschließlich durch die interindividuell variierende Arbeitsgedächtniskapazität ermöglicht (vgl. ebd.). Testwerte schlussfolgernden Denkens im Normbereich können, unter Verwendung arbeitsgedächtnisarmer Instrumente, selbst bei Probanden mit eingeschränkter Arbeitsgedächtniskapazität erreicht werden (ebd.).

Zusammenfassend scheint zwar ein nicht unbedeutender Zusammenhang zwischen Arbeitsgedächtnis und Intelligenz – zumindest auf Konstruktebene zwischen fluider Intelligenz und Arbeitsgedächtnis – substanziell gegeben (u. a. Vock, 2004). Dennoch können selbst die Konstrukte des Arbeitsgedächtnisses und der fluiden Teilkomponente der Intelligenz nicht automatisch als identisch vermutet werden (vgl. Guthke et al., 2003). Vielmehr scheint eine Erhebung beider Konstrukte – Arbeitsgedächtnis und fluide Intelligenz – je nach eingesetztem Testinstrument zahlreiche Überschneidungen aufzuweisen oder sich gar gegenseitig zu bedingen. Auch darf nicht vergessen werden, dass selbst fluide Intelligenz, von welcher schlussfolgerndes Denken auch nur einen Teilbereich darstellt (u. a. Sternberg, 2019), nur eine der beiden Subkomponenten eines modernen Intelligenzkonstrukts in Anlehnung an Cattell und Horn (1978) ausmacht. Das Arbeitsgedächtnis scheint somit – unabhängig davon wie stark auch die Zusammenhänge zu einzelnen Subkomponenten der fluiden Intelligenz ausfallen – „... eine wichtige, möglicherweise zentrale Komponente der Intelligenz darzustellen, jedoch nicht alles, was zur Intelligenz dazugehört“ (Sternberg, 2019, S. 5 f.). Vielmehr setzt das Verständnis des

Arbeitsgedächtnisses, auf welches speziell auch das Mehrkomponentenmodell nach Baddeley (u. a. 2012) aufbaut, dort an, wo theoretische Konzeptionen der Intelligenz keine Antwort bieten können. Denn trotz einer mittlerweile ausgeprägten Vielfalt an bestehenden Konzeptionen des Intelligenzkonstrukts ermöglichen diese keine Theorie, welche die Verarbeitung von Informationen beim Lernen und beim Bewältigen von Leistungsanforderungen ausreichend erklären könnte (vgl. Fischbach, Preßler, & Hasselhorn, 2012). Da speziell Modelle des Arbeitsgedächtnisses aber einer Erklärung der Informationsverarbeitung im Rahmen von Lern- und Leistungsanforderungen gerecht werden können (vgl. Kapitel 2.3.1) scheint es nicht verwunderlich, dass das Arbeitsgedächtnis in zahlreichen Studien einen stärkeren Prädiktor für die Vorhersage von Leistungsunterschieden darstellt als das Konstrukt der Intelligenz selbst (ebd.).

2.4 Verarbeitungprozesse des Arbeitsgedächtnisses im Rahmen mathematischen Lernens

Um die mögliche Einbindung unterschiedlicher Komponenten des Arbeitsgedächtnisses in Anlehnung an das Mehrkomponentensystem nach Baddeley (u. a. 2012) am Lösungsprozess einer mathematischen Aufgabenstellung zu verdeutlichen, soll im Folgenden eine Beispielaufgabe zur Testung arithmetischer Grundkompetenzen von Erstklässlern (Selter, 1995) herangezogen werden (Abb. 13). Die Beteiligung der einzelnen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses im Laufe des Lösungsprozesses der vorliegenden arithmetischen Aufgabenstellung soll durch eine Nummerierung von Teilbereichen der jeweiligen Arbeitsgedächtniskomponenten im vorangehend besprochenen Modell nach Baddeley (u. a. 2012) verbildlicht werden (vgl. Abb. 13). Dabei sei zu erwähnen, dass aufgrund der Integration unterschiedlicher Teilkomponenten des Arbeitsgedächtnisses innerhalb eines Subprozesses der Informationsverarbeitung identische Nummerierungen in der Abbildung vermehrt auftauchen können (bspw. beim Austausch von Informationen zwischen zentraler Exekutive und Langzeitgedächtnis unter Hinzunahme des episodischen Puffers). Die im nachfolgenden Text aufgeführte Nummerierung stellt keine feststehende hierarchische Abfolge von Subprozessen der Informationsverarbeitung während einer mathematischen Aufgabenlösung dar. Zu Teilen laufen die im Folgenden beschriebenen Subprozesse parallel ab und können in ihrer Abfolge während des gesamten Lösungsprozesses der mathematischen Aufgabe variieren oder gar erneut aktiviert in den Gesamtprozess einbezogen werden. Darüber hinaus können je nach individuellen Voraussetzungen und eingesetzter Lösungsstrategie weitere Subprozesse zum Gesamtprozess der Informationsverarbeitung hinzutreten (bspw. Hinzunahme der Finger zum Zählen, schriftliche oder bildliche Skizzierung von Zwischenschritten), welche eine Verwendung der einzelnen

Arbeitsgedächtniskomponenten zu weiteren Zeitpunkten des mathematischen Lösungsprozesses bedingen.

Die Lösung der hier verwendeten Beispielaufgabe zur Testung arithmetischer Grundkompetenzen schließt überdies ein Vorhandensein sprachlicher Fähigkeiten mit ein. Die angesprochenen sprachlichen Fähigkeiten stoßen zusätzliche Arbeitsgedächtnisprozesse während des Lösungsprozesses der mathematischen Aufgabenstellung an. Die offensichtlich werdende Präsenz aller drei Bereiche – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – an der Lösung der hier eingesetzten arithmetischen Beispielaufgabe eröffnet somit erste Einblicke in ein komplexes Zusammenspiel zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis, wie es in der hier vorliegenden Forschungsarbeit vermutet wird.

1) Der Lösungsprozess der arithmetischen Beispielaufgabe beginnt mit der Fokussierung der Aufmerksamkeit auf zur Verfügung stehende Informationen (Ziffern, Bilder) unter Einbezug der zentralen Exekutive. 2) Unabhängig davon, ob die mathematische Aufgabenstellung mündlich (Voraussetzung rezeptiver Sprachkompetenz) oder schriftlich (Voraussetzung erweiterter rezeptiver Sprachkompetenzen) wiedergegeben wird, ist eine Beteiligung der phonologischen Schleife unausweichlich. Im Falle einer schriftlichen Wiedergabe sei jedoch anzumerken, dass die Leistungsanforderungen an das artikulatorische Kontrollsystem der phonologischen Schleife stärker beansprucht werden (vgl. Kapitel 3.2.1). Neben der Anforderung, die Aufgabenstellung im artikulatorischen Kontrollsystem aufrecht zu erhalten, geht dem Prozess bei der Darbietung in schriftlicher Form zunächst eine phonetische Umkodierung von geschriebenen Informationen in phonetische Worte voraus. Zudem kann bei einer schriftlichen Darbietung der Aufgabenstellung vermutet werden, dass bereits beim Lesen dieser der visuelle Speicher angesprochen wird (u. a. Pham & Hasson, 2014). Bei mündlicher Darbietung der Aufgabenstellung ist eine Beteiligung des visuellen Speichers erst bei der Aufnahme der visuell dargebotenen Informationen zu Ziffern und Bildern zu erwarten. 3) Visuell dargebotene Informationen zu Ziffern und Bildern werden im visuellen Speicher aufrechterhalten. 4) Die aufgenommenen Informationen zur vorgegebenen Aufgabenstellung, welche a) sprachlich (auditiv oder schriftlich) bzw. b) visuell dargeboten wurden (Ziffern, Zahlenreihe, Rakete) werden daraufhin durch Einsetzen von Prozessen der zentralen Exekutive verarbeitet. 5) Die sprachlich dargebotenen Informationen zur Aufgabenstellung („Kreuze die nächste Zahl an!“) und die visuell dargebotenen Informationen der Aufgabe (angefangene Zahlenreihe in Ziffernform, vorhandene Zahlen in Ziffernform in der Wolke) werden unter Aktivierung der zentralen Exekutive koordiniert. 6) Unter Verwendung des Verbindungssystems des episodischen Puffers kommt es zur Aktivierung von Informationen/Wissen aus dem Langzeitgedächtnis, d. h. zu

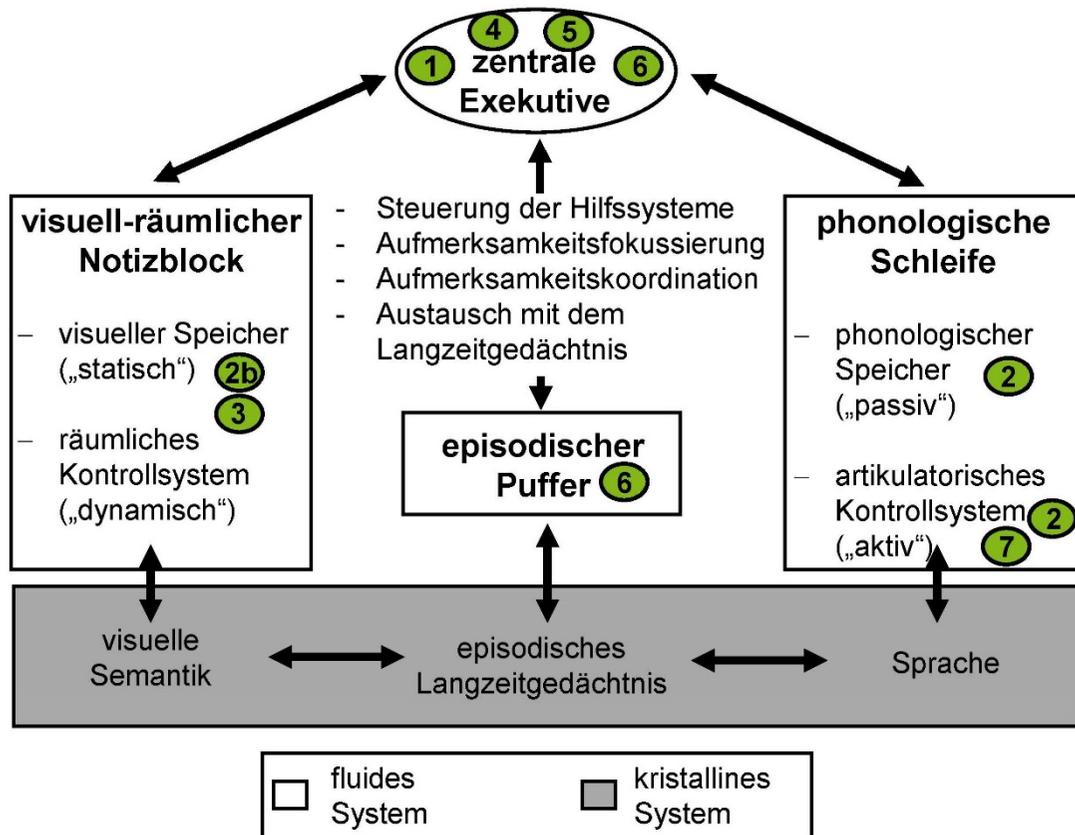


Abbildung 13. Beteiligung einzelner Teilkomponenten des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (u. a. 2012) bei der Lösung einer arithmetischen Testaufgabe (vgl. Selter, 1995) der ersten Klassenstufe. Auf der rechten Seite der Abbildung befindet sich eine beispielhaft herangezogene mathematische Testaufgabe aus einer Testserie (vgl. Selter, 1995), welche sich auf zentrale arithmetische Grundkompetenzen bezieht. Auf der linken Seite der Abbildung werden anhand des Arbeitsgedächtnissmodells nach Baddeley (u. a. 2012) beteiligte Subprozesse des Arbeitsgedächtnisses an der Informationsverarbeitung während der Lösung der beispielhaft herangezogenen mathematischen Aufgabe durch rot hervorgehobene Nummerierungen verortet. Die Nummerierungen beziehen sich auf die im Text besprochene Abfolge von Subprozessen während der Informationsverarbeitung.

einem Austausch zwischen der zentralen Exekutive und dem Langzeitgedächtnis. Aktivierte Inhalte betreffen in der hier verwendeten Beispielaufgabe bestehendes Vorwissen zur geforderten Aufgabenstellung wie auch speziell vorhandene Fähigkeiten zur Zahlwortreihe und zum Zahl-/Größenverständnis. 7) Durch Aktivierung von Informationen und Vorwissen zum bildlich dargestellten „Raketencountdown“ (10, 9, 8, ...) ist davon auszugehen, dass während des Lösungsprozesses wiederholt sprachliche Kompetenzen durch inneres oder gar leises äußeres sprachliches Vorsprechen des Ablaufs eines Countdowns („zehn, neun, acht, ...“) aktiviert werden. Die Aktivierung dieser sprachlichen Kompetenzen steht erneut mit dem Einsetzen von Prozessen der phonologischen Schleife im Zusammenhang.

3 Forschungsfragen und Übersicht der einzelnen Studien

Der Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen wurde bereits in Kapitel 2 der theoretischen Rahmung aufgegriffen sowie in den einzelnen Teilstudien ergiebig diskutiert (Teilstudie 1-4; Kapitel 7-10). Zusammenfassend lassen sich aus den theoretischen Überlegungen (Kapitel 2) und vorangehenden Untersuchungen (Teilstudie 1-4; Kapitel 7-10) folgende zentrale Punkte zum Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen wiedergeben, welche auf die Notwendigkeit einer tiefergehenden Betrachtung im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit hinweisen sollen. Auf Grundlage der zentralen Punkte werden die übergeordneten Fragestellungen des Gesamtprojekts mittels einer visuellen Unterstützung durch die Abbildungen 14 bis 18 abgeleitet.

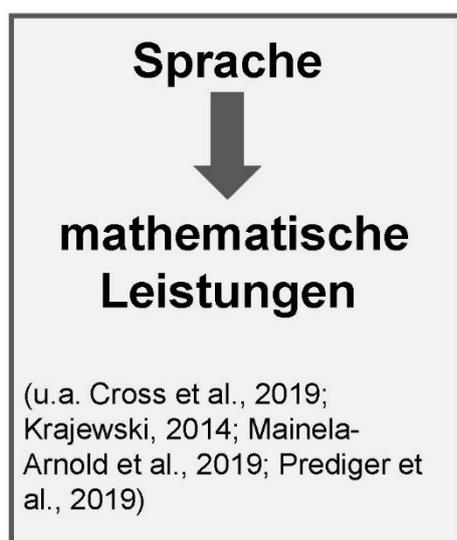


Abbildung 14. Ableitung Fragestellungen - Schritt 1.

Erstens ist anzunehmen (Abb. 14), dass Sprache über unterschiedliche Funktionen (Erwerb, Vermittlung und Speicherung; vgl. Schröder & Ritterfeld, 2014) in den mathematischen Lernprozess im Vorschulalter (u. a. Cross, Joannis, & Archibald, 2019; Krajewski, 2014) wie auch im Grundschulalter (u. a. Mainela-Arnold, Alibali, Ryan, & Evans, 2011; Prediger et al., 2019) integriert ist. Ergebnisse, welche die vorangehende Annahme unterstützen, entstammen einerseits Studien, welche Hinweise über den Zusammenhang eines bestimmten Sprachniveaus sowie der mathematischen Leistungsfähigkeit zu einem bestimmten Entwicklungsalter geben können (u. a.

Cross et al., 2019). Derartige Querschnittsstudien weisen vermehrt darauf hin, dass *schwach*

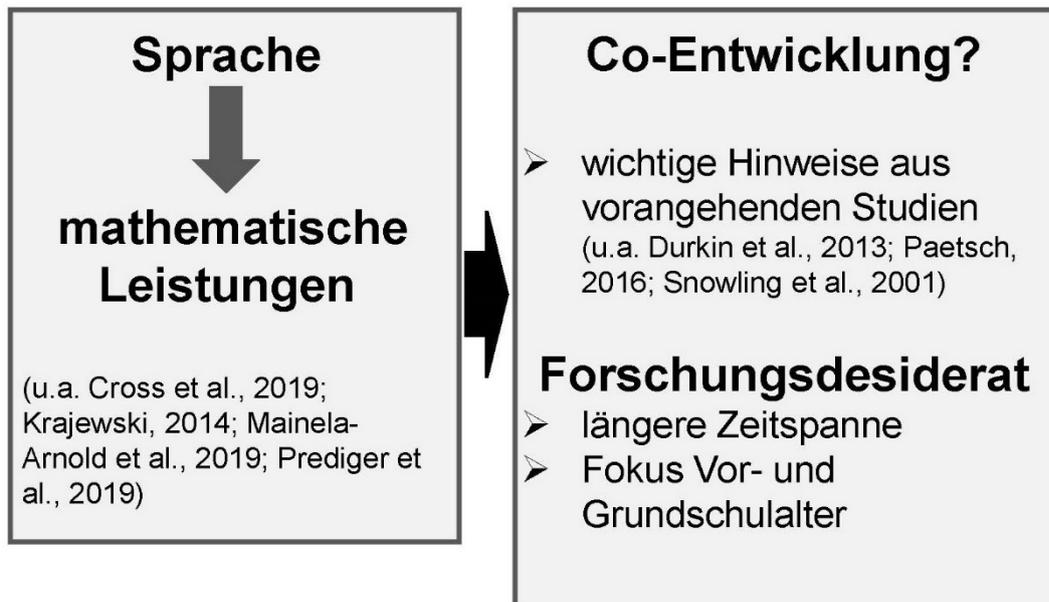


Abbildung 15. Ableitung Fragestellungen – Schritt 2.

ausgeprägte Sprachleistungen überwiegend häufig auch mit Schwächen im mathematischen Leistungsbereich assoziiert sind (u. a. ebd.). Andererseits wurde der Einfluss eines vorhandenen „Sprachlevels“ zu einem bestimmten Zeitpunkt auf die weitere Entwicklung mathematischer Kompetenzen bereits vermehrt untersucht (u. a. Träff, Olson, Skagerlund, & Östergren, 2019). Mittels Ergebnissen derartiger Modellanalysen (ebd.), welche den Einfluss einer interessierenden Variable (hier: Sprache) auf die Entwicklung einer bestimmten Kompetenzdomäne (hier: Mathematik) widerspiegeln können, ließen sich bereits unterschiedliche Sprachkompetenzen u. a. phonologische Bewusstheit, Wortschatz, Lesen) als bedeutende Prädiktoren mathematischen Lernens vermuten.

Folglich lässt sich annehmen, dass auch die Entwicklung sprachlicher Kompetenzen über einen bestimmten Zeitraum hinweg mit der weiteren Entwicklung mathematischer Kompetenzen interagiert (Abb. 15). Vereinzelt vorliegende Studien, welche die Co-Entwicklung der beiden Kompetenzbereiche Sprache und Mathematik bei Kindern mit einem defizitären sprachlichen Ausgangsniveau im frühen Grundschulalter fokussieren (Durkin, Mok, & Conti-Ramsden, 2013; Paetsch & Felbrich, 2016), zeigen jedoch heterogene Ergebnisse hinsichtlich des Einflusses sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen. Zwar lassen die Ergebnisse beider Studien (ebd.) eine enge Verknüpfung zwischen einer fortlaufenden Veränderung sprachlicher Fähigkeiten und der Entwicklung mathematischen Lernens deutlich werden, das sprachliche Ausgangsniveau zeigt sich jedoch nur bei einer der beiden Studien (Durkin et al., 2013) als bedeutend (vgl. Viesel-Nordmeyer, Schurig, & Ritterfeld, 2019). Zudem können beide Studien, welche die sprachliche und mathematische Co-Entwicklung berücksichtigen

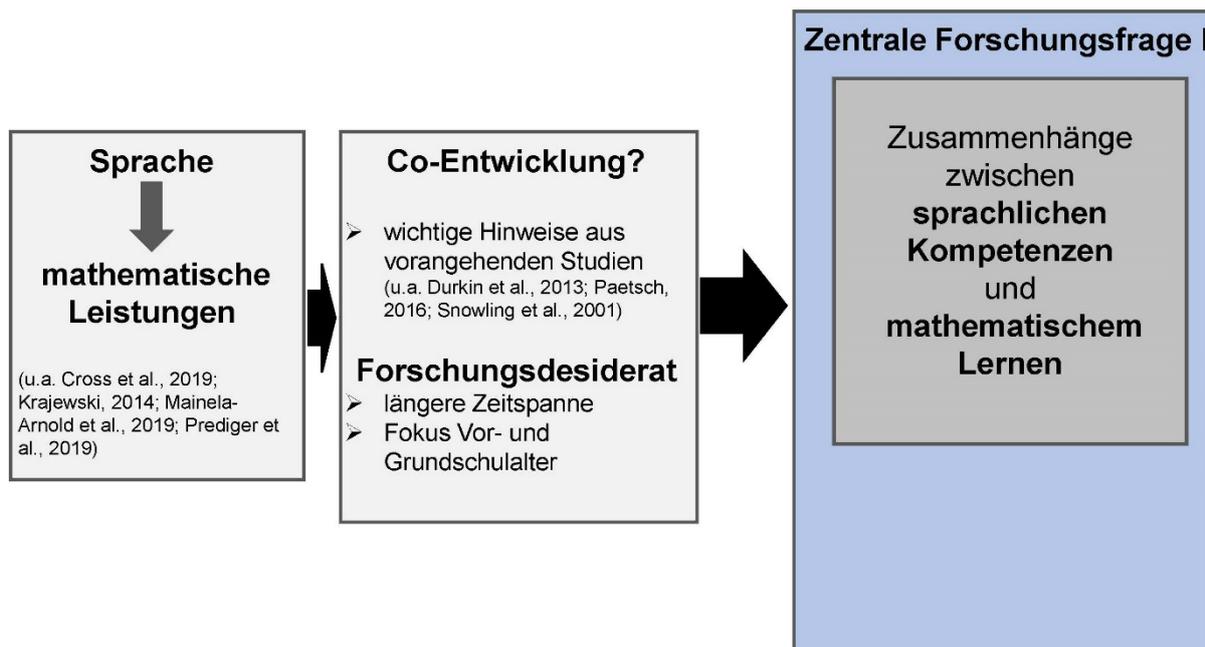


Abbildung 16. Ableitung Fragestellungen – Schritt 3.

(Durkin et al., 2013; Paetsch & Felbrich, 2016), keinerlei Auskunft über Entwicklungsverläufe geben, welche die kritische Altersspanne im Vorschulalter (u. a. Krajewski, 2014; Kühn, 2010) mit einschließen. Ergänzend können zwar Ergebnisse einer Follow-up-Studie (Snowling, Adams, Bishop, & Stohardt, 2001) mit vorschulisch und schulisch erhobenem Sprachniveau herangezogen werden, welche auch Hinweise auf die mathematischen Schulleistungen der untersuchten Kinder bieten, einer parallelen Abbildung von Entwicklungsverläufen der beiden Kompetenzbereiche Sprache und Mathematik ab Beginn des Vorschulalters können aber auch diese nicht gerecht werden. Die Ergebnisse, welche im Rahmen der angesprochenen Follow-up-Studie (Snowling et al., 2001) gewonnen werden konnten, werfen jedoch Fragen auf. So zeigen die Ergebnisse doch, dass selbst bei Aufholen der vorschulischen Sprachschwäche die sogenannten sprachlich vorbelasteten Kinder auch im Grundschulbereich weiter in ihren mathematischen Leistungen zurückbleiben (ebd.). Aufaddiert zu den heterogenen Befunden aus der betrachteten Co-Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen (Durkin et al., 2013; Paetsch & Felbrich, 2016) wie auch zu den zuvor berichteten Ergebnissen aus Querschnitt- (u. a. Cross et al., 2019) und Modellanalysen (Träff et al., 2019) verlangen die aus der Follow-up-Studie herausgehenden Befunde nach einer differenzierteren Betrachtung von **Zusammenhängen sprachlicher Kompetenzen und mathematischem Lernen vom Vor- bis zum Ende des Grundschulalters** (Abb. 16).

Aufgrund zahlreicher Untersuchungen der letzten Jahre, welche einen Erklärungswert des Arbeitsgedächtnisses an mathematischen (u. a. Geary, Hoard, & Bailey, 2012; Peng,

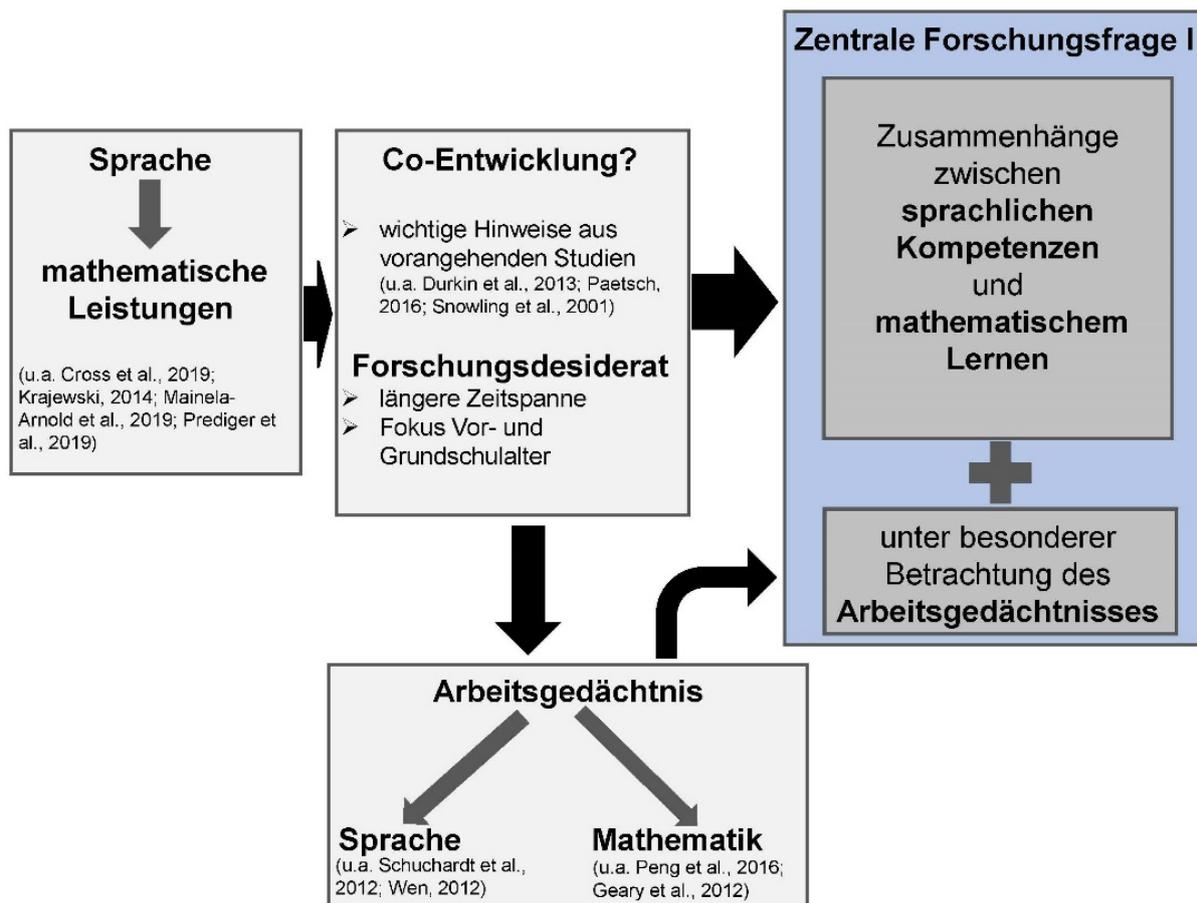


Abbildung 17. Ableitung Fragestellungen – Schritt 4.

Namkung, Barnes, & Sun, 2016) wie auch sprachlichen (u. a. Schuchardt, Worgt, & Hasselhorn, 2012; Wen, 2012) Lern- und Leistungssituationen vermuten lassen (für eine ausführliche Diskussion vgl. Teilstudie 2-4), scheint es angebracht, eine *zusätzliche Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses* (Abb. 17) im Rahmen der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters hinzuzunehmen. Eine Betrachtung von *Interdependenzen aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – mit Fokus auf dem mathematischen Lernprozess* (Abb. 18) eröffnet die Möglichkeit, die bereits auf Grundlage der theoretischen Rahmung (Kapitel 2) angenommenen Komplexität von Verarbeitungsprozessen mathematischen Lernens transparenter werden zu lassen. Vereinzelt Befunde vorangehender Untersuchungen, welche a) auf Grundlage von Querschnittanalysen direkte und indirekte Zusammenhänge aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – vermuten lassen (u. a. Kyttälä, Aunio, Lepola, & Hautamäki, 2013) wie auch b) auf altersabhängige Unterschiede der Beteiligung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten am mathematischen Lernprozess hinweisen (u. a. Ehlert, 2007) und letztendlich c) die Richtung von Zusammenhängen zwischen den kognitiven Fähigkeiten des

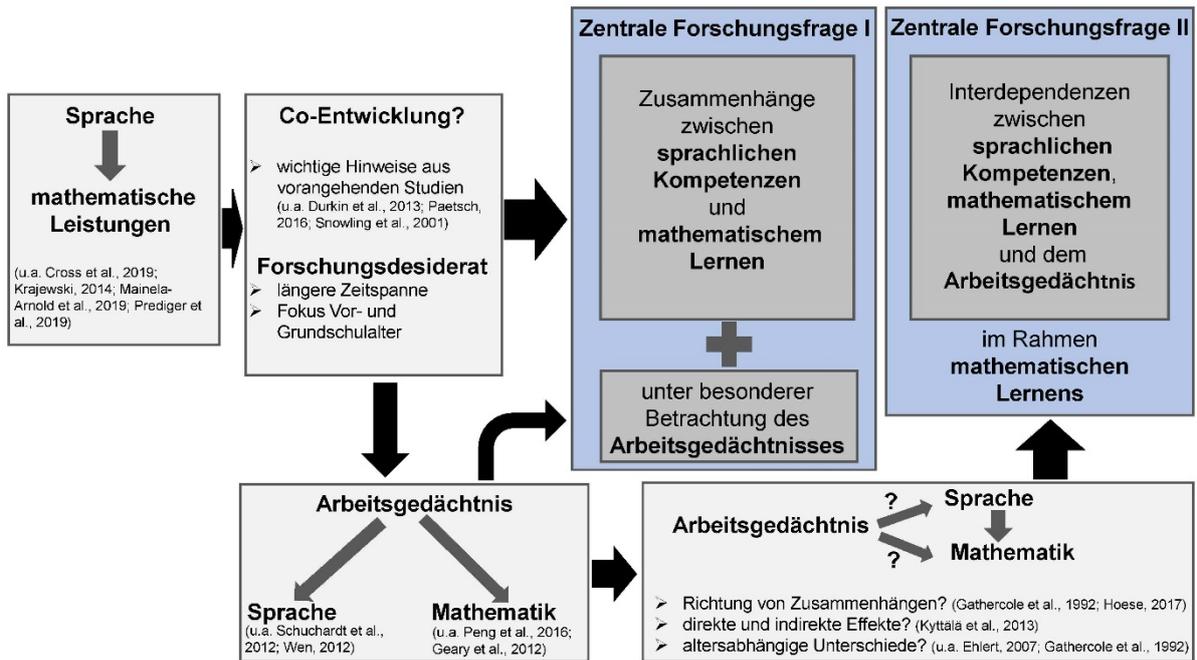


Abbildung 18. Ableitung Fragestellungen – Schritt 5.

Arbeitsgedächtnisses und sprachlichen (Gathercole, Willis, Emslie, & Baddeley, 1992) bzw. mathematischen Kompetenzen (u. a. Hoese, 2017) in Frage stellen, unterstützen die Notwendigkeit dem aufgeführten Forschungsvorhaben aufgrund seiner zu erwartenden Komplexität mittels eines kumulativen Vorgehens zu begegnen. Die spezifisch aufgefächerten Forschungsfragen der übergeordneten Fragestellungen, welche den einzelnen Teilstudien zugeordnet werden konnten, lassen sich Tabelle 1 entnehmen. Die Datengrundlage, welche zur Beantwortung des vorangehend beschriebenen Forschungsinteresses gewählt wurde, soll im Folgenden (Kapitel 4) ausführlich beschrieben werden.

Tabelle 1

Übersicht der Teilstudien des Gesamtprojekts

	Teilstudie 1	Teilstudie 2	Teilstudie 3	Teilstudie 4
Titel	Effects of pre-school mathematical disparities on the development of mathematical and verbal skills in primary school children	Mathematical and linguistic competence development of children with different learning difficulties	Die Rolle von Sprache und Arbeitsgedächtnis für die Entwicklung mathematischen Lernens vom Vorschul- bis ins Grundschulalter. Längsschnittliche und querschnittliche Pfadanalysen von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS)	Welche Entwicklungszusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis modulieren den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im (Vor-)Schulalter?
Co-Autoren	Schurig, Michael; Bos, Wilfried; Ritterfeld, Ute	Ritterfeld, Ute; Bos, Wilfried	Ritterfeld, Ute; Bos, Wilfried	Ritterfeld, Ute; Bos, Wilfried
Journal	<i>Learning Disabilities: A Contemporary Journal</i> , 2019, [Special Issue on	<i>Learning and Instruction</i> , eingereicht	<i>Lernen und Lernstörungen</i> , 2020, Heft 2, 1-14	<i>Journal für Mathematikdidaktik</i> , 2020, [Sonderheft Sprache und Mathematik –

Mathematical Learning Difficulties, Heft 2], 149-164

theoretische Analysen und empirische Ergebnisse zum Einfluss sprachlicher Fähigkeiten in mathematischen Lern- und Leistungssituationen], 125-155

Forschungsfrage/n

(1) How does the development of mathematical competencies of children with low mathematical achievements measured in pre-school age differ in comparison to the development of children with higher mathematical achievement?

(2) What kind of linguistic development (vocabulary and grammar) show children with a low level of mathematical achievement at

(1) Do mathematical and linguistic development differ between subgroups of children with domain specific, combined, and without any learning difficulties?

2) Do developmental differences between subgroups of children with domain specific, combined, and without any learning difficulties change under controlling the working memory capacities?

(1) Welche Einflüsse nehmen sprachliche Kompetenzen und einzelne Komponenten des Arbeitsgedächtnisses auf das mathematische Lernen?

(2) Welche Rolle kommt den Interdependenzen zwischen allen drei Komponenten im Prozess mathematischen Lernens zu?

(3) Welche Zusammenhänge bestehen zwischen sprachlichen Vorläuferfähigkeiten,

(1) Welche direkten Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen lassen sich im Vorschul- und Grundschulalter identifizieren?

(2a) Welche wechselseitigen Einflüsse bestehen im Aufbau sprachlicher Kompetenzen zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und der Ausprägung sprachlicher Kompetenzen selbst?

preschool age in school-age?

den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und dem Erwerb mathematischer Basiskompetenzen?

(2b) Welche wechselseitigen Einflüsse liegen im Aufbau mathematischer Kompetenzen zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und der Ausprägung mathematischer Kompetenzen selbst vor?

(3a) Welche Rolle spielen sprachliche Kompetenzen innerhalb der angenommenen wechselseitigen Entwicklungszusammenhänge zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses?

(3b) Welche Rolle nehmen die angenommenen wechselseitigen Entwicklungszusammenhänge (zwischen

sprachlichen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses sowie zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses) für den direkten Einfluss von Sprache auf mathematisches Lernen im Vor- und Grundschulalter ein?

4 Methode

Im Folgenden werden die methodischen Hintergründe des vorliegenden Forschungsprojekts dargelegt. Nach einer kurzen Vorstellung der groß angelegten Panelstudie des NEPS wird spezifisch auf die Grundlagen der Startkohorte 2 („Kindergarten“) eingegangen, welcher die genutzten Daten der durchgeführten Analysen entstammen. Eingesetzte Instrumente verwendeter Kompetenzdaten wie auch methodische Hintergründe aufgenommener Kontrollvariablen werden abschließend detailliert aufgeführt.

4.1 Das Nationale Bildungspanel (NEPS)

„Bildungsprozesse über die Lebensspanne zu analysieren, zu verstehen und zu verbessern, ist ein ... klares Forschungsdesiderat, und der Ausgangspunkt und Anspruch des Nationalen Bildungspanels in Deutschland (NEPS)...“ (Artelt, 2017, S. 53).

Mit dem Ziel, längsschnittlich „... den Erwerb sowie die Konsequenzen von Bildung im Lebenslauf zu untersuchen und zentrale Bildungsprozesse und -verläufe über die gesamte Lebensspanne hinweg zu beschreiben“ (Blossfeld et al., 2019, S. 1), wurde 2009 in Deutschland das Nationale Bildungspanel (NEPS) etabliert. Das Nationale Bildungspanel wurde von Anfang an als datengenerierendes Projekt konzipiert (vgl. Artelt, 2017). Daten von mehr als 60.000 Ziel- und 40.000 Kontextpersonen, welche sich auf unterschiedliche Erhebungskohorten verteilen (Abb. 19), stehen durch das NEPS nationalen und internationalen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern öffentlich zur Verfügung (vgl. Roßbach & von Maurice, 2016). Kompetenztestungen (papier-, computer- und videobasiert) sowie Befragungen von Kontextpersonen (computerbasierte persönliche oder telefonische Interviews, Online-Befragungen, schriftliche Befragungen) werden in der Regel jährlich erhoben (vgl. ebd.; von Maurice, Linberg, & Roßbach, 2019). Die gewonnenen Daten werden fortlaufend in Form von Scientific-Use-Files (SUFs; vgl. Roßbach & von Maurice, 2016, S. 13) bereitgestellt (vgl. Artelt, 2017). Dokumentationen von Daten, Erhebungen und Studien sind zudem frei zugänglich (ebd.). Durch die öffentliche Bereitstellung von Daten und Informationen des NEPS soll die Beantwortung einer Vielzahl von Fragen der Bildungsforschung im deutschen Bildungssystem zeitnah ermöglicht werden.

Das NEPS wurde zunächst unter der Leitung von Prof. Dr. Hans-Peter Blossfeld am Institut für bildungswissenschaftliche Längsschnittforschung (INBIL) der Otto-Friedrich-Universität in Bamberg geführt (vgl. Blossfeld et al., 2019). Im August 2012 wurde die Leitung von Prof. Dr. Hans-Günther Roßbach übernommen. Mit Einrichtung des Leibniz-Instituts für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität in Bamberg wechselte die Leitungs- und Koordinierungsstelle des NEPS 2014 die Institution (vgl. Artelt, 2017). Seit 2019 leitet Prof. Dr. Cordula Artelt das Projekt. Unterstützt wird das LifBi durch ein deutschlandweit verbreitetes interdisziplinäres Netzwerk an Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern, welches momentan in 28 Einrichtungen untergliedert ist (für eine Übersicht vgl. Roßbach & von Maurice, 2016). Eine nachhaltige Finanzierung des NEPS ist durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) sowie die Bundesregierung Deutschland gesichert (Blossfeld et al., 2019).

Anders als in vorherigen Studien, welche bis dato in Deutschland konzipiert wurden, eröffnet das im NEPS angelegte Design die Möglichkeit, zwei zentralen Anforderungen der Bildungsforschung parallel zu begegnen: Einerseits können Bildungsverläufe in Kontexten

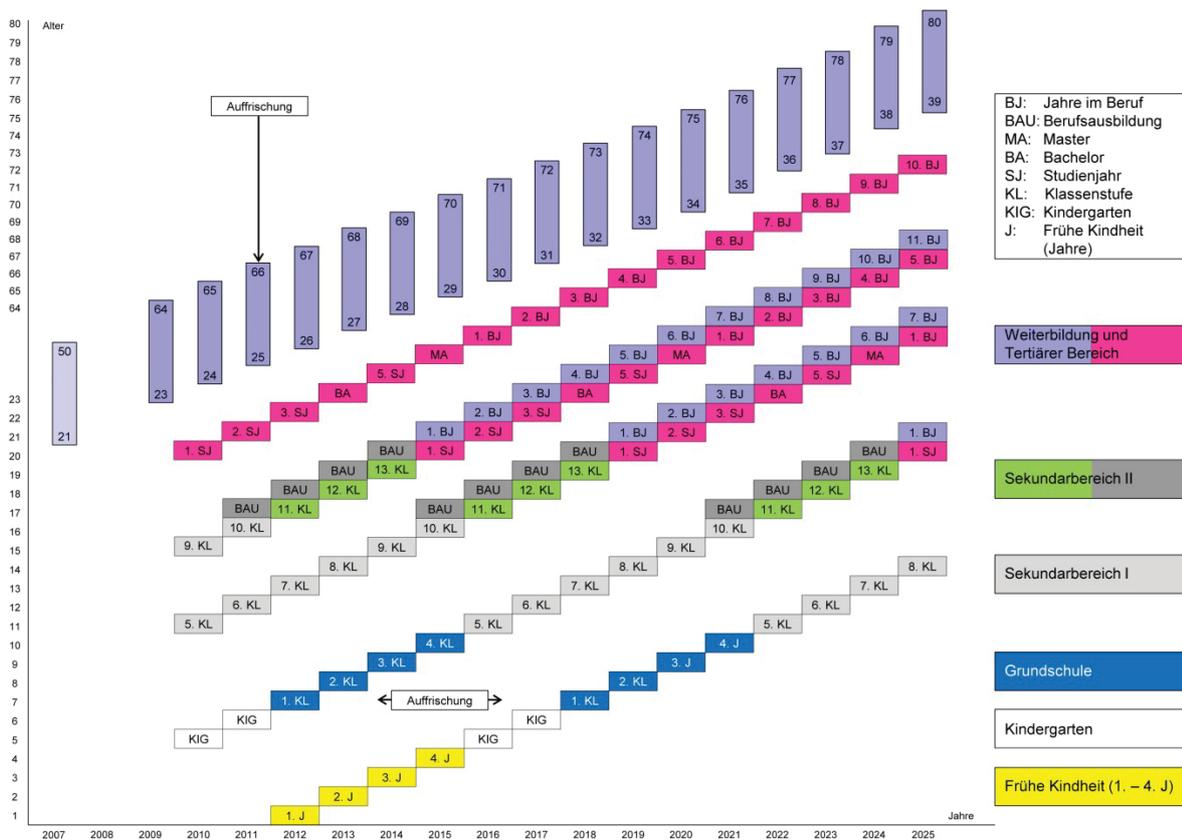


Abbildung 19. Das Multikohorten-Sequenz-Design des Nationalen Bildungspanels (LifBi, o. D.).

(formal, non-formal, informell) wie auch die Entwicklung von Kompetenzen im Lebensverlauf langfristig untersucht werden. Gleichzeitig werden die gewonnenen Daten der spezifischen Situation des deutschen Bildungssystems gerecht (vgl. Artel, 2017; Roßbach & von Maurice, 2016). Durch die Repräsentativität der gezogenen Stichproben des NEPS liefern die Daten eine belastbare Basis für die Analyse von Bildungsprozessen und Kompetenzentwicklungen in Deutschland (von Maurice et al., 2019).

Ein Multikohorten-Sequenz-Design ermöglicht es parallel sechs Startkohorten (für eine Übersicht vgl. von Maurice et al., 2019) zwischen der frühen Kindheit bis in das Erwachsenenalter längsschnittlich zu verfolgen (Abb. 19). Die sechs Kohorten wurden nahezu zeitgleich generiert (vgl. von Maurice, 2019). Die verschieden angesetzten Startpunkte der einzelnen Kohorten bilden relevante Zeitpunkte für die Analyse von Bildungsverläufen, welche zentrale Übergänge zwischen Lernumwelten widerspiegeln (vgl. Roßbach & von Maurice, 2016). Lernerfahrungen in unterschiedlichen formalen, informellen und non-formalen Lernumwelten kann durch das Multikohorten-Sequenz-Design kumulativ begegnet werden (ebd.). So ermöglicht sich ein Zugang zu Lernverläufen einer breiten Altersspanne, welcher das „Sammeln von Lernerfahrungen entlang des Lebensverlaufs per se als ein[en] äußerst vielschichtige[n] Prozess“ (ebd., S. 9) abbildet. Im Vergleich zu ähnlich angelegten Studien in Deutschland stellt speziell das differenzierte Erhebungsprogramm an Kompetenzmessungen im NEPS ein Alleinstellungsmerkmal dar (Artelt, 2017). Lernbedingte Veränderungen bedeutender *domänenspezifischer Kompetenzen* (u. a. Mathematik, Lesen, Naturwissenschaften) können durch kontinuierliche Erhebungen über längere Zeitspannen hinweg abgebildet werden. Einmalige Messungen etappenspezifischer Kompetenzmaße fungieren ergänzend als Outcome-Variablen (vgl. ebd.). Beispielhaft genannt seien hier vorschulisch gemessene Vorläuferfähigkeiten des Spracherwerbs der Startkohorte 2, aber auch die im Rahmen mehrerer Kohorten erhobenen orthographischen Kompetenzen. Eine Bandbreite an *domänenübergreifenden Variablen* (u. a. Wahrnehmungsgeschwindigkeit, schlussfolgerndes Denken, exekutive Kontrolle, Metakognition), welche als Voraussetzung für den formalen, non-formalen aber auch informellen Kompetenzerwerb fungieren (vgl. Fuß, Gnambs, Lockl, & Attig, 2019), stehen als Kontrollvariablen zur Verfügung. Zudem eröffnen die über familiäre und institutionelle Bezugspersonen gewonnenen Informationen (vgl. oben) zu familiärem Hintergrund, Lernumwelten oder auch Bildungsentscheidungen und -renditen die Möglichkeit, Entwicklungsbedingungen im Rahmen zahlreicher äußerer Einflüsse besser beurteilen zu können. Dies beinhaltet nicht zuletzt eine Auskunft über vorhandene Ressourcen und Lücken des deutschen Bildungssystems selbst.

4.2 Die Datengrundlage der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS)

Die Daten des NEPS eröffneten sich als einmalige Gelegenheit, Forschungsfragen im Rahmen des hier vorliegenden Forschungsinteresses (vgl. Kapitel 3) angemessen zu begegnen. Einerseits versprach die Nutzung von Paneldaten einer repräsentativ gezogenen Stichprobe (vgl. von Maurice, 2019) die Möglichkeit, Kompetenzentwicklung anhand von aussagekräftigen Daten abbilden zu können. Andererseits hob sich der Zugang zu Kompetenzdaten eines differenzierten Erhebungsprogramms (vgl. 4.1) als vielversprechend hervor. Hier bot speziell die Startkohorte 2 den passenden Zugang (vgl. Berendes et al., 2019), da diese Paneldaten vom Vor- bis zum Ende des Grundschulalters – übereinstimmend mit der fokussierten Altersspanne des Forschungsinteresses – bereitstellt. Zudem wurden speziell im Erhebungsdesign der Startkohorte 2 Arbeitsgedächtnismaße vorschulisch im Rahmen einer etappenspezifischen Messung etabliert. Wiederholte Messungen sprachlicher und mathematischer Kompetenzen über die Altersspanne des Vor- und Grundschulalters hinweg ergänzen die Möglichkeit den Zusammenhang sprachlicher und mathematischer Kompetenzentwicklung unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses vom Vor- bis zum Ende des Grundschulalters näher betrachten zu können.

Im Jahr 2010 wurde die Startkohorte 2 „Kindergarten“ des NEPS unter Berücksichtigung vierjähriger Kindergartenkinder ($n = 2.949$), welche 2012 die Schulpflicht erlangten, generiert. Die Institution des Kindergartens spielte für die Stichprobenbildung nur eine indirekte Rolle, da die Zielkinder über die wahrscheinlich aufnehmenden Grundschulen gesampelt wurden (vgl. Artelt, 2017). Ab dem Jahre 2010 wurde die Startkohorte 2 im Rahmen des Multikohorten-Sequenz-Designs des NEPS (vgl. Abb. 19) fortlaufend betrachtet. Direkte Messungen des Kindes als Zielperson wurden im Rahmen von Kompetenztestungen mit jährlichem Intervall bis zum Übergang in die Sekundarstufe lückenlos durchgeführt (vgl. Berendes et al., 2019). In diesem Zeitraum fanden zudem regelmäßige Befragungen der Eltern und der institutionell angeschlossenen Bezugspersonen (ErzieherInnen, LehrerInnen, LeiterInnen) anhand von Telefoninterviews und Fragebögen statt (vgl. Tabelle 2). Der Übergang zwischen Kindergarten und Schule, welcher zur dritten Erhebungswelle eintrat, führte designbedingt zu einigen Veränderungen: Erstens wurden die Kompetenztestungen zuvor innerhalb der Kindergärten in Einzelsettings durchgeführt (u. a. ebd.). Mit Eintritt ins Schulalter erfolgten die Erhebungen der Kompetenzen dann in Kleingruppen (Jahrgangsstufen 1 und 2: < 15 ; Jahrgangsstufe 3: < 20) an den Schulen. Drittens wurde die Stichprobe um eine Anzahl von 6.342 Zielpersonen aufgefrischt (vgl. von Maurice, 2019). Durch diese Auffrischung sollte die Möglichkeit eröffnet

Tabelle 2

Übersicht zur Realisierung der Fallzahlen der einzelnen Erhebungswellen der SC 2 im NEPS

Welle	Erhebungs- jahr	Alter in Jahren	Kindergartenjahr	Kinder	Eltern	ErzieherInnen: Einschätzbogen	ErzieherInnen: Erzieherfragebogen	LeiterInnen
1	2011	4-5	2	2.949	2.349	2.741	831	237
2	2012	5-6	3	2.727	2.111	2.497	975	220
Welle	Erhebungs- jahr	Alter in Jahren	Schuljahr	Kinder	Eltern	LehrerInnen: Einschätzbogen	LehrerInnen: Lehrerfragebogen	Schulleitung
3	2013	6-7	1. Klasse	6.734	6.935	5.974	874	324
4	2014	7-8	2. Klasse	6.333	6.201	785	747	303
5	2015	8-9	3. Klasse	5.800	5.299	693	664	279
6	2016	9-10	4. Klasse	5.418	4.873	636	636	292
				(1.536)				

Anmerkungen. Fallzahlen zur Teilnahme der Ziel- und Kontextpersonen an Tests und Befragungen der einzelnen Erhebungswellen; in Klammern wird die Anzahl der individuell nachverfolgten Zielpersonen dargestellt (vgl. LIfBi, 2019a).

werden, eine große Anzahl von Kindern gemeinsam im Klassenkontext betrachten und dabei den Einfluss dieses Lernumfeldes berücksichtigen zu können (vgl. Artelt, 2017). Zielkinder, welche nicht in eine der Schulen übergangen, die für die Testungen im Klassenkontext vorgesehen waren, wurden individuell nachverfolgt (vgl. Aust, von der Burg, & Prussog-Wagner, 2016). Die individuelle Nachverfolgung dieser Subgruppe der Gesamtstichprobe sah einzig in der vierten Klassenstufe eine Kompetenztestung im häuslichen Umfeld mittels Einzeltestungen vor. Zwischen Schuleintritt und vierter Klassenstufe wurden Angaben zu den individuell nachverfolgten Kindern über Telefoninterviews mit den Eltern gewonnen. Mit Austritt aus der Grundschule weitete sich die Erfassung von Kompetenzen mittels Individualtestung auf die gesamte Startkohorte 2 aus. Aus Kostengründen führte diese Ausweitung mit Beginn der Sekundarstufe zu einer Vergrößerung der Messintervalle der einzelnen Kompetenztestungen (vgl. Artelt, 2017).

4.3 Instrumente für Kompetenzmessungen

Sprache	Mathematik	Kognitive Fähigkeiten
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wortschatz (rezeptiv) PPVT (Dunn & Dunn, 2007) ▪ Grammatik (rezeptiv) TROG-D (Fox, 2006) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mathematische Kompetenzen <ul style="list-style-type: none"> - Konzeption „Mathematical Literacy“ und MINT (Kultusministerkonferenz, 2003) - Arithmetik, Geometrie, Sachaufgaben, Zahl-Größen-Verständnis 	<p>Arbeitsgedächtnis:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Phonologische Schleife <ul style="list-style-type: none"> - Zahlenspanne K-ABC (Melchers & Preuß, 2009) ▪ Zentrale Exekutive <ul style="list-style-type: none"> - Zahlenspanne rückwärts HAWIK-III (Tewes et al., 1999)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Phonologische Bewusstheit <ul style="list-style-type: none"> - Oneset-Reim-Synthesieren TPB (Fricke & Schäfer, 2008) - Reime BISC (Jansen et al., 2002) - Identifikation von Phonemen MÜSC (Mannhaupt, 2006) ▪ Frühe Buchstabenkenntnis NEPS 		<p>kognitive Grundfähigkeiten:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Wahrnehmungsgeschwindigkeit NEPS-BZT (vgl. Wechsler, Lang et al., 2007) ▪ Schlussfolgerndes Denken NEPS-MAT (vgl. Raven, 2009)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Textverständnis ELFE 1-6 (Lenhard & Schneider, 2006) 		

Abbildung 20. Übersicht der verwendeten Instrumente der SC 2 im NEPS. PPVT = Peabody Picture Vocabulary Test (Dunn & Dunn, 2007); TROG-D = deutsche Übersetzung des Test for Reception of Grammar (Fox, 2006); TPB = Test für Phonologische Bewusstheitsfähigkeiten (Fricke & Schäfer, 2008); BISC = Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (Jansen, Mannhaupt, Marx, & Skowronek, 2002); MÜSC = Münsteraner Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (Mannhaupt, 2006); ELFE 1-6 = Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler (Lenhard & Schneider, 2006); K-ABC = Kaufman Assessment Battery for Children (Melchers & Preuß, 2009); HAWIK-III = Hamburger-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III (Tewes, Rossmann, & Schallberger, 1999); MINT = Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik; NEPS-BZT = NEPS Bilder-Zeichen-Test; NEPS-MAT = NEPS Matrizentest.

Bezüglich des hier vorliegenden Forschungsinteresses fanden zunächst die im NEPS eingesetzten wiederholten Messungen sprachlicher (rezeptiver Wortschatz, rezeptive Grammatik) und mathematischer Kompetenzen Verwendung (Teilstudie 1 bis 4; Kapitel 7-10). Zudem wurden die wiederholt gemessenen Sprachmaße durch eine zusätzliche Nutzung etappenspezifischer Sprachmaße ergänzt (Teilstudie 3 und 4; Kapitel 9-10). Genutzte etappenspezifische Sprachmaße der SC 2 stellen einerseits sprachliche Vorläuferfähigkeiten wie die phonologische Bewusstheit oder auch die frühe Buchstabenkenntnis dar. Andererseits wurde das Textverständnis als Maß fortgeschrittener sprachlicher Fähigkeiten hinzugenommen. Vorhandene direkte Arbeitsgedächtnismaße der zentralen Exekutiven und der phonologischen Schleife entsprechen zur vollständigen Beantwortung des Forschungsinteresses den hier notwendigen Variablen (Teilstudie 2-4; Kapitel 8-10). Die kognitiven Grundfähigkeiten stellen zur Kontrolle der Kompetenzentwicklung der domänenspezifischen Faktoren (Sprache, Mathematik), aber auch als Chance weiterer indirekter Maße des Arbeitsgedächtnisses, eine unverzichtbare Ergänzung dar (Teilstudie 1-4; Kapitel 7-10). Im Folgenden sollen die im NEPS verwendeten Instrumente der angesprochenen Kompetenzmaße (Abb. 20) detaillierter vorgestellt werden.

4.3.1 Sprachliche Maße

Als wiederholt gemessene Sprachmaße der SC 2 wurden im NEPS der Wortschatz und die Grammatik bewusst rezeptiv erfasst (vgl. Berendes, Weinert, Zimmermann, & Artelt, 2013). Die Entscheidung zu einer rezeptiven Erfassung dieser beiden Sprachkompetenzen wurde durch eine erhöhte internationale Vergleichbarkeit begründet². Zudem wurde die Durchführung rezeptiver Sprachtests in Wortschatz und Grammatik als handhabbarer und effizienter angesehen. Sowohl für den rezeptiven Wortschatz wie auch für die Grammatik wurde auf international anschlussfähige Verfahren zurückgegriffen. Da zur Messung des **rezeptiven Wortschatzes** keine deutsche Version des Peabody Picture Vocabulary Tests (PPVT; Dunn & Dunn, 2007) vorlag, welche bei Kindern unter 13 Jahren eingesetzt werden kann, wurde ein analoges Verfahren auf Basis von Daten der ECCE-Studie sowie der BIKS-Studie erstellt (für mehr Informationen siehe Berendes et al., 2013). In der Testsituation wurden dem Kind durch die

² Als eine der bedeutendsten Kompetenzen zur Abbildung von Bildungschancen und gesellschaftlicher Teilhabe wird speziell die Lesekompetenz in großen Bildungsstudien international platziert (vgl. Berendes et al., 2013). Auch im NEPS stellt die Erfassung von Lesekompetenz und damit auch die Abbildung einer sprachlichen Entwicklung mit starkem Lesebezug eine der höchsten Prioritäten dar (ebd.). Der enge Zusammenhang, welcher zwischen rezeptiven Sprachmaßen und Lesekompetenzen besteht, befürwortet die Entscheidung des NEPS, den Wortschatz und die Grammatik rezeptiv zu erfassen (ebd.). Die internationale und nationale Vergleichbarkeit wird durch die zusätzliche Auswahl anschlussfähiger Verfahren zur Messung des rezeptiven Wortschatzes und der Grammatik additiv gestärkt.

Testleitung einzelne Wörter laut vorgelesen. Aufgabe des Kindes war es, zu jedem vorgegebenen Wort aus einer Auswahl mit vier Bildern (Abb. 21) die passende Abbildung zu wählen (vgl. LifBi, 2019b). Die Items wurden in nach Schwierigkeit gestaffelten Testeinheiten gruppiert. Das im NEPS eingesetzte Abbruchkriterium betrug eine Anzahl von sechs Fehlern (vgl. Linberg, 2017).

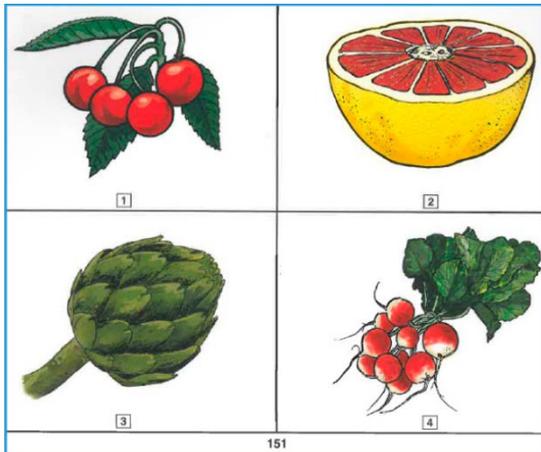


Abbildung 21. Itembeispiel des Peabody Picture Vocabulary Test (PPVT) (Quelle: Dunn & Dunn, 2007).

Abgabe des Kindes war es aus einer Auswahl von vier Bildern (Abb. 22) die passende Abbildung zum vorgegebenen Satz zu wählen. Der Test ist so aufgebaut, dass mittels geeigneter Wahlbilder das Verständnis semantischer, syntaktischer oder morphologischer Strukturen getestet werden kann (vgl. LifBi, 2019c). In Abhängigkeit der jeweiligen grammatischen Struktur werden Items in Einzelsets zusammengefasst. Die Abfolge der Einzelsets gliedert sich hierarchisch nach Schwierigkeitsgrad (vgl. Lorenz et al., 2017). Das im NEPS eingesetzte Abbruchkriterium lag bei einer Anzahl von fünf fehlklassifizierten Sets (ebd.).

Die **phonologische Bewusstheit** stellt ein komplexes mehrdimensionales Konstrukt dar, dessen Subkomponenten in unterschiedlicher Weise mit fortgeschrittenen sprachlichen Kompetenzen wie Lesen und Rechtschreiben zusammenhängen (u. a. Berendes et al., 2013). Eingesetzte Untertests der phonologischen Bewusstheit im NEPS wurden aufgrund ihres differierenden Erklärungswertes für die weitere sprachliche Entwicklung zusammengestellt (vgl. dazu ebd.; S. 39). Zur Messung des **Onset-Reim-Synthetisierens** wurde die Aufgabe „Bilde

Die **rezeptive Grammatik** wurde mittels einer gekürzten Version der deutschen Übersetzung (TROG-D; Fox, 2006) des Test for Reception of Grammar (TROG; Bishop, 1989) erhoben. In der Testsituation wurden dem Kind Sätze unterschiedlicher grammatikalischer Strukturen von CD vorgegeben. Die Vorgabe über CDs ermöglichte eine standardisierte Präsentation zwischen Testsituation und -teilnehmern. Aufgabe des Kindes war es aus einer Auswahl von vier Bildern (Abb. 22) die passende Abbildung zum vorgege-

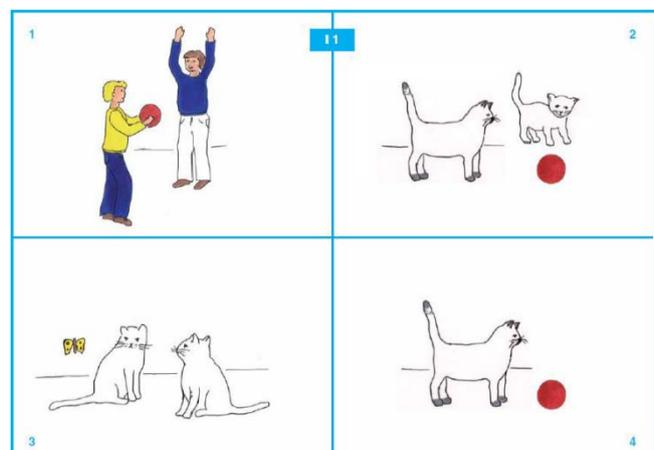


Abbildung 22. Itembeispiel der deutschen Version des Test for Reception of Grammar (TROG-D) (Quelle: Lorenz et al., 2017).

das richtige Wort“ aus dem *Test für Phonologische Bewusstheitsfähigkeiten* (TPB; Fricke & Schäfer, 2008) eingesetzt. In der Testsituation wurde dem Kind der Onset (z. B. „N“) und der Reim (z. B. „uss“) eines Wortes in einem Abstand von ca. einer Sekunde mittels CD präsentiert. Aufgabe des Kindes war es daraufhin, beide Wortteile zu verbinden („Nuss“). Das Abbruchkriterium lag bei einer Anzahl von fünf falschen Wörtern (Berendes et al., 2013; LIfBi, 2019c). Als prädiktives Maß für den Leseeinstieg fand das **Erkennen von Reimen** anhand des „Reimspiels“ aus dem *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten* (BISC; Jansen et al., 2002) Verwendung. In der Testsituation wurden dem Kind Wortpaare von CD (z. B. Bäume – Stuhl; Wind – Kind) vorgespielt. Aufgabe des Kindes war es zu erkennen, inwieweit die vorgegebenen Wortpaare sich reimen. Das Reimspiel wurde ohne Abbruchkriterium eingesetzt (vgl. LIfBi, 2019c). Um die Fähigkeit der Anlauterkennung zu erfassen, wurde eine **Identifikationsaufgabe von Phonemen** des *Münsteraner Screenings zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten* (MÜSC; Mannhaupt, 2006) durchgeführt. In der Testsituation wurden dem Kind von CD zunächst ein Laut (z. B. „AU“) und darauffolgend drei Wörter, passend zu einer Abbildungsreihe (z. B. Pfeil – Auge – Ski), dargeboten. Aufgabe des Kindes war es, den dargebotenen Laut in der namentlichen Bezeichnung der Bilderreihe zu erkennen. Es bestand kein Abbruchkriterium (vgl. Berendes et al., 2013; LIfBi, 2019c).

Um das Vorwissen des Kindes im Bereich der Schriftsprache besser einschätzen zu können, wurde zudem die **frühe Buchstabenkenntnis** spielerisch erfragt. Anhand von Buchstabenkärtchen, welche bewusst nicht alphabetisch geordnet vorlagen, wurde die Kenntnis der jeweils abgebildeten Buchstaben überprüft (ebd.).

Der auf der NEPS-Rahmenkonzeption entwickelte Lesetest (u. a. Berendes et al., 2013) ist aufgrund seines Anspruchs in Textlänge und -verständnis erst ab Klasse 4 einsetzbar. In der Klasse 2 der Startkohorte 2 des NEPS wurden somit frühe Lesekompetenzen mittels des Untertests **Textverständnis** des weitverbreiteten und normierten Testverfahrens *ELFE 1-6* (Lenhard & Schneider, 2006) gemessen. In der Testsituation wurden den Kindern 13 kurze Texte vorgegeben. Aufgabe der Kinder war es, 20 Fragestellungen, welche sich auf die Kurztex-te bezogen (ein bis drei Fragen je Test) per Ankreuzverfahren zu beantworten. Dazu standen je Fragestellung vier Antwortmöglichkeiten zur Verfügung. Zur Bearbeitung war eine Bearbeitungszeit von sieben Minuten angesetzt (vgl. LIfBi, 2019f).

4.3.2 Das Konstrukt mathematischer Kompetenzen im NEPS

Zur Messung mathematischer Kompetenzen wurde im NEPS ein eigens entwickelter

Test konzipiert (vgl. LIfBi, 2019d). Vergleichbar mit nationalen und internationalen Large-Scale Assessment Studien, wie PISA oder auch TIMSS, wurde das Konstrukt eindimensional modelliert (vgl. Ehmke, Duchhardt, Geiser, Grüßing, Heinze, & Marschick, 2009; Grüßing, 2012). Die Modellierung orientiert sich speziell an der Idee der mathematical literacy, wie diese auch in PISA definiert wurde (OECD, 2003). Zudem wurden speziell für die hier interessierende Startkohorte 2 mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten, wie sie in den Standards des National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003) spezifiziert sind, zugrunde gelegt (vgl. Ehmke et al., 2009). Für jüngere Kinder, wie im Rahmen des hier vorliegenden Forschungsinteresses, kann das Verständnis mathematischer Kompetenz in Anlehnung an die Idee der mathematical literacy als „kompetenter Umgang mit mathematischen Problemstellungen in altersspezifischen Kontexten“ (ebd., S. 317) verstanden werden. Folglich gehen die operationalisierten Aufgaben des mathematischen Konstrukts im NEPS über das reine Abfragen von Wissen hinaus. Die eingesetzten Testaufgaben orientieren sich stattdessen an realitätsnahen und überwiegend außermathematischen Problemstellungen (vgl. LIfBi, 2019d). Durch „mathematisches Modellieren“, d. h. durch Übersetzung problemhaltiger Realsituationen in eine mathematische Sprache, lässt sich das transferierte Problem (nun „mathematisches Problem“) mittels mathematischer Fähigkeiten und mathematischem Wissen lösen (Ehmke et al., 2009).

Jede mathematische Testaufgabe des NEPS bezieht sich auf einen der vier Inhaltsbereiche, wie diese auch in PISA (OECD, 2003, S. 35) definiert wurden (Abb. 23): Diese sind „Quantität“, „Raum und Form“, „Veränderung und Beziehung“ oder „Daten und Zufall“. Während des Lösungsprozesses der einzelnen Testaufgabe werden unterschiedliche kognitive Komponenten mathematischer Denkprozesse angesprochen, welche auch größtenteils in PISA

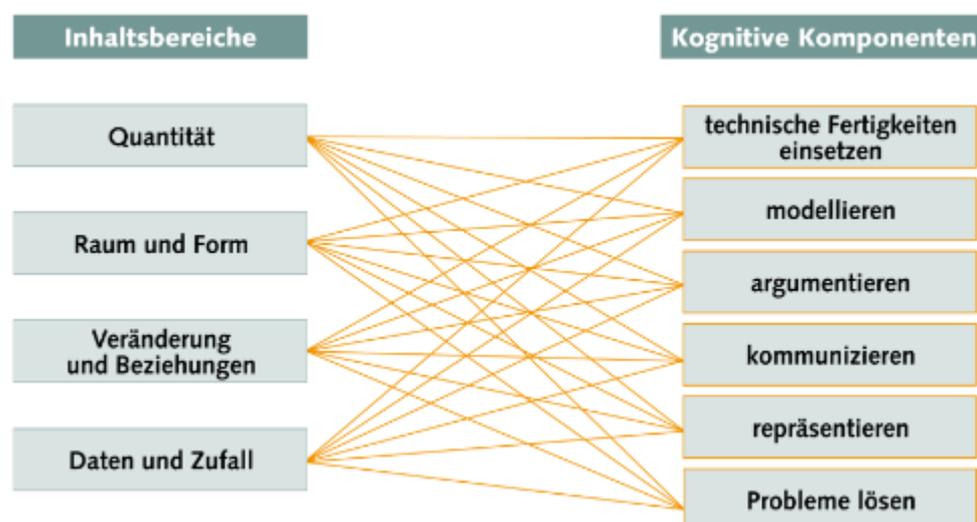


Abbildung 23. Rahmenkonzeption mathematischer Kompetenz im NEPS (Quelle: LIfBi, 2019c).

präzisiert werden (OECD, 2003, S. 40 f.). Aufzuzählen sind „technische Fertigkeiten einsetzen“, „modellieren“, „argumentieren“, „kommunizieren“, „repräsentieren“ oder „Probleme lösen“. Differenziertere Beschreibungen des Verständnisses angesprochener Inhaltsbereiche und kognitiver Komponenten des im NEPS definierten mathematischen Konstrukts sind der Veröffentlichung von Ehmke und Kollegen (2009) zu entnehmen.

Unterschiedliche mathematische Teilbereiche, wie sie herkömmlich in mehrdimensionalen Konstrukten abgebildet werden (bspw. DEMAT; Krajewski, Küspert, & Schneider, 2002), lassen sich innerhalb der im NEPS definierten Inhaltsbereiche wiederfinden: So verlangen insbesondere Aufgabenstellungen zum Inhaltsbereich „Quantitäten“ Fähigkeiten, wie diese auch im Zahl-Größen-Verständnis (vgl. Krajewski, 2013) definiert werden. Somit überrascht es nicht, dass dieser Inhaltsbereich im Kindergartenalter überrepräsentativ ist (vgl. Schnittjer, 2018). Geometrische Fähigkeiten lassen sich überwiegend im Inhaltsbereich „Raum und Form“ verorten, wobei diese auch zu Teilen in „Veränderung und Beziehung“ vorhanden sind. Stochastische Fähigkeiten werden speziell in „Daten und Zufall“ verlangt, wobei Anforderungen an arithmetische Fähigkeiten gehäuft in „Veränderungen und Beziehungen“ auftreten (ebd.).

Beispielhaft sei hier eine Aufgabe der Testung mathematischer Kompetenzen im Kindergartenalter abgebildet (Abb. 24), wie diese in der SC 2 im Altersbereich zwischen fünf und sechs Jahren eingesetzt wurde. Die Beispielaufgabe kann dem Inhaltsbereich „Quantitäten“ zugeordnet werden (vgl. Schnittjer & Duchhardt, 2015). Wie bereits erwähnt wurden die Testungen im Kindergartenalter in Einzelsettings durchgeführt (vgl. 4.2). Die jeweilige Aufgabenstellung wurde dem Kind von der Testleitung laut vorgelesen. Meist wurde zudem illustratives Material eingesetzt. Eingesetztes Material der hier beschriebenen Beispielaufgabe stellten eine Flasche, sieben Steine sowie eine Decke, um die Flasche mit den Steinen abdecken zu können, dar (vgl. ebd.). Die berichtete Testaufgabe fordert mathematische Denkprozesse der kognitiven

Sample Item 1: Steine im Becher

In dieser Schüssel sind vier Steinchen. Jetzt lege ich noch drei Steinchen dazu.

[Die Schüssel ist abgedeckt, so dass das Kind nicht hineinsehen kann.]

Kannst du mir sagen, wie viele Steinchen **jetzt** in der Schüssel sind?

Abbildung 24. Beispielim mathematischer Kompetenztestung des NEPS im Kindergartenalter (Quelle: Schnittjer & Duchhardt, 2015, S. 3).

Komponenten „technische Fertigkeiten einsetzen“ und „Probleme lösen“ (ebd.). Die berichtete Beispielaufgabe spricht somit speziell frühe arithmetische Fähigkeiten an.

Im Grundschulalter wurden die Tests in Kleingruppen durchgeführt (vgl. 4.2). Unabhängig der Lesefähigkeit wurden auch hier die Textaufgaben von der Testleitung laut vorgelesen (vgl. LIfBi, 2019e). Die vorgegebenen Antwortformate wurden überwiegend in Bildform dargeboten. Zu Teilen wurden Antwortformate, welche Anzahlen verlangten, als arabische Zahlen vorgelegt. Dabei überstieg der Zahlenraum meist nicht die Anzahl 20 (ebd.).

Eine differenzierte Auswertung des Konstrukts mathematischer Kompetenzen nach Inhaltsbereichen oder gar mathematischen Teilbereichen ist aufgrund der Rahmenbedingungen der Testungen im NEPS nicht möglich (vgl. van den Ham, 2015). Eine weitgehend gleichmäßige Berücksichtigung der einzelnen Inhaltsbereiche soll jedoch die Abbildung eines breiten Spektrums inhaltlicher und konzeptueller Fähigkeiten garantieren (vgl. Ehmke et al., 2009).

4.3.3 Kognitive Fähigkeiten

Im Rahmen der phonologischen Informationsverarbeitung (vgl. Berendes et al., 2013) wurden zwei Maße des Arbeitsgedächtnisses in Anlehnung an das Arbeitsgedächtnismodell von Baddeley (vgl. 2.3.1) etappenspezifisch (vgl. 4.1) erfasst. Für die **phonologische Schleife** wurde auf das häufig verwendete Messinstrument „Zahlennachsprechen“ aus der *Kaufman Assessment Battery for Children* (K-ABC; Melchers & Preuß, 2009) zurückgegriffen. Dieses Messinstrument schätzt die Gesamtkapazität der phonologischen Schleife (vgl. Hasselhorn, Grube, & Mähler, 2000). In der Testdurchführung werden dem Kind Zahlenfolgen ansteigender Länge vorgespielt. Im NEPS wurde eine Wiedergabe der Zahlenfolge mittels CD eingesetzt (vgl. LIfBi, 2019d). Aufgabe des Kindes ist es unmittelbar die vorgegebene Zahlenfolge zu wiederholen. Die Aufgaben wurden in Dreier-Einheiten mit gleicher Länge der Zahlenreihe und ansteigendem Schwierigkeitsgrad sortiert. Um verbale Speicherprozesse im Arbeitsgedächtnis nicht zu beeinträchtigen wurde im NEPS eine nonverbale Aufforderung zur Wiederholung der Zahlenfolge (Mimik und Blickkontakt) garantiert. In Anlehnung an das Handbuch des K-ABC wurde der Test abgebrochen, wenn eine vollständige Aufgabeneinheit nicht erreicht werden konnte (vgl. ebd.). Die **zentrale Exekutive** wurde im NEPS mittels des Subtests „Zahlenspanne rückwärts“ aus dem *Hamburger-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III* (HAWIK-III; Tewes et al., 1999) erfasst. In Anlehnung an Baddeley (u. a. 2012) wird durch dieses Maß die Koordinationskapazität bei der Kontrolle von Enkodier- und Abrufstrategien temporär gespeichert Information abgebildet (Seitz-Stein, Schumann-Hengsteler, Zoelch, Grube, Mähler, & Hasselhorn, 2012). In der Testdurchführung werden dem Kind Zahlenfolgen mittels

CD vorgespielt, welche daraufhin in umgekehrter Reihenfolge von dem Kind zu wiederholen sind (vgl. LfBi, 2019d). Wiederholt geschah die Aufforderung zur Ausführung der Aufgabe nonverbal durch die Testleitung. Die Aufgabeneinheiten setzten sich aus jeweils zwei Testaufgaben mit Zahlenfolgen gleicher Länge zusammen. Der Schwierigkeitsgrad wurde durch eine Steigerung der Länge der Zahlenfolge erreicht. Sobald eine Aufgabeneinheit nicht erreicht oder beantwortet werden konnte, wurde die Testung abgebrochen (ebd.). In den Daten der SC 2 bestätigen sich die vermuteten niedrigen Spannenwerte im Rahmen dieser Aufgabe (vgl. Viesel-Nordmeyer et al., 2020a, 2020b), welche durch die hohen Anforderungen der Aufgabe an das Arbeitsgedächtnis begründet werden (vgl. LfBi, 2019d).

Um kontrollieren zu können, inwiefern der Erwerb domänenspezifischer Kompetenzen (u. a. sprachliche Kompetenzen, mathematische Kompetenzen) mit grundlegenden kognitiven Fähigkeiten zusammenhängt, wurden im NEPS zwei gängige Markiertvariablen herkömmlicher Intelligenztests gewählt (vgl. ebd.). Die Auswahl einer nonverbalen Messung der *Wahrnehmungsgeschwindigkeit* und des *schlussfolgernden Denkens* garantiert eine möglichst bildungs-, kultur- und sprachunabhängige Abbildung kognitiver Grundfähigkeiten. Die jeweilige Durchführung der im Folgenden beschriebenen nonverbalen Testung kognitiver Grundfähigkeiten wurde dem Kind vor Ablauf der eigentlichen Testsituation von der Testleitung anhand eines Beispieltests verbal erklärt.

Durch die Abbildung der **Wahrnehmungsgeschwindigkeit** wird eine Messung der basalen Geschwindigkeit der Informationsverarbeitung („speed“) ermöglicht. Das im NEPS eingesetzte Maß der Wahrnehmungsgeschwindigkeit (*Bilder-Zeichen-Test; NEPS-BZT*) basiert auf der Weiterentwicklung des *Digit-Symbol-Tests* aus der Wechsler-Familie (DST; Lang, Weiss, Stocker, & Rosenblatt, 2007). Die Testversion des *NEPS-BZT*, welche in der hier interessierenden SC 2 eingesetzt wurde, ist zahlenfrei (Abb. 25). In der Testdurchführung wird dem Kind eine Testseite vorgelegt, auf welcher eine Doppelseite aus Stimulus-Target-Verknüpfungen vorgegeben ist, welche den Zuordnungsschlüssel für die Aufgabenlösung ergibt (vgl. Lang, Kamin, Rohr, Stünkel, & Willinger, 2014). Der Zuordnungsschlüssel ist so aufgebaut, dass in der oberen Zeile die Testreize (bspw. ein „Quadrat“) abgebildet sind, welche dann auch im eigentlichen Test wiederzufinden sind, aber in abweichender Reihenfolge (Abb. 25). In der unteren Zeile des Zuordnungsschlüssels sind diejenigen Reize (bspw. „zwei Querstriche“) ersichtlich, die im eigentlichen Test fehlen und vom Kind in der Testsituation ergänzt werden müssen. Auf der Testseite befinden sich unter dem Zuordnungsschlüssel mehrere Testzeilen, welche dann vom Kind in Anlehnung an den Zuordnungsschlüssel ausgefüllt werden müssen. Die Aufgabe wird unter Zeitdruck durchgeführt, d. h. Aufgabe des Kindes ist es

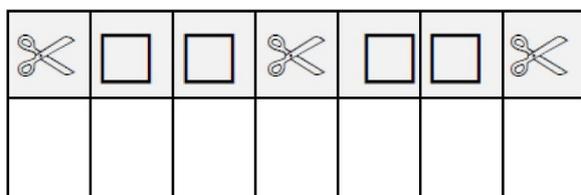
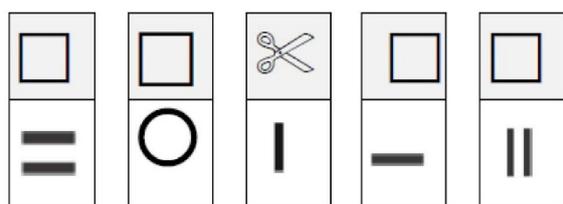


Abbildung 25. Beispiel für den Bilder-Zeichen-Test im NEPS (nachgebaut in Anlehnung an Lang et al., 2014).

möglichst viele der Stimuli in vorgegebener Zeit in die entsprechenden Targets zu ergänzen (ebd.).

Als bedeutendes Maß der fluiden Intelligenz bilden Erhebungen des **schlussfolgernden Denkens** (vgl. Kapitel 2.3.2) den Kern der meisten Intelligenzmessungen (vgl. Stern & Grabner, 2014). Der im NEPS eingesetzte Test zum schlussfolgernden Denken (*NEPS-MAT*, Abb. 26) ist in der Tradition des Raven-Matrizen-Tests (u. a. Raven et al.,

1998) angelegt (vgl. Lang et al., 2014). In der hier interessierenden Altersgruppe (Vorschul- und Grundschulalter) wurden den untersuchten Kindern im NEPS insgesamt zwölf Matrizen in zwei Blöcken dargeboten. Jede Matrize setzt sich aus mehreren waagrecht und senkrecht angeordneten Feldern zusammen, in welchen verschiedene geometrische Elemente abgebildet sind. Eines der Felder bleibt frei. Aufgabe des Kindes ist es die logischen Regeln zu erschließen, denen die Anordnung der geometrischen Elemente folgt (ebd.). Anhand der erschlossenen Logik soll das frei gebliebene Feld der Matrize ausgefüllt werden. Zur Lösung werden dem Kind unterschiedliche geometrische Elemente dargeboten, welche neben der Matrize abgebildet sind. In der NEPS Testung des schlussfolgernden Denkens steht nicht die Schnelligkeit im Fokus. Ziel der Durchführung des NEPS-MAT ist es stattdessen, die maximale Leistungsfähigkeit im Bereich des schlussfolgernden Denkens abzubilden. Folglich wurde das eingesetzte Zeitlimit für den NEPS-MAT großzügig gewählt (drei Minuten pro Block).

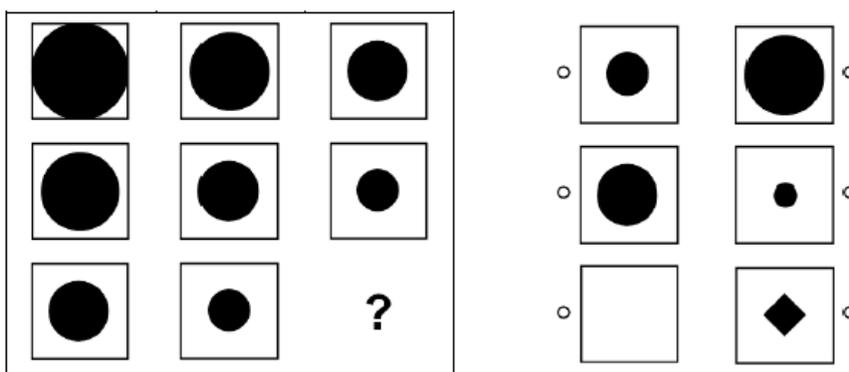


Abbildung 26. Beispielaufgabe des NEPS-MAT (Quelle: Lang et al., 2014).

4.4 Instrument eingesetzter Hintergrundvariablen

Die im Folgenden aufgeführten Hintergrundvariablen stellen individuelle Merkmale dar, welche in Anlehnung an Ergebnisse vorheriger Studien einen unterschiedlich großen, aber stets relevanten Einfluss auf die sprachliche und/oder mathematische Kompetenzentwicklung

ausüben können (u. a. Walzebug, 2015; Paetsch, 2016). Da die sprachliche und mathematische Kompetenzentwicklung den Mittelpunkt des hier vorliegenden Gesamtprojekts darstellt, wurden in den jeweiligen Analysen die Einflüsse der im Folgenden aufgeführten individuellen Merkmale vermehrt kontrolliert. Angaben, auf welchen die eingesetzten Hintergrundvariablen individueller Merkmale basieren, entstammen hauptsächlich den Daten der regelmäßigen telefonischen Befragung der Eltern (vgl. Kapitel 4.2). Vereinzelt wurden die Daten aus den Elternangaben um entsprechende Informationen zu den individuellen Merkmalen ergänzt, die aus schriftlichen Befragungen von Kontaktpersonen der jeweiligen Bildungsstätte des Kindes (d.h. ErzieherInnen und LeiterInnen des Kindergartens bzw. Lehrkräften und Leitungen der Grundschule) gewonnen werden konnten.

Die hier eingesetzte Variable zum **Migrationshintergrund**³ basiert auf den von NEPS bereitgestellten Daten zum Generationenstatus (vgl. Olczyk, Will, & Kristen, 2014) der untersuchten Kinder der SC 2. Die Abfrage des Generationenstatus wurde anhand gängiger Operationalisierungen im Rahmen einer telefonischen Elternbefragung erfasst. In den hier vorliegenden Analysen wurden „Personen, die selbst und deren Eltern in Deutschland geboren sind und von denen kein oder maximal ein Großelternanteil im Ausland geboren ist ... als Personen ohne Migrationshintergrund“ (ebd., S. 7) codiert (0 = kein Migrationshintergrund, 1 = Migrationshintergrund). Der **sozioökonomische Hintergrund** stellt eine der häufigsten Einflussvariablen individueller Entwicklungsverläufe dar und lässt sich speziell auch im Hinblick der hier interessierenden Kompetenzbereiche Sprache und Mathematik wiederfinden (u. a. Walzebug, 2015). Als gängiges Maß wurde der sozioökonomische Hintergrund auch im NEPS über den internationalen sozioökonomischen Index des beruflichen Status (ISEI) im Rahmen einer Elternbefragung erhoben. Dieser Index berücksichtigt die Verbindung von Bildung, Beruf und Einkommen des Elternhauses der untersuchten Zielperson (vgl. Ganzeboom, 2010). In den hier vorliegenden Analysen fand speziell der ISEI-08 Verwendung, welcher unter anderem auch in groß angelegten Studien wie PISA oder ISSP integriert ist (vgl. ebd.). Auch die **zuhause gesprochene Sprache** erlangt zur Erklärung von sprachlichen (u. a. Relikowski, Schneider, & Linberg, 2015) wie auch mathematischen (u. a. ebd.; Paetsch, 2016) Leistungsunterschieden von Kindern mit Migrationshintergrund eine gesonderte Rolle. Die dichotomisierte Variable

³ Im Einklang mit vorherigen Untersuchungen (vgl. Relikowski et al., 2015) zeigten bereits die Voranalysen der hier durchgeführten Studien, dass der Einfluss des Migrationshintergrunds ursprünglich durch Unterschiede im sozioökonomischen Hintergrund der Kindsfamilie wie auch durch die zuhause gesprochene Sprache zu erklären ist.

(Deutsch/nicht Deutsch) entstammt dem zugängigen Datensatz des Kohortenprofils der SC 2 im NEPS. Die Daten basieren auf Angaben aus dem Elternfragebogen sowie auf Ergänzungen entsprechender Informationen der Kita-Leitungen der untersuchten Kinder. Anhaltende Hinweise auf eine geschlechtsabhängige Verteilung sprachlicher wie auch mathematischer Leistungsunterschiede (u. a. Reinhold, Reiss, Diedrich, Hofer, & Heinze, 2019; Weiss et al., 2019) begründen eine flächendeckende Integration der Geschlechtsvariable in den Analysen des vorliegenden Gesamtprojekts. Die dichotome Variable **Geschlecht** (1 = Junge/ 2 = Mädchen) entstammt ebenso dem Datensatz des Kohortenprofils der SC 2 im NEPS und wurde mittels Angaben der Elternbefragungen generiert (vgl. LIfBi, 2019b).

5 Herausforderungen und Umsetzungen

Wie in Kapitel 4.2 beschrieben, ließen sich die vorhandenen Daten der SC 2 im NEPS als vielversprechend identifizieren, um den einzelnen Forschungsfragen des übergeordneten Gesamtprojekts angemessen begegnen zu können. Herausforderungen, welche unter Nutzung von Sekundäranalysen nahezu unausweichlich sind (u. a. Hox & Boeije, 2005), blieben jedoch auch im Rahmen der Umsetzung des hier vorliegenden Forschungsinteresses unter Nutzung von Daten der SC 2 im NEPS nicht aus. Im Folgenden sollen sowohl die hier auftretenden Herausforderungen selbst wie auch der Umgang mit diesen Herausforderungen beschrieben werden.

5.1 Panelmortalität

Designbedingt kam es im Rahmen des betrachteten Erhebungsverlaufs der SC 2 zwischen Vorschulalter und Ende des Grundschulalters zu deutlichen Schwankungen der Stichprobengröße (vgl. Kapitel 4.2). Die zu vermerkende Größendifferenz zwischen den einzelnen Erhebungswellen der SC 2 wurde – neben dem unvermeidlichen Dropout längsschnittlicher Erhebungen – hauptsächlich durch eine Stichprobenauffrischung ausgelöst, welche die Gesamtstichprobe beim Übergang ins Schulalter um eine Anzahl von 6.342 Zielpersonen anheb (vgl. Kapitel 4.2). Die beim Übergang ins Schulalters hinzukommenden Zielpersonen entstammen einem Sample von 200 Grundschulen, welches mittels PPS-Verfahren (probability proportional to size (PPS) sampling; vgl. u. a. Skinner, 2014) zu den 212 Grundschulen der Anfangsstichprobe hinzugefügt wurde (vgl. Steinhauer, Zinn, Gaaschn, & Goßmann, 2016). Folglich setzt sich die Komposition der Gesamtstichprobe der SC 2 des Erhebungszeitraums zwischen Vorschulalter und Grundschulalter aus drei Gruppen zusammen (Abb. 27): Die „Gruppe 1“ beinhaltet nur diejenigen Kinder (bzw. Zielpersonen), welche im Rahmen der

Stichprobenauffrischung zur ersten Klassenstufe (Welle 3) neu hinzugezogen wurden und somit nicht an den Testungen im Kindergartenalter teilgenommen haben. Die „Gruppe 2“ beinhaltet nur diejenigen Kinder (bzw. Zielpersonen), welche einzig im Kindergartenalter an den Testungen teilgenommen haben und für welche folglich keine Erhebungen im Klassenverband mit Beginn der 3. Welle stattfanden⁴. Die „Gruppe 3“ beinhaltet alle Kinder (bzw. Zielpersonen), welche durchgehend mit Beginn der Erhebungen im Vorschulalter bis zum Ende der Grundschule längsschnittlich getestet werden konnten (vgl. Steinhauer et al., 2016). Zur Verwendung von Daten der SC 2 werden im NEPS unterschiedliche Gewichte zur Verfügung gestellt, welche die Komposition der Gesamtstichprobe und die damit verbundenen Schwankungen der Stichprobengröße berücksichtigen (vgl. ebd.). Durch die Bereitstellung einer Vielzahl an längsschnittlichen (Gewichte zur Abbildung der drei Gruppen der Gesamtstichprobe) aber auch querschnittlichen (Gewichte zur Abbildung der einzelnen Erhebungswellen) Gewichten (für eine Übersicht siehe Steinhauer et al., 2016, S. 14) kann eine Aufrechterhaltung der ursprünglichen Merkmalsausprägung der Gesamtstichprobe ermöglicht werden. Ein Erhalt der ursprünglichen Merkmalsausprägung der Gesamtstichprobe mittels Gewichtung setzt neben einer sinnvollen Auswahl des entsprechenden Gewichts auch eine Beibehaltung derjenigen Substichprobe voraus, für welche das ausgewählte Gewicht ursprünglich generiert wurde (vgl. Lavallée & Beaumont, 2015).

Welle 1 (4/5 Jahre)	Welle 2 (5/6 Jahre)	Welle 3 (6/7 Jahre)	Welle 4 (7/8 Jahre)	Welle 5 (8/9 Jahre)	Welle 6 (9/10 Jahre)
n = 2948	n = 2727	n = 6733	n = 6340	n = 5798	n = 6871
n = 2.684		n = 5.250			
Gruppe 2 (Kindergarten)		Gruppe 1 (Grundschule)			
		n = 431		Artikel 1/2	
Gruppe 3 - Längsschnitt					
n = 539		n = 504		Artikel 4	
Artikel 3		n = 432			

Abbildung 27. Vorhandene Stichprobengröße in Abhängigkeit der verwendeten Erhebungswellen der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS).

⁴ In der Gruppe 2 sind sowohl diejenigen Kinder (bzw. Zielpersonen) inbegriffen, welche nach der zweiten Erhebungswelle zum Übergang in die Grundschule ganz ausgeschieden sind wie aber auch diejenigen Kinder, welche individuell nachverfolgt wurden (vgl. Kapitel 4.2).

Umsetzung: Aufgrund des hier vorliegenden Forschungsinteresses, Kompetenzentwicklung zwischen Vorschulalter und Ende des Grundschulalters abbilden zu können, waren die einzelnen Analysen des Gesamtprojekts von der Reduzierung der Gesamtstichprobe stark betroffen. Das Ausmaß ist der Abbildung 27 zu entnehmen, welche die Stichprobengröße in Abhängigkeit vorhandener Daten zu den Kompetenztestungen widerspiegelt. Die Darstellung zeigt eine kontinuierliche Reduzierung der Stichprobengröße mit wachsender Anzahl der betrachteten Erhebungszeitpunkte (bzw. in die Analysen mit aufgenommenen Erhebungswellen). Einen ausschlaggebenden Punkt stellt die Hinzunahme der dritten Erhebungswelle dar, welche als Messzeitpunkt der ersten Klassenstufe den Übergang ins Grundschulalter mit einbezieht. Von einer Imputation fehlender Werte ist bereits bei Hinzunahme des ersten Messzeitpunktes im Grundschulalter abzuraten, da durch die Aufnahme dieses Messzeitpunktes in die Analysen eine Stichprobenreduzierung von über 40 % der Anfangsstichprobe (z. B. Jakobsen, Gluud, Wetterslev, & Winkel, 2017) gegeben ist. Zudem kam es im Rahmen der einzelnen Analysen des hier vorliegenden Gesamtprojekts zu einer weiteren Reduzierung der jeweils eingesetzten Substichprobe (Teilstudie 1-4; Kapitel 7-10). Eine adäquate Beantwortung der einzelnen Forschungsfragen, welche den durchgeführten Einzelanalysen vorausgingen, begründete die Entscheidung zu einer weiteren Datenreduzierung wie folgt. Um sicherzugehen, dass bei den untersuchten Zielpersonen keine Behinderung vorlag, welche zu Verzerrungen der Kompetenztestungen führen könnte, wurde die jeweilig verwendete Stichprobe der einzelnen Analysen in Abhängigkeit von bestehenden Elternangaben reduziert. Zur Vergleichbarkeit beider Wertegrammatikalischer Maße konnten nur Daten von denjenigen Zielpersonen beibehalten werden, welchen es möglich war, auch an der vollständigen Grammatiktestung im ersten Schuljahr teilzunehmen (vgl. Kapitel 5.2). Zudem kam es in Abhängigkeit des jeweiligen Forschungsinteresses bei einem Großteil der Analysen (Teilstudie 1, 2, 4; vgl. Kapitel 7,8,10) zum Ausschluss der Daten von Zielpersonen, welche unterdurchschnittliche Werte der kognitiven Grundfähigkeiten aufwiesen ($< -1.5 SD$). Da sowohl für das Vorliegen einer Behinderung wie auch die vollständige Teilnahme an der Grammatiktestung der ersten Klassenstufe ausgeschlossen werden kann, dass diese durch weitere Drittvariablen vorhersagbar sind, muss von einer Datenimputation – unabhängig des Ausmaßes der Stichprobenreduzierung von über 40 % – abgesehen werden (vgl. Garson, 2015). Die zur adäquaten Beantwortung der einzelnen Forschungsfragen durchgeführte Reduzierung der jeweils verwendeten Substichprobe ließ auch eine Anwendung von zur Verfügung stehenden Gewichten der SC 2 im NEPS nicht zu (vgl. Lavallée & Beaumont, 2015). Eine Gegenüberstellung der gewichteten und ungewichteten Ursprungsstichprobe der einzelnen Studie (Tabelle 3) sowie der tatsächlich in die jeweilige Analyse einge-

Tabelle 3

Ausprägung bedeutender Merkmale der gewichteten und ungewichteten Ursprungsstichprobe der einzelnen Teilstudien sowie der in den Analysen verwendeten Substichprobe

	Teilstudie 1			Teilstudie 2			Teilstudie 3			Teilstudie 4		
	Ursprung (n = 431)		Subsp* (n = 338)	Ursprung (n = 431)		Subsp* (n = 303)	Ursprung (n = 539)		Subsp (n = 412)	Ursprung (n = 504)		Subsp* (n = 354)
	gew.	ungew.		gew.	ungew.		gew.	ungew.		gew.	ungew.	
HISEI	52,3 %	52,7 %	53,3 %	52,3 %	52,7 %	53,2 %	51,4 %	52,3 %	52,5 %	51,4 %	52,7 %	53,0 %
Sprache	93,4 %	95,4 %	94,7 %	93,4%	95,4 %	95,7 %	93,3 %	94,8 %	94,7 %	93,3 %	95,0 %	95,5 %
Sex	54,6 %	52,0 %	53,3 %	54,6%	52,0 %	51,5 %	53,3 %	51,2 %	51,0 %	53,3 %	51,0 %	50,0 %

Anmerkungen. Die gewichtete Ursprungsstichprobe wird fett hervorgehoben. Subsp = Substichprobe; Subsp* = Substichprobe mit Ausschluss von Fällen, welche bei den kognitiven Grundfähigkeiten Werte von unter $< 1.5 SD$ aufweisen. HISEI = sozioökonomischer Hintergrund, Sprache = Deutsch als überwiegend zuhause gesprochene Sprache.

flossenen Substichprobe lässt nur geringe Abweichungen⁵ der Ausprägung bedeutender Merkmale (HISEI, zuhause gesprochene Sprache, Sex, vgl. Kapitel 4.4) des hier vorliegenden Forschungsinteresses erkennen.

5.2 Herausforderungen analyserelevanter Variablen

5.2.1 Erhebungszeitpunkte und -intervalle interessierender Variablen

Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS fanden im Zeitraum der uns hier interessierenden Alterspanne zwischen zweitem Kindergartenjahr (4-5 Jahre) und Ende der vierten Klassenstufe (9-10 Jahre) in jährlichen Abständen statt (vgl. LfBi, 2019a). Das eingesetzte Zeitintervall der Kompetenztestungen der SC 2 ist jedoch nicht gleichzusetzen mit dem Erhebungsintervall der uns hier interessierenden Variablen hinsichtlich des Forschungsinteresses (Abb. 28). Zudem zeigen sich Unterschiede in der Häufigkeit sowie den Zeitabständen wiederholter

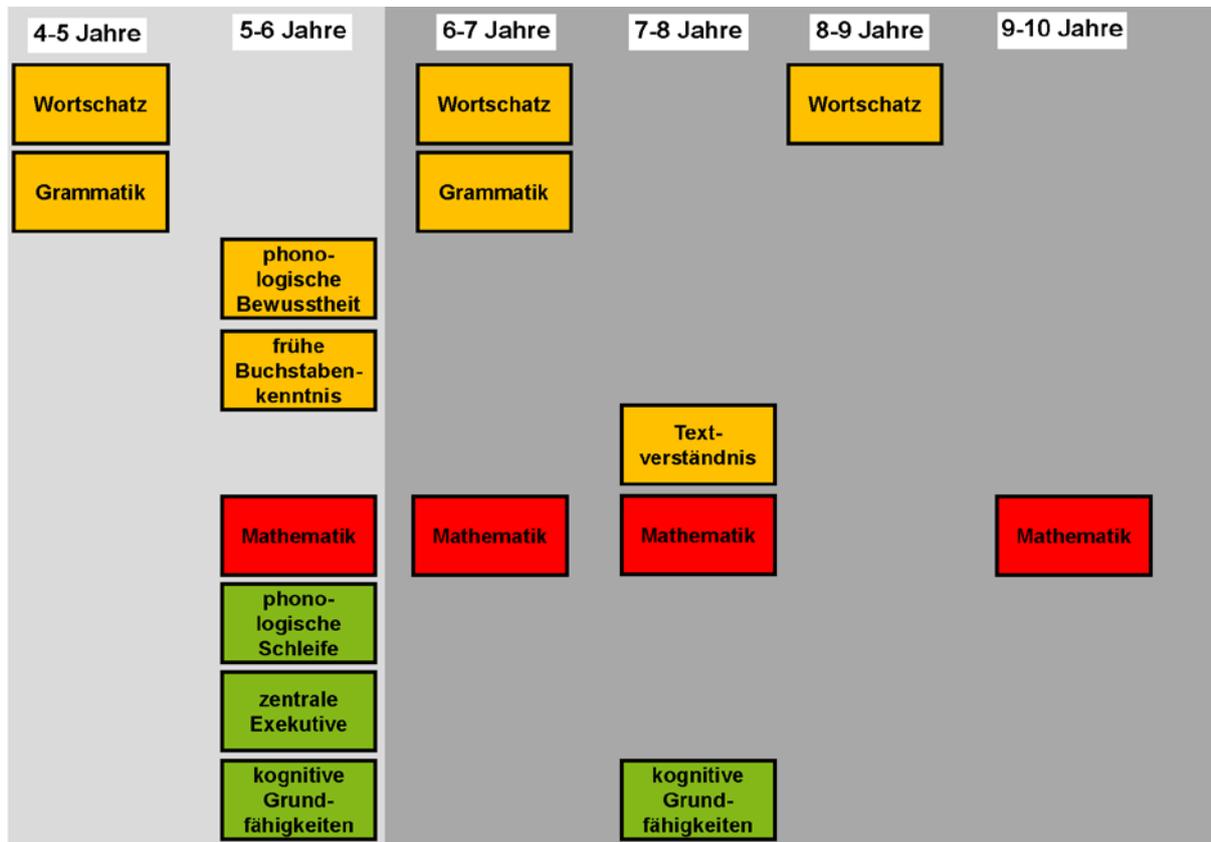


Abbildung 28. Erhebungsdesign verwendeter Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS.

⁵ Im Einklang mit vorherigen Untersuchungen (vgl. u.a. Peng & Kievit, 2020) weisen Substichproben, bei welchen Fälle mit unterdurchschnittlichen kognitiven Grundfähigkeiten ($< 1.5 SD$) ausgeschlossen wurden (Subsp*), einen ausgeprägteren Anstieg des sozioökonomischen Status (HISEI) im Vergleich zur jeweiligen Ursprungsstichprobe vor, als jene Substichproben (Subsp), bei welchen keine Reduzierung aufgrund der Ausprägung der kognitiven Grundfähigkeiten stattfand.

Messungen der interessierenden Maße sprachlicher und mathematischer Kompetenzen.

Die Erhebungen der **rezeptiven Sprachmaße** des Wortschatzes und der Grammatik starteten parallel mit Beginn der ersten Erhebungswelle im zweiten Kindergartenjahr. Die Abstände zwischen den einzelnen Messungen beider rezeptiver Sprachmaße weisen ein identisches Zeitintervall von zwei Jahren auf. Im Unterschied zur Erhebung des Wortschatzes schließt die Grammatikerhebung jedoch nach der ersten Klassenstufe ab. Die Entscheidung zum Erhebungsabbruch der Grammatik in dieser Altersphase kann – neben einem ökonomischen Problem durch Einsetzen neuer Sprachmaße (vgl. Fuß et al., 2019) – auch in der Begründung der häufig diskutierten Ansicht eines sich schließenden Erwerbsfensters grammatikalischer Fähigkeiten in der Altersspanne zwischen sechs und sieben Jahren (vgl. dazu Markowitsch & Welter, 2010) vermutet werden.

Anders als die Erhebungen der rezeptiven Sprachmaße starteten die **mathematischen Kompetenztestungen** erst mit Beginn der zweiten Erhebungswelle kurz vor Schuleintritt (vgl. Abb. 28). Ab diesem Zeitpunkt wurden die Erhebungen mathematischer Kompetenzen bis zum Ende der Grundschulzeit beinahe regelmäßig in die jährlichen Kompetenztestungen der SC 2 integriert. Ausnahme bildet die dritte Klassenstufe, in welcher keine mathematischen Kompetenzen getestet wurden.

Durch das beschriebene Erhebungsdesign sprachlicher und mathematischer Kompetenzmessungen liegen innerhalb des hier interessierenden Altersbereichs nur zum Messzeitpunkt der ersten Klassenstufe **parallele Daten aus den wiederholt gemessenen Sprach- und Mathematikmaßen** vor. Ergänzend bestehen parallel zu den weiteren einzelnen Messzeitpunkten mathematischer Kompetenztestungen Daten von Sprachmaßen, welche im Zeitraum der interessierenden Altersspanne nur einmalig erhoben wurden. Dies betrifft überwiegend etappenspezifische Sprachmaße, deren Testung bewusst zu bestimmten Zeitpunkten eingesetzt wurde⁶ (vgl. LIfBi, 2019d). Aufzuzählen seien hier die sprachlichen Vorläuferfähigkeiten der phonologischen Bewusstheit und der frühen Buchstabenkenntnis wie auch das Textverständnis als Maß der frühen Lesekompetenz. In der vierten Klassenstufe wurde als paralleles Sprachmaß zur mathematischen Kompetenztestung erstmals das von NEPS selbst konzipierte Instrument der Lesekompetenz (vgl. Berendes et al., 2013) eingesetzt, welches außerhalb des hier interessierenden Altersbereichs wiederholt gemessen wurde (vgl. Fuß et al., 2019). Gewonnene Daten dieser Lesetestung fanden in den einzelnen Analysen des hier vorliegenden Gesamtprojekts

⁶ Die Auswahl der Messzeitpunkte etappenspezifischer Maße im NEPS orientiert sich an der Aussagefähigkeit der Messungen zu einer bestimmten Altersstufe (vgl. hierzu LIfBi, 2019d).

keine Verwendung.

Neben sprachlichen und mathematischen Maßen im NEPS bilden **Erhebungen kognitiver Fähigkeiten** den Kern des vorliegenden Gesamtprojekts. Speziell Daten zu Erhebungen des Arbeitsgedächtnisses werden benötigt, um die übergeordnete Fragestellung des Gesamtprojekts ausreichend beantworten zu können. In den Kompetenztestungen der SC 2 des NEPS wurden direkte Erhebungen des Arbeitsgedächtnisses einzig für die phonologische Schleife und die zentrale Exekutive durchgeführt (vgl. Kapitel 4.2). Diese wurden in das vorschulische etappenspezifische Maß der phonologischen Informationsverarbeitung integriert, wodurch nur Daten zu einem Messzeitpunkt des Arbeitsgedächtnisses vorliegen. Daten zu wiederholten Messungen kognitiver Fähigkeiten im Rahmen der Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS bestehen einzig für die kognitiven Grundfähigkeiten (Wahrnehmungsgeschwindigkeit, schlussfolgerndes Denken). Getrennt durch ein Zeitintervall von zwei Jahren wurden die Kompetenzmaße zu den kognitiven Grundfähigkeiten im Vorschulalter kurz vor Schuleintritt (5-6 Jahre) sowie im Grundschulalter der zweiten Klassenstufe (7-8 Jahre) verortet (vgl. Abb. 28).

Umgang: Die abweichenden Erhebungszeitpunkte und -intervalle der wiederholt gemessenen sprachlichen und mathematischen Variablen der SC 2 im NEPS (vgl. Abb. 28) verlangten an zahlreichen Stellen des hier vorliegenden Forschungsinteresses nach Alternativmöglichkeiten. Zunächst sollte die Betrachtung individueller Entwicklungsverläufe mathematischer und sprachlicher Kompetenzen zwischen Vorschulalter und Ende des Grundschulalters einen ersten Zugang zur Beantwortung des übergeordneten Forschungsanliegens ermöglichen (Teilstudie 1; vgl. Kapitel 7). Mit dem Fokus auf mathematische Lernprozesse stand dabei insbesondere die Betrachtung individueller Entwicklungsverläufe von Kindern im Mittelpunkt, welche vorschulisch unterschiedliche mathematische Voraussetzungen aufweisen. Neben der Betrachtung mittlerer Veränderungen von Entwicklungsverläufen sollten speziell auch individuelle Abweichungen aufgedeckt werden können (vgl. dazu Schmiedek & Wolff, 2010). Die Verwendung latenter Wachstumskurvenmodelle wurde in Anlehnung an Ergebnisse aus vorherigen Untersuchungen (u. a. Weinert & Ebert, 2013) als vielversprechend angesehen. Eine geringe Erhebungsanzahl der wiederholt gemessenen sprachlichen (Wortschatz, Grammatik) Maße im Rahmen der Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS (vgl. Abb. 28) ließ die Durchführung von Wachstumskurvenmodellen jedoch nicht zu. Abweichend wurde auf den Vergleich von drei Gruppen mit unterschiedlichen mathematischen Voraussetzungen im Vorschulalter zurückgegriffen, deren sprachliche und mathematische Entwicklungsverläufe mittels univariater und messwiederholter Varianzanalysen betrachtet werden konnten (Teilstudie 1; Viesel-Nordmeyer, Schurig, Bos & Ritterfeld, 2019). Vertiefend konnten unter Verwendung

derselben Analysemethoden die sprachlichen und mathematischen Entwicklungsverläufe von Kindern mit domänenspezifischen (Sprache oder Mathematik), kombinierten (Sprache und Mathematik) und ohne Lernschwächen verglichen werden (Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld, & Bos, eingereicht). Eine gegenüberstellende Durchführung der Varianzanalysen mit und ohne Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses eröffnete einen ersten Einblick der Bedeutung dieses kognitiven Systems für die Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen.

Um die Entwicklungszusammenhänge zwischen den beiden Domänen Sprache und Mathematik bestmöglich abbilden zu können, wirkten sich speziell die überwiegend zeitversetzten Erhebungen sprachlicher und mathematischer Maße als unvorteilhaft aus (vgl. Berry & Willoughby, 2017). Von der Aufdeckung kreuzverzögerter Effekte (u. a. Hoese, 2017) im Rahmen einer Cross-Lagged-Panel-Analyse musste aufgrund fehlender paralleler Maße sprachlicher und mathematischer Kompetenzen zu den jährlichen Kompetenzmessungen der SC 2 im NEPS leider abgesehen werden. Alternativ konnten zur Aufdeckung der Interdependenzen zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Lernen Pfadanalysen verwendet werden (Teilstudie 3 und 4; vgl. Kapitel 9-10). Die Durchführung von Pfadanalysen ermöglichte eine zusätzliche Betrachtung von interessierenden Kompetenzmaßen, für welche keine Wiederholungsmessungen vorlagen. Dies betraf unter anderem das im Fokus des vorliegenden Gesamtprojekts stehende Arbeitsgedächtnis, für dessen Abbildung im Grundschulalter indirekte Maße über kognitive Grundfähigkeiten herangezogen werden mussten. Eine unbefriedigende Reliabilität der direkt gemessenen zentralen Exekutive des Arbeitsgedächtnisses im Vorschulalter (vgl. Abschnitt 4.3.3), welche sich folglich bei Reduzierung der Stichprobengröße weiter verschlechterte (vgl. dazu Bonett & Wright, 2015), verlangte eine indirekte Abbildung der zentral-exekutiven Arbeitsgedächtniskomponente bereits als Kontrollmaß der zuvor beschriebenen Varianzanalysen (vgl. Abschnitt 5.2.1; Teilstudie 2, Kapitel 8).

5.2.2 Längsschnittliche Verankerung der wiederholt gemessenen Variablen

Die zur Verfügung stehenden Daten des rezeptiven Wortschatzes sowie der rezeptiven Grammatik im NEPS basieren auf international anschlussfähigen Testverfahren (vgl. Kapitel 4.3.1). In beiden Sprachtestungen fand jedoch nur ein Teil der zur Verfügung stehenden Items des Orginalkonstrukts Verwendung (vgl. Lorenz et al., 2017; Fischer & Durda, 2020). Die im NEPS eingesetzte Testversion zur Erhebung des rezeptiven Wortschatzes basiert auf einem analogen Verfahren zum Peabody Picture Vocabulary Test (PPVT; Dunn & Dunn, 2007), welches im Rahmen der BIKS-3-10 Studie (Mudiappa & Artelt, 2014) eingesetzt wurde (vgl.

4.2.1.1). Aus dem ursprünglich in der BIKS-3-10 Studie eingesetzten Verfahren zur Erhebung des rezeptiven Wortschatzes wurde für den ersten Messzeitpunkt im NEPS (2. Kindergartenjahr) mittels IRT-Analysen eine gekürzte Version generiert (vgl. Fischer & Durda, 2020). Basierend auf durchgeführten Pilotstudien im NEPS konnte die Qualität der Itemauswahl für die weiteren Erhebungswellen des rezeptiven Wortschatzes im Grundschulalter mittels IRT-Analysen gesichert werden (vgl. Berendes et al., 2013; Fischer & Durda, 2020). Zur Testung der rezeptiven Grammatik der SC 2 im NEPS wurde eine gekürzte Version (vgl. Lorenz et al., 2017) der deutschen Version des Test for Reception of Grammar (TROG; Bishop, 1989; deutsche Version: TROG-D; Fox, 2006; vgl. 4.2) eingesetzt. Diese Version zur Messung des Grammatikverständnisses bildet trotz verringerter Itemanzahl, welche im Vergleich zum ursprünglichen TROG-D besteht, nahezu alle in der Originalversion abgefragten Syntax-Kategorien ab (vgl. Lorenz et al., 2017). In der ersten Klassenstufe der Grundschule wurde die Anzahl von Einzelitems, welche nach Strukturformen in der gekürzten Testversion des TROG-Ds gebündelt sind, variiert (vgl. LifBi, 2019e). Zudem kam es bei 12,9 % der Testgruppen zu einem organisatorisch bedingten Abbruch der Grammatiktestung (vgl. ebd.), der folglich zu Unterschieden in der absolvierten Testlänge der Teilnehmenden führte. Um die Verwendung der Grammatikdaten aller Testteilnehmenden sichern zu können, wurde in einer späteren Version des SUFs mittels IRT-Skalierung ein WLE-Personenparameter („Warm's Weighted Likelihood Estimate“, WLE; Warm, 1989) für die Grammatiktestung der ersten Klassenstufe gebildet. Vorteile der Verwendung eines Schätzverfahrens zur Personenfähigkeit werden im folgenden Abschnitt zur Skalierung mathematischer Kompetenzen im NEPS differenzierter beschrieben. Weitere Daten des rezeptiven Wortschatzes und der rezeptiven Grammatik der SC 2 im NEPS waren einzig als Summenwerte („Rohwerte“) vorhanden. Die jeweiligen Summenwerte der Sprachmaße berechnen sich aus der Anzahl der korrekt gelösten Einzelitems der einzelnen Messzeitpunkte. Längsschnittliche Verankerungen der einzelnen Messzeitpunkte des rezeptiven Wortschatzes wie auch der rezeptiven Grammatik lagen nicht vor. Eine selbstständige Verankerung war zum Zeitpunkt der durchgeführten Einzelanalysen aufgrund fehlender Informationen nicht möglich.

Zur Verfügung stehende Daten mathematischer Kompetenzen im NEPS lagen als korrigierte Personenparameter vor, welche mittels der Durchführung eines Maximum-Likelihood-Verfahrens („ML“-Verfahren) im IRT-Ansatz eindimensional geschätzt wurden (vgl. Pohl & Carstensen, 2013). Schätzungen der Personenfähigkeiten auf Basis der MLE-Methode „... stellen eine optimale Schätzung der Fähigkeit eines (einzelnen) Individuums dar“ (Hartig & Kühn- bach, 2006, S. 30). Anders als Summenwerte besitzen Schätzungen von ML-

Personenparametern den Vorteil, sowohl die Schwierigkeit der Aufgaben als auch die Fähigkeiten der Personen zu berücksichtigen und auf einer gleichen Metrik zu verorten. Aufgrund der Messfehlerbehaftung des ursprünglichen Schätzverfahrens wird häufig auf eine „korrigierte“ Version zurückgegriffen, welche die Schwierigkeitslage der Einzelitems gewichtet (vgl. ebd.). Die sogenannte „Warm's Weighted Likelihood“ Schätzmethode (vgl. Warm, 1989) wurde auch zur Abbildung des eindimensionalen mathematischen Konstrukts der SC 2 im NEPS eingesetzt (vgl. Fischer, Rohm, Gnambs, & Carstensen, 2016). Zur Nutzung längsschnittlicher Analysen wurde eine zweite Version der WLEs aufgrund der geänderten Item-Reihenfolgen nicht für die Position der Items im Testheft korrigiert. Die einzelnen Messzeitpunkte mathematischer Kompetenzen wurden mittels eines Anker-Item-Verfahrens verlinkt (vgl. ebd.). Diesem Verlinkungsprozess liegen unter Berücksichtigung der jeweiligen Schwierigkeit Items der einzelnen Messzeitpunkte zugrunde, anhand welcher die Erhebungen der unterschiedlichen Messzeitpunkte trotz abweichender Itembatterie auf eine Skala gesetzt werden können (vgl. ebd.).

Umgang: Mathematische Kompetenzen der SC 2 im NEPS, welche den Kern des hier vorliegenden Forschungsinteresses bilden, lagen in geeigneter Weise vor, um offene Forschungsfragen unter Nutzung unterschiedlichster Analysemethoden abbilden zu können. Speziell die längsschnittliche Verankerung in Form von unkorrigierten Personenparametern (WLE) der beinahe jährlichen mathematischen Erhebung im hier interessierenden Entwicklungszeitraum stellten sich als gewinnbringend dar. Die fehlende Verankerung sprachlicher Maße, basierend auf adaptierten Testinstrumenten, brachte dagegen einige Herausforderungen mit sich. Differierende Itemanzahlen sprachlicher Messungen der einzelnen Erhebungszeitpunkte setzen zunächst eine Standardisierung der ursprünglichen Summenwerte voraus. Zudem musste im Rahmen der eingesetzten Gruppenvergleiche der Teilstudie 1 und 2 (vgl. Kapitel 7-8) die Entwicklung der sprachlichen Kompetenzen durch eine Änderung von Mittelwertdifferenzen zwischen den Gruppen abgebildet werden. Messwiederholte Varianzanalysen konnten in den Teilstudien 1 und 2 (vgl. ebd.) des hier vorliegenden Gesamtprojekts nur zur Abbildung der mathematischen Entwicklung eingesetzt werden. Da mathematisches Lernen den Mittelpunkt der in Teilstudie 3 und 4 (vgl. Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b) durchgeführten Pfadanalysen bildet, musste zur Beurteilung der Ergebnisse der durchgeführten Analysen beider Teilstudien einzig auf eine eingeschränkte Interpretierbarkeit der Stabilität sprachlicher Entwicklung hingewiesen werden.

5.2.3 Vorliegende Arbeitsgedächtnismaße

Eine weitere Herausforderung ging mit der Abbildung des Arbeitsgedächtnisses einher, welches neben den sprachlichen Kompetenzen und dem mathematischen Lernen den Fokus des vorliegenden Gesamtprojekts darstellt. Direkte Maße in Anlehnung an das Verständnis des Arbeitsgedächtnismodells nach Baddeley (vgl. 2.3.1) lagen einzig für die zentrale Exekutive und die phonologische Schleife vor. Die beiden Komponenten des Arbeitsgedächtnisses wurden im Rahmen der phonologischen Informationsverarbeitung der vorschulischen Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS erfasst (vgl. Kapitel 4.3.3). Speziell im Vorschulalter scheint jedoch der visuell-räumliche Notizblock für das im Kern des vorliegenden Gesamtprojekts stehende mathematische Lernen äußerst bedeutend (u. a. Cornu, Schiltz, Martin, & Hornung, 2018). Das Fehlen dieser visuell-räumlichen Speicherkomponente des Arbeitsgedächtnisses birgt die Gefahr, vorliegende Interdependenzen zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis nicht ausreichend abbilden zu können sowie Konfundierungen durch vorhandene Maße zu riskieren. Zudem konnten im Rahmen der Testung der zentralen Exekutive anspruchsvollere Spannenmaße (vgl. Kapitel 4.3.3) nur von einem Bruchteil der getesteten Zielpersonen erreicht werden. Aufgrund der ungenügenden Testausschöpfung weist die Skala zur zentralen Exekutive eine unbefriedigende Reliabilität auf, welche sich folglich mit abnehmender Stichprobengröße weiter verschlechtert (vgl. Multon & Coleman, 2010). Wiederholte Messungen liegen im Rahmen der Kompetenztestungen der SC 2 im NEPS für keine der Komponenten des Arbeitsgedächtnisses vor. Informationen zu Maßen dieses kognitiven Systems im Grundschulalter können einzig vorhandenen Daten der kognitiven Grundfähigkeiten entnommen werden (vgl. Abschnitt 5.2.1). In Anlehnung an vorherige Studien ist sowohl im Rahmen der Testung schlussfolgernden Denkens mittels herkömmlicher Matrizentests (vgl. Engel de Abreu, Conway, & Gathercole, 2010) wie auch bei der Erhebung der Wahrnehmungsgeschwindigkeit mittels eines adaptierten Verfahrens des Digit-Symbol-Tests (vgl. Usui et al., 2009) von einer indirekten Abbildung zentral-exekutiver sowie visuell-räumlicher Maße auszugehen.

Umsetzung: Das Fehlen wiederholter Messungen des Arbeitsgedächtnisses im Grundschulalter verlangte speziell mit fortschreitender Klärung des übergeordneten Forschungsinteresses des Gesamtprojekts (vgl. Teilstudie 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020b) nach Alternativlösungen. Benötigte Informationen zur Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses im Vor- und Grundschulalter konnten aufgrund im NEPS eingesetzter Testinstrumente indirekt über die bereits vorschulisch erhobenen kognitiven Grundfähigkeiten herangezogen werden (vgl. Abb. 29). Die gewonnenen Ergebnisse zu indirekten Arbeitsgedächtnismaßen, basierend auf Daten

der kognitiven Grundfähigkeiten des NEPS, mussten jedoch aufgrund der Gefahr von Konfundierungen mit dem genuinen Messkonstrukt mit Vorsicht interpretiert werden. Zudem ließ die Verwendung von Daten der kognitiven Grundfähigkeiten zur Abbildung indirekter Information des Arbeitsgedächtnisses in den jeweils betroffenen Analysen (Teilstudie 2, Teilstudie 4; Kapitel 8 und 10) keine parallele Verwendung von Daten kognitiver Grundfähigkeiten als Kontrollmaße zu. Folglich verlangte die Verwendung kognitiver Grundfähigkeiten als indirekte Abbildung von Arbeitsgedächtnismaßen nach einem vorherigen Ausschluss der Daten von Kindern mit unterdurchschnittlichem kognitivem Profil (< 1.5 SD). Der Ausschluss dieser Daten war unausweichlich, um in den betroffenen Analysen (Teilstudie 4; vgl. Kapitel 10) generelle Zusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis besser abbilden zu können. Ein Datenausschluss von Kindern mit unterdurchschnittlichen kognitiven Grundfähigkeiten war schon im Rahmen der Gruppenvergleiche von Kindern mit Lernschwierigkeiten notwendig (Teilstudie 1 und 2; vgl. Viesel-Nordmeyer, Schurig, Bos et al., 2019; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld & Bos, eingereicht). Zudem erforderte der in Teilstudie 2 eingesetzte Gruppenvergleichen unter Hinzunahme von Arbeitsgedächtnismaßen (Teilstudie 1; Viesel-Nordmeyer et al., 2019), neben direkten Maßen der phonologischen Schleife, bereits eine Verwendung kognitiver Grundfähigkeiten zur indirekten Abbildung der zentralen Exekutiv.

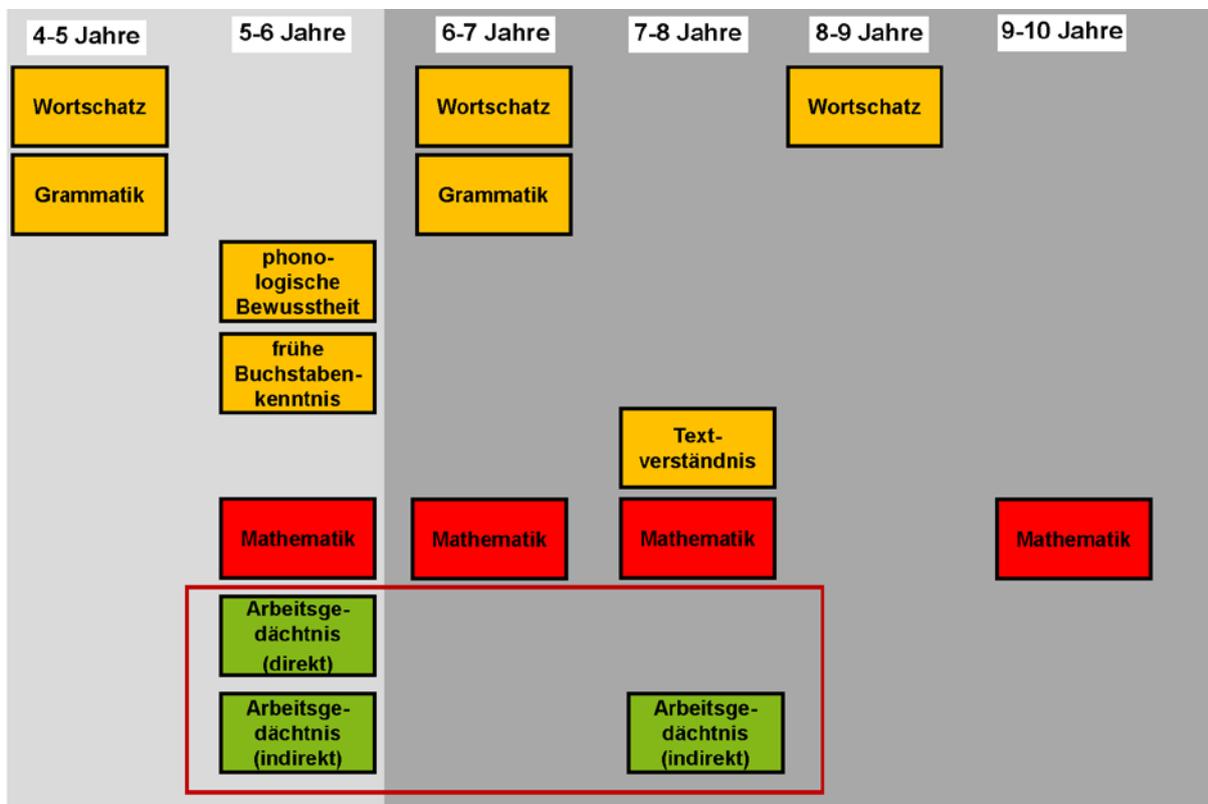


Abbildung 29. Verwendete Lösungsmöglichkeit zur Abbildung längsschnittlicher Arbeitsgedächtnismaße der Startkohorte 2 (SC 2) des Nationalen Bildungspanels (NEPS).

6 Der kumulative Aufbau des Gesamtprojekts

Tabelle 4 gibt eine Übersicht zur Verteilung der vorangehend beschriebenen methodischen Hintergründe (vgl. Kapitel 4) und Herausforderungen (vgl. Kapitel 5) des Gesamtprojekts auf die einzelnen Teilstudien. Zudem werden die spezifisch eingesetzten Analysemethoden sowie Hauptergebnisse in Stichworten präsentiert, um die darauffolgende Darstellung des akkumulierten Vorgehens der hier vorliegenden Forschungsarbeit zu stützen. Mittels zusammenfassender Darstellungen der einzelnen Studien und den sich daraus ableitenden Forschungsdesiderata soll das Ineinandergreifen der vier Teilprojekte ersichtlich werden.

Tabelle 4

Übersicht über den kumulativen Aufbau des Gesamtprojekts

	Teilstudie 1 (<i>n</i> = 338)	Teilstudie 2 (<i>n</i> = 301)	Teilstudie 3 (<i>n</i> = 412)	Teilstudie 4 (<i>n</i> = 354)
Zielgruppe	children with different mathematical preconditions (+/- 1 <i>SD</i>)	children with specific (mathematical or linguistic), combined (mathematical and linguistic) and without learning difficulties (+/- 1 <i>SD</i>)	unauffällig entwickelte Kinder	unauffällig entwickelte Kinder
Gruppierung	<ul style="list-style-type: none"> ▪ MLA: <i>n</i> = 44 ▪ MAA: <i>n</i> = 251 ▪ MHA: <i>n</i> = 43 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ MD: <i>n</i> = 26 ▪ LD: <i>n</i> = 23 ▪ MD/LD: <i>n</i> = 18 ▪ TA: <i>n</i> = 234 	–	–
Kompetenzmaße	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wortschatz ▪ Grammatik 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wortschatz ▪ Grammatik 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wortschatz ▪ Grammatik ▪ phonologische Bewusstheit 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wortschatz ▪ Grammatik ▪ phonologische Bewusstheit

			▪ frühe Buchstaben- kenntnis	▪ Textverständnis
Mathematik	▪ Mathematisches Konstrukt	▪ Mathematisches Konstrukt	▪ Mathematisches Konstrukt	▪ Mathematisches Konstrukt
Arbeitsgedächtnis		▪ phonologische Schleife ▪ zentrale Exekutive (indirekte Messung)	▪ phonologische Schleife ▪ zentrale Exekutive	▪ phonologische Schleife ▪ zentrale Exekutive ▪ zentrale Exekutive (indirekte Messung)
Methode				
	▪ univariate ANOVAs ▪ ANOVA mit Messwiederholung ▪ mean-difference Vergleiche	▪ univariate ANOVAs ▪ ANOVA mit Messwiederholung ▪ mean-difference Vergleiche	▪ längsschnittliche Pfadanalyse ▪ querschnittliche Pfadanalysen ▪ Mediationsanalysen	▪ längsschnittliche Pfadanalyse ▪ querschnittliche Pfadanalysen ▪ Mediationsanalysen
Hauptergebnisse				
	▪ at all measurement time points, MLA show the weakest performance in mathematical and linguistic skills, compared to MAA and MHA	▪ children with combined learning difficulties carry the highest risk for persistence ▪ below average working memory capacity and	▪ langfristiger Einfluss von Wortschatz und Grammatik auf mathematisches Lernen ▪ altersabhängige Beteiligung einzelner	▪ Grammatik scheint besonders bedeutend für mathematisches Lernen ▪ wechselseitige Zusammenhänge zwischen der Leistungsfähigkeit des

<ul style="list-style-type: none"> ▪ MLA are not able to overcome their mathematical deficits during primary school age ▪ conflicting results within the development of both linguistic skills: <ul style="list-style-type: none"> - MLA improve their vocabulary skills during primary school age - MLA fall back in their grammatical achievement while entering school 	<p>socioeconomic background are risk factors for persistence in learning difficulties</p>	<p>Arbeitsgedächtniskomponenten auf mathematisches Lernen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - direkter Einfluss der zentralen Exekutive im Vorschulalter - direkter Einfluss der phonologischen Schleife im Schulalter <ul style="list-style-type: none"> ▪ vorschulische Grammatikleistungen begünstigen die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses für weitere Lernprozesse 	<p>Arbeitsgedächtnisses und sprachlichem bzw. mathematischem Lernen</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ unterschiedliche Funktionen der Sprache: <ul style="list-style-type: none"> - Sprache als direkte Voraussetzung mathematischen Lernens - sprachliches Vorwissen als Entlastung von Arbeitsgedächtnisvorgängen - Sprache als Mediator der Einflüsse einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten auf mathematisches Lernen
--	---	---	---

Anmerkungen. MLA = mathematical low achievers; MAA = mathematical average achievers; MHA = mathematical high achievers; MD = mathematical learning difficulties; LD = linguistic learning difficulties; MD/LD = combined mathematical and linguistic learning difficulties; TA = typical achievers.

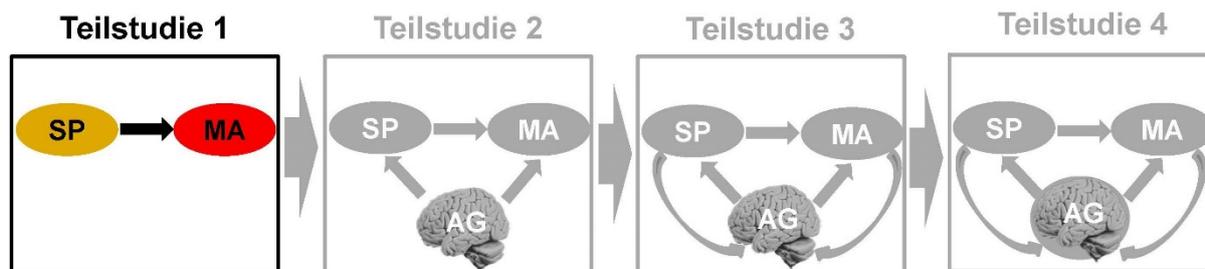


Abbildung 30. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Teilstudie 1.

Ziel der **ersten Studie** (Viesel-Nordmeyer, Schurig, Bos et al., 2019) war es, die *mathematische aber auch sprachliche Kompetenzentwicklung von Kindern mit unterschiedlichen mathematischen Voraussetzungen vom Vor- (5-6 Jahre) bis zum Ende des Grundschulalters (9-10 Jahre) zu betrachten*. Dazu wurde die Gesamtstichprobe der Kinder mittels der Daten vorschulischer Mathematikmessungen (4-5 Jahre) in leistungsschwache ($< -1 SD$), durchschnittlich leistende ($\geq -1 SD$ und $\leq 1 SD$) und leistungsstarke ($> 1 SD$) Kinder unterteilt. Erwartungsgemäß zeigten Kinder aus der Gruppe mit vorschulisch schwachen Mathematikleistungen im Vergleich zu Kindern, die den beiden anderen Gruppen zugeordnet sind, die schwächsten mathematischen Leistungen im Vor- und Grundschulalter. Auch die Leistungen im Wortschatz und der Grammatik scheinen bei vorschulisch mathematikschwachen Kindern im Vor- und Grundschulalter unterdurchschnittlich ausgeprägt. Die vorschulisch bestehenden mathematischen Leistungsdifferenzen zwischen den drei Gruppen blieben bis zum Ende des Grundschulalters nahezu bestehen. Folglich war es Kindern mit vorschulisch schwachen Mathematikleistungen im Verlauf des Grundschulalters nicht möglich, an die Mathematikleistungen der vorschulisch mathematikstärkeren Altersgenossen anzuschließen. Gleichzeitig wurde aber auch kein weiterer Leistungsabfall vorschulisch mathematikschwacher Kinder im Verlauf des Grundschulalters ersichtlich. In der Entwicklung der betrachteten sprachlichen Kompetenzen des Wortschatzes und der Grammatik zeigten sich abweichende Ergebnisse. In der Wortschatzentwicklung holten mathematikschwache Kinder ihre vorschulisch bestehenden Schwächen zu Teilen wieder auf. Anders in der Grammatik: Hier wurde beim Eintritt ins Grundschulalter ein deutlicher Leistungsabfall der mathematikschwachen Kinder im Vergleich zu ihren Altersgenossen deutlich.

Desiderat: Berichtete Ergebnisse wurden bezüglich der kognitiven Grundfähigkeit, des Geschlechts, des sozioökonomischen Status, der zuhause gesprochenen Sprache wie auch dem Vorliegen vorschulisch unterdurchschnittlicher Sprachleistungen kontrolliert. Unter Kontrolle der erwähnten Variablen bleibt es bedenklich, dass ein Aufholen mathematischer Leistungsunterschiede, welche vorschulisch zugrunde gelegt wurden, während des

Grundschulalters kaum möglich scheint. Zudem wirft speziell der Rückfall grammatikalischer Leistungen von Kindern mit vorschulisch unterdurchschnittlichen Mathematikleistungen Fragen auf. In Anlehnung an vorherige Untersuchungen von Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten (u. a. Geary, Hoard, Byrd-Carven, Nugent, & Numtee, 2007) können weitere Defizite der mathematikschwachen Kinder in der Leistungsfähigkeit des kognitiven Systems des Arbeitsgedächtnisses (vgl. Kapitel 2.3) erwartet werden. Aufgrund der Beteiligung des Arbeitsgedächtnisses an mathematischen, aber auch sprachlichen Lernprozessen (vgl. Kapitel 2.4), sollten Einflüsse einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten bei der Betrachtung sprachlicher und mathematischer Entwicklungsverläufe Berücksichtigung finden. Zudem scheint es sinnvoll, sprachliche und mathematische Entwicklungsverläufe spezifischerer Gruppen mit Lernschwächen zu betrachten, da nach aktuellen Studien die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses je nach vorhandener Lernschwäche (spezifische Sprachschwäche, spezifische Mathematikschwäche, kombinierte Schwäche sprachlicher und mathematischer Kompetenzen) deutlich variiert (vgl. Brandenburg & Hasselhorn, 2019).

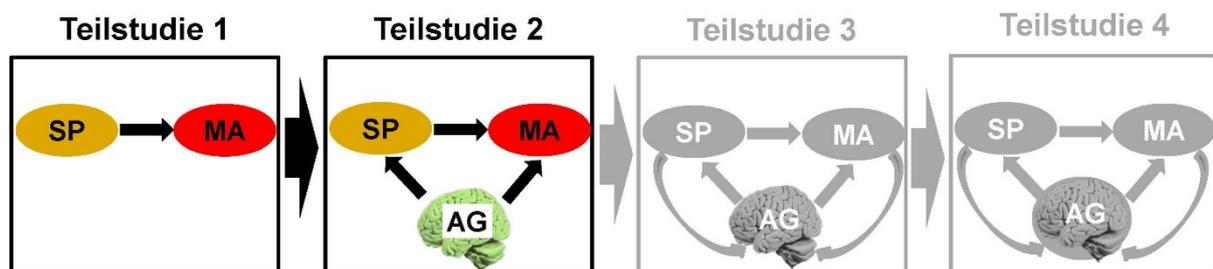


Abbildung 31. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 und 2.

Aufbauend auf dem Forschungsdesiderat der Teilstudie 1 wurde in **Teilstudie 2** (Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht) die *mathematische und sprachliche Entwicklung von Kindern mit spezifischen, kombinierten und ohne Lernschwierigkeiten vom Vorschulalter bis zum Ende des Grundschulalters betrachtet*. Die Gesamtstichprobe der Kinder wurde mittels der Daten vorschulischer Mathematik- (5-6 Jahre) und Sprachmessungen (gleichwertige Zusammenfassung von Wortschatz und Grammatik, 4-5 Jahre) unterteilt. Somit ergaben sich vier Gruppen von Kindern: Kinder mit spezifischen (Sprache oder Mathematik < -1 SD), kombinierten (Sprache und Mathematik < -1 SD) und ohne (Sprache und Mathematik ≥ -1 SD) Lernschwierigkeiten. Die mathematische und sprachliche Entwicklung der vier Gruppen wurde *ohne und mit Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses verglichen*. Zunächst zeigte sich, dass Kinder mit kombinierten Lernschwierigkeiten die schwächsten sprachlichen und mathematischen Leistungen im Vor- und Grundschulalter aufweisen, wenn das Arbeitsgedächtnis nicht

kontrolliert wird. Erwartungsgemäß folgten den Kindern der Gruppe mit kombinierten Lernschwierigkeiten in ihren Leistungen als jeweils zweitschwächste Gruppe a) die Kinder mit spezifischen mathematischen Lernschwierigkeiten im mathematischen Leistungsbereich sowie b) die Kinder mit spezifischen sprachlichen Lernschwierigkeiten im sprachlichen Leistungsbereich. Wiederholt – wie bereits in Teilstudie 1 (Viesel-Nordmeyer, Schurig, Bos et al., 2019) bei Betrachtung der mathematischen Entwicklung der Gruppen mit unterschiedlichen mathematischen Voraussetzungen – stellte sich der mathematische Entwicklungsprozess als nahezu kontinuierlich dar. Vorschulisch bereits vorhandene Gruppenunterschiede in den mathematischen Kompetenzen wurden bis zum Ende der Grundschulzeit nahezu beibehalten. Dagegen divergierten die Entwicklungsverläufe sprachlicher Kompetenzen: Für den Wortschatz schien es sowohl für Kinder mit spezifisch sprachlichen Lernschwierigkeiten wie auch mit kombinierten Lernschwierigkeiten möglich, die vorschulischen Defizite zu Teilen wieder aufzuholen. In der Grammatik wurde mit Eintritt ins Schulalter ein starker Leistungszuwachs bei Kindern mit spezifisch sprachlichen Lernschwierigkeiten ersichtlich. Kinder mit spezifisch mathematischen Lernschwierigkeiten aber zeigten erneut (vgl. Teilstudie 1; Viesel-Nordmeyer, Schurig, Bos et al., 2019) einen starken Abfall der Grammatikleistungen mit dem Schuleintritt. Unter Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses wurden abweichende Ergebnisse ersichtlich: Zunächst verminderten sich die Leistungsdifferenzen zwischen den Gruppen sowohl in den mathematischen wie auch in den sprachlichen Leistungen zu den einzelnen Messzeitpunkten. Speziell aber wirkte sich die Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses zugunsten von Kindern mit kombinierten Lernschwierigkeiten aus. Diese Gruppe von Kindern näherte sich in allen Leistungsbereichen deutlich an die vorschulisch stärkeren Kinder an. In den Mathematikleistungen erreichten Kinder mit kombinierten Lernschwierigkeiten gegen Ende des Grundschulalters sogar das Leistungsniveau der Kinder mit spezifisch mathematischen Lernschwierigkeiten. Zudem überholten Kinder der Gruppe mit kombinierten Lernschwierigkeiten im Vorschulalter sogar die Grammatikleistungen der zuvor besser leistenden Gruppe mit spezifisch sprachlichen Lernschwierigkeiten.

Desiderat: Es wurde deutlich, dass das Arbeitsgedächtnis zur Erklärung von Entwicklungsunterschieden mathematischer und sprachlicher Kompetenzen herangezogen werden kann. Zwar scheint die Leistungsfähigkeit dieses kognitiven Systems stärker mit den Leistungen von Kindern zusammenzuhängen, die unter kombinierten Lernschwierigkeiten leiden. Die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses scheint aber auch grundsätzlich in die Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen involviert. Die zusätzlich deutlich

werdende Verwobenheit zwischen sprachlichen und mathematischen Leistungen verlangt nach einer grundsätzlichen Klärung des Zusammenhangs aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – im Rahmen des hier fokussierten mathematischen Entwicklungsgeschehen.

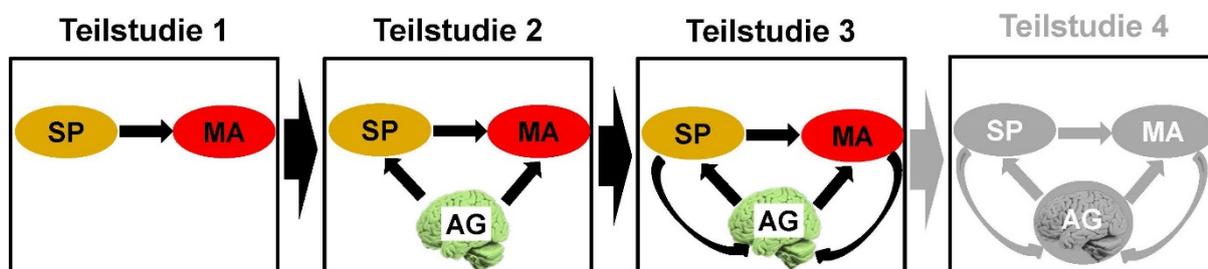


Abbildung 32. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 bis 3.

Mit primärem Fokus auf mathematischem Lernen wurde das in Teilstudie 2 offene Forschungsdesiderat zur grundsätzlichen Klärung des Zusammenhangs zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis in das Forschungsanliegen der **Teilstudie 3** (Viesel-Nordmeyer et al., 2020a) transferiert. Die Kontrolle ausgewählter Hintergrundmerkmale (kognitive Grundfähigkeiten, sozioökonomischer Status, Migrationshintergrund, Geschlecht, zuhause gesprochene Sprache, unterdurchschnittliche Sprachleistungen) ermöglichte eine grundsätzliche Klärung von Entwicklungsprozessen vom Vorschulalter bis zum Ende der ersten Klassenstufe. Der Einfluss sprachlicher Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung mathematischen Lernens wurden detailliert betrachtet. Bestehende *Interdependenzen zwischen allen drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – im Prozess mathematischen Lernens* wurden aufgedeckt. Zudem wurden Einflüsse sprachlicher Vorläuferfähigkeiten (phonologische Bewusstheit, frühe Buchstabenkenntnis) in das Entwicklungsgeschehen hinzugezogen. Die Analysen verdeutlichen, dass sprachliche Kompetenzen des Wortschatzes und der Grammatik längerfristig einen Einfluss auf mathematisches Lernen zu nehmen scheinen. Auch die frühe Buchstabenkenntnis scheint mathematische Leistungen bis ins frühe Schulalter zu beeinflussen. Dagegen hängen Leistungen der phonologischen Bewusstheit scheinbar nur mit mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter zusammen. Zudem zeigen sich altersabhängige Einflüsse der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten auf mathematisches Lernen. So beeinflusst die zentrale Exekutive direkt mathematische Leistungen im Vorschulalter, nicht aber der ersten Klassenstufe. Dagegen werden Einflüsse der phonologischen Schleife auf mathematische Leistungen im Vorschulalter einzig über sprachliche Vorläuferfähigkeiten und die zentrale Exekutive mediiert. Für mathematische Leistungen im

Schulalter aber stellt die phonologische Schleife einen direkten Prädiktor dar. Die Leistungsfähigkeit beider Arbeitsgedächtniskomponenten scheint zudem durch vorschulische Grammatikleistungen beeinflusst. Die Grammatikleistungen im Schulalter, welche für schulische Mathematikleistungen zudem bedeutend scheinen, werden durch die Leistungsfähigkeit der vorschulisch gemessenen Arbeitsgedächtniskomponenten vorhergesagt.

Desiderat: Das Zusammenspiel aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – im mathematischen Entwicklungsprozess ließ den Einfluss sprachlicher Kompetenzen innerhalb unterschiedlicher Zusammenhangskonstellationen der drei Komponenten deutlich werden. Dabei stellten sich einerseits sprachliche Kompetenzen als Mediatoren zwischen phonologischen Arbeitsgedächtnisleistungen und den vorschulischen Mathematikleistungen dar. Andererseits wurde ein wechselseitiges Zusammenspiel zwischen sprachlichen Kompetenzen der Grammatik und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses deutlich. Inwieweit ein wechselseitiges Zusammenspiel auch zwischen den mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses besteht und welche Rolle dabei sprachlichen Kompetenzen zukommt, konnte anhand der in Teilstudie 3 betrachteten Daten nicht beantwortet werden. Die beschriebene Forschungslücke zum Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses – unter Betrachtung der Rolle sprachlicher Kompetenzen – sollte im Rahmen des Gesamtprojekts noch abschließend geklärt werden.

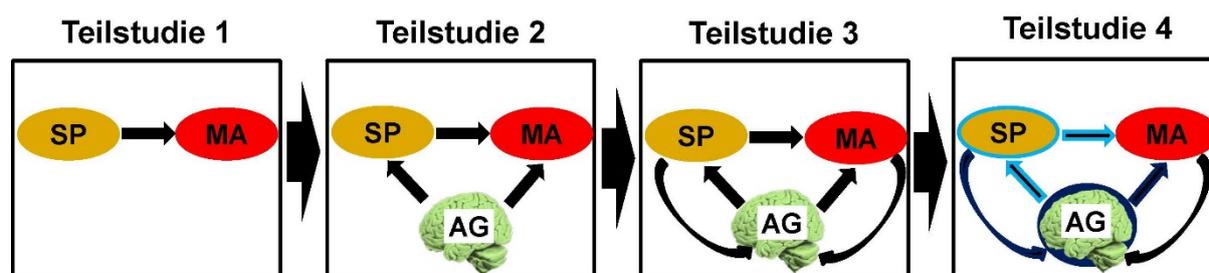


Abbildung 33. Akkumulativer Aufbau des Gesamtprojekts – Ineinandergreifen der Teilstudien 1 bis 4.

In **Teilstudie 4** (Viesel-Nordmeyer et al., 2020b) sollte eine *erweiterte Betrachtung des Zusammenspiels der drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – im Rahmen eines mathematischen Lernprozesses zwischen Vor- und Grundschulalter* erfolgen. Durch die Hinzunahme einer erweiterten Erhebungswelle (Entwicklungszeitraum 4-8 Jahre) im Vergleich zu Teilstudie 3 wurden die erwarteten Wechselwirkungen zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters ersichtlich. Zudem zeigte sich erneut, dass Leistungen der

Grammatik und des Arbeitsgedächtnisses wechselseitig miteinander in Beziehung stehen. Auch gaben die Ergebnisse eine vielfältige Rolle sprachlicher Kompetenzen innerhalb des interdependenten Zusammenspiels aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – zu erkennen. Dabei ließ sich speziell die Grammatik als bedeutend für die zugrundeliegenden Prozesse aller drei Komponenten im Rahmen mathematischen Lernens identifizieren. Einerseits scheint die Grammatik – im Vergleich zum Wortschatz – einen längerfristigen und stärkeren direkten Prädiktor für mathematisches Lernen darzustellen. Andererseits scheinen vorschulische Grammatikleistungen die Leistungsfähigkeit beider Komponenten des Arbeitsgedächtnisses (zentrale Exekutive, phonologische Schleife) zu prädiktieren, welche sich auf die mathematische wie auch sprachliche Leistungsfähigkeit im Grundschulalter auswirken. Die Leistungen der sprachlichen Kompetenzen im Grundschulalter scheinen wiederum mit dem mathematischen Lernprozess im Grundschulalter eng zusammenzuhängen. Letztendlich zeigen die Ergebnisse, dass die wechselseitigen Zusammenhänge zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und den mathematischen Kompetenzen zu Teilen über sprachliche Kompetenzen (phonologische Bewusstheit, Textverständnis) mediiert werden.

Desiderat: Auch durch die gewonnenen Ergebnisse der Teilstudie 4, welche das hier vorliegende Gesamtprojekt abschließen, konnten nicht alle interessierenden Fragen zum *Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen und mathematischem Lernen vom Vorschulalter bis zum Ende des Grundschulalters unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses* gelöst werden. Anschließend, an die im Folgenden integrierten Teilstudien der Kapitel 7-10, werden die offengebliebenen Fragestellungen im Rahmen der Gesamtdiskussion aufgegriffen und hinsichtlich zukünftiger Möglichkeiten neuer Forschungsansätze diskutiert (11.2.).

7 TEILSTUDIE 1

Viesel-Nordmeyer, N., Schurig, M., Bos, W., & Ritterfeld, U.. (2019). Effects of pre-school mathematical disparities on the development of mathematical and verbal skills in primary school children. [Special Issue on Mathematical Learning Difficulties]. *Learning Disabilities. A Contemporary Journal*, 17(2), 149-164.

Manuskript eingereicht: 01.09.2018

Manuskript angenommen: 19.09.2019

Onlineveröffentlichung: 19.11.2019

Dieser Artikel gibt die in der Zeitschrift "*Learning Disabilities. A Contemporary Journal*" veröffentlichte endgültige Fassung nicht genau wieder. Es ist keine Kopie des ursprünglich veröffentlichten Artikels und nicht zum Zitieren geeignet.

Diese Arbeit nutzt Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, <https://doi.org/10.5157/NEPS:SC2:8.0.1>. Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Effects of pre-school mathematical disparities on the development of mathematical and verbal

skills in primary school children

Nurit Viesel-Nordmeyer

Michael Schurig

Wilfried Bos

Ute Ritterfeld

TU Dortmund University, Germany

Contact Information:

Nurit Viesel-Nordmeyer

Institute for School Development Research

TU Dortmund University

Vogelpothsweg 78

Dortmund, Northrhine-Westfalia, 44227

Germany

Phone: 0049-231-7555592

E-mail: nurit.viesel@tu-dortmund.de

Abstract

Based on longitudinal data ($n = 338$) from the German National Educational Panel Study (NEPS) competence development (mathematics and language) of three groups with different mathematical preconditions ($\pm 1 SD$) were compared between age 4 to 10. Groups were composed by first measurement of mathematical achievement in pre-school age (5/6 years). First, further mathematical development of the groups was investigated up to grade 4 of primary school. Second, group differences in grammar and vocabulary between pre-school and primary school children were explored. Results show a consistent development of mathematical competence in all three groups from pre-school age until 4th grade. Children with low mathematical achievement measured in pre-school age were not able to overcome these deficits during primary school. In contrast, vocabulary development of the three groups varies over time: Within the group with low mathematical achievement measured in pre-school age their similarly weak vocabulary skills caught up with the vocabulary achievements of the other two groups during the following school years. For grammar, the small group-related differences in pre-school become even more pronounced in grade 1. The results contribute to a better understanding of the complex dynamic interrelationship between the development of linguistic and mathematical skills in K-4 and are discussed with respect to the importance of early mathematical promotion.

Keywords: mathematical learning requirements, mathematical low achievers, group differences, mathematical development, language development.

Introduction

About 10 % of students show persistent low achievement in mathematics (MLA) and 7 % receive the diagnosis of a mathematical learning disability (MLD) (Geary, 2011). Apart from brain-based problems, mathematical difficulties are usually discovered during primary school (Lorenz, 2014). However, recent research indicates that the occurring mathematical problems are mostly based on deficits that already emerge in preschool (Viesel-Nordmeyer, Bos, & Ritterfeld, 2018). Difficulties in acquiring so called early mathematical basic skills – like the numeral concept – seem to persist, sometimes even intensify in school and cause a barrier for the acquisition of more advanced mathematical skills (Krajewski, 2014). Consequently, the number of children diagnosed with low mathematical performance increases from primary to secondary school (National Center for Education Statistics, 2018). Secondary school students with mathematical problems often still display difficulties in their early mathematical skills (National Mathematics Advisory Panel, 2008).

Research also indicates combined weaknesses in mathematics and linguistic skills such as reading or orthography in primary school (Fischbach et al., 2013), which point to a strong relationship in the acquisition of mathematical and linguistic skills. Children's linguistic skills are linked to their mathematical development during school time as well as to early mathematical acquisition (LeFevre, Fast, Skwarchuk, Smith-Chant, & Bisanz, 2010). Krajewski (2014) explained the role of language for the development of early mathematical skills with its close relationship to numerical understanding, counting ability and the even preceding concept of number words. For pre-school age, Negen and Sarnecka (2012) found a positive association for children's number-concept acquisition and their general vocabulary skills. Focusing on primary school age, van der Walt (2008) also confirmed the importance of vocabulary knowledge for students' mathematical development. However, similar results were also shown for the relationship between grammar and mathematical skills in preschool

(Kleemans, Peters, Segers, & Verhoeven, 2012) and (partially) in primary school (Paetsch, 2016). These results questioning the assumption of an association of verbal and mathematical skills are merely based in semantics. Thus, Kleemans et al. (2012) argued for a joint principle of recursion. In primary school, Paetsch (2016) found for both linguistic skills – vocabulary and grammar – close relationships with mathematical specific language, which represent an important linguistic register for mathematical education in school.

The significant role of language in mathematics is particularly evident in children with linguistic limitations either as the result of a specific language impairment (SLI), second language acquisition or a lower socioeconomic background. Children with SLI display an average standard score on the development of early mathematical skills of more than 1 *SD* below the population mean at repeated time points (Durkin, Mok, & Conti-Ramsden, 2013). Studies also revealed an increasing performance degradation in mathematical skills for children with little improvement in language. Similar influences on the ongoing mathematical development were shown for second language learners (Paetsch, 2016). In addition, there is evidence that the degree of early mathematical skills is predicted by the extent and quality of parental speech in number talk (Mix, Sandhofer, Moore, & Russell, 2011). The importance of linguistic input – which is related to the socioeconomic background – was also found relevant for mathematical performance in school (Hoeft, Wendt, & Kasper, 2015).

More specifically, Bonifacci, Tobia, Bernabini and Marzocchi (2016) investigated the contribution of linguistic skills on mathematics in comparing mono- and bilingual children during pre-school age. Bilingual children performed only weaker in mathematical skills with a verbal component like the semantic knowledge of digits in contrast to mathematical skills with a non-verbal component such as quantity comparison.

Learning disability research displays several longitudinal studies which give diverging evidence to further development of children with mathematical learning disabilities or

mathematical low achievers. For example, a comparison of children with different mathematical weaknesses (MLA, MLD) from 1st to 5th grade revealed increasing performance differences within both groups and in comparison to their typical achieving peer group (TA) over time (Geary, 2011). Spanning 5 to 7 years, Jordan, Wylie and Mulhern (2015) compared the mathematical development of children with mere mathematical deficiencies and those, who showed additional linguistic deficits. Both groups displayed very similar patterns of development on all measured mathematical tasks. Independently of the linguistic task proximity, the temporal course of their performance distance to their TA varied between steady, rising and diverging. Results of a comparable study of older children in primary school age (2nd to 3rd grade) revealed a different picture (Jordan & Hanich, 2003): Children with only mathematical deficits and those with combined deficits approximated the mathematical level of their typical achieving peers. During this process, children with only mathematical deficits perform also better over time. The reason for such difference in results is not yet fully understood. Some authors point to differences in aging (Jordan et al., 2015). Additional studies including a broader age range could provide further insights into the developmental processes. Moreover, few studies of students with a pre-school history of speech-language impairment (SLI) (Snowling, Adams, Bishop, & Stothard, 2001) indicate a partial catch up of originally underlying weaknesses. At the same time, the authors also controlled for mathematical performances. Despite much better performance in mathematics for several children with resolved SLI than with persistent SLI, children with resolved SLI continued to lag behind their non-SLI peers. For children with mathematical impairment, we are still lacking similar studies addressing the development of both school achievements – linguistics and mathematics. Furthermore, the investigation of 7-year-old children with and without a history of late language emergence at 24 months fundamentally questions general linguistic catch ups (Rice, Taylor, & Zubrick, 2008). Results of this study bear a particular

retention of linguistic weaknesses in syntax and morpho-syntax, but not in vocabulary or semantics. This is particularly interesting as semantics are most often associated with mathematics as described above.

With the present study we aim to examine mathematical and linguistic competence development (2nd year of kindergarten till 4th grade of primary school) of children with different levels of mathematical achievement, measured in pre-school age in more detail. Considering linguistic and socioeconomic background, we will investigate how the development of mathematical competencies of children with low mathematical achievements measured in preschool age differs in comparison to the development of children with higher mathematical achievement. In addition, it will be examined, what kind of linguistic development (vocabulary and grammar) children with a low level of mathematical achievement at preschool age show in school-age. For both parts of our research, we propose – based on reported research – influences of linguistic and socioeconomic background. Sex-related effects on mathematics (Samuelsson & Samuelsson, 2016) as well as linguistics (Schlitter & McElvany, 2018) will be controlled.

Method

Participants

The study draws from group 3 of starting cohort 2 (SC2) from the German National Educational Panel Study (NEPS) (Blossfeld, Roßbach, & von Maurice, 2011). This longitudinal data set ($n = 359$)⁷ includes competence data collected annually from age of 4/5 years (starting point: winter 2010/2011) until 4th grade of primary school (9/10 years) (Steinhauer, Zinn, Christoph, & Goßmann, 2016). Data of children with deficits in nonverbal

⁷ Due to shortage of time, grammar test were interrupted prematurely in 12.9 % of the test group at the first measurement time point (2012) (NEPS, 2014). After subgroup control, the abandonment of the test must be attributed to a systematic problem. Considering those cases with existing indications for the described test failure, the total sample of group 3 (originally $N = 431$) had to be reduced.

intelligence ($-1,5 SD$) were excluded. A total of 338 children was included in the analyses (female: 53.3 %). Children were categorized in three groups according to their level of mathematical competence measured in pre-school age (5/6 years): “mathematical low achievers (MLA; $n = 44$)” (children who were lower than $-1 SD$), “mathematical average achievers (MAA; $n = 251$)” (children between -1 and $+1 SD$) and “mathematical high achievers (MHA; $n = 43$)” (children who were above $+1 SD$).

Measures

Competence tests were conducted in single (preschool) respectively in small group settings (primary school). Data was linked using anchor-item or anchor-group design depending on susceptibility to memory effects (Fischer, Rohm, Gnamb, & Carstensen, 2016). For background information, parents as well as kindergarten/school teacher's questionnaires were used. The indicated internal consistency using Cronbach's alpha (α) refers to the selected sample ($n = 338$).

Language: Language was measured through listening comprehension at word (vocabulary) and sentence level (grammar). A German research version of the *Peabody Picture Vocabulary Test* (PPVT; Dunn & Dunn, 2007) was used to assess the *receptive vocabulary* at three time points (preschool with 4/5 years, 1st and 3rd grade in primary school) ($t1: \alpha = .91$; $t2: \alpha = .85$; $t3: \alpha = .84$). A shortened version of the German version of the *Test for Reception of Grammar* (TROG-D; Fox, 2006) was used to measure *receptive grammatical competence* in kindergarten (4/5 years) and 1st grade of primary school (6/7 years) ($t1: \alpha = .87$; $t2: \alpha = .82$). Language scales in NEPS are operationalized as sum scores, except for one case of grammar. These individual sum scores were standardized to display the following figures.

Mathematics: The mathematical testing applied by NEPS based on the idea of *mathematical literacy* (Stacey & Turner, 2015) as well as the curricular standards in STEM

(Kultusministerkonferenz, 2003). Measured *mathematical competencies* can be assigned to subareas like arithmetic or geometry. The test with picture-based answer format was applied first in pre-school age (5/6 years) and repeated in 1st, 2nd and 4th grade of primary school (t1: $\alpha = .79$; t2: $\alpha = .77$; t3: $\alpha = .78$; t4: $\alpha = .74$).

Linguistic competence level: As in the group-variable for mathematics, children of the whole sample ($n = 338$) were categorized in three groups according to their level of linguistic competencies. The categorization for group-classification was based on the sum of vocabulary and grammar competencies, measured in pre-school age (4/5 years). The *linguistic competence level* variable was coded as 1 = “low linguistic achievement” (linguistic competence level lower than $-1 SD$), 2 = “average linguistic achievement” (linguistic competence level between ≥ -1 and $\leq 1 SD$) and 3 = “high linguistic achievement” (linguistic competence level above $+1 SD$).

Background variables: The cohort profile of starting cohort 2 gives information about two of the background variables of interest: *German as main domestic language* (0 = No/1 = Yes) and the sex of children (1 = male/2 = female). Information was summarized from parent and teacher reports. The parents’ questionnaire provides indicators of the socioeconomic status represented as the *Highest International Socio-Economic Index of Occupational Status* based on ISEI-08 (Ganzeboom, 2010).

Data Analyses

For a first overview of the group differences, descriptive statistics for each group were calculated in addition to the general statistic of the sample (see Table 1). Univariate analyses of variance (ANOVAs) were computed for group-related differences between the dependent variables as well as the socioeconomic status (SES). Further, χ^2 tests were performed for group comparisons for utilized covariates. Pearson’s correlation analyses were used to uncover relationships between linguistic and mathematical variables (see Table 3). Several

repeated measurement ANOVAs (mathematics, vocabulary, grammar) with the three groups (group 1: MLA, group 2: MAA, group 3: MHA) as between-subject factor have been performed. Number of repeated measurements of each ANOVA varied depending on the available data between two to four time points. The covariates linguistic competence level (LING), German as main-domestic-language (GERM), socioeconomic status (SES) and sex were included as within-subject factors. The level of significance was established at $p < .05$.

Results

Table 1 displays means vs. frequencies, standard deviations and comparisons of the used variables included in ANOVAs resp. χ^2 tests. Using ANOVAs, significant group-related differences ($p < .001$) were revealed for the dependent variables of mathematics and linguistics (vocabulary and grammar) between all groups (Tamhane-adjusted). For the effect of socioeconomic background (SES), used as covariate, LSD post-hoc test revealed significant differences for comparison of MLA and MAA (-9.82, 95 % – CI [-15.94, -3.70]) as well as MLA and MHA (-8.20, 95 % – CI [-16.01, -.40]) χ^2 testing bared also significant effects for the linguistic covariates GERM ($p < .001$) and LING ($p < .010$). In contrast, χ^2 test produced no significant differences ($p > .05$) in group comparison for sex.

Table 1
Descriptive statistics per group

	MLA (<i>n</i> = 44)	MAA (<i>n</i> = 251)	MHA (<i>n</i> = 43)	Total (<i>n</i> = 338)	
	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>F</i>
Vocabulary (MTP 1)	0.53 (0.18)	0.69 (0.13)	0.77 (0.06)	0.68 (0.14)	37.17***
Vocabulary (MTP 2)	0.51 (0.14)	0.64 (0.13)	0.74 (0.09)	0.64 (0.14)	21.89***
Vocabulary (MTP 3)	0.55 (0.14)	0.65 (0.12)	0.72 (0.08)	0.65 (0.12)	15.91***
Grammar (MTP 1)	0.58 (0.15)	0.70 (0.12)	0.79 (0.10)	0.69 (0.14)	19.21***
Grammar (MTP 2)	0.59 (0.14)	0.74 (0.12)	0.84 (0.09)	0.73 (0.14)	25.96***
Mathematics (MTP 1)	-1.18 (0.43)	0.43 (0.56)	2.14 (0.63)	0.43 (1.01)	384.20***
Mathematics (MTP 2)	0.58 (0.99)	1.69 (0.97)	2.97 (1.02)	1.71 (1.15)	63.67***
Mathematics (MTP 3)	1.27 (0.87)	2.40 (0.98)	3.81 (1.03)	2.43 (1.17)	73.16***
Mathematics (MTP 4)	3.58 (0.95)	4.66 (1.00)	5.79 (0.83)	4.66 (1.12)	54.10***
SES	44.82 (17.36)	54.64 (18.17)	53.02 (16.16)	53.25 (18.04)	4.98**
	% (<i>n</i>)	% (<i>n</i>)	% (<i>n</i>)	% (<i>n</i>)	χ^2
LING					62.40***
low	47.7 (21)	10.5 (26)	2.3 (1)	14.3 (48)	
average	50 (22)	79.4 (197)	67.5 (29)	74.0 (248)	
high	2.3 (1)	10.1 (25)	30.2 (13)	11.6 (39)	
GERM					11.44**
no	15.9 (7)	4.0 (10)	2.3 (1)	5.3 (18)	
yes	84.1 (37)	96.0 (241)	97.7 (42)	94.7 (320)	
Sex					1.39
male	40.9 (18)	46.6 (117)	53.5 (23)	46.7 (158)	
female	59.1 (26)	53.4 (134)	46.5 (20)	53.3 (180)	

Notes. Descriptive statistics with comparison between groups. MTP = Measurement time point. SES = Socioeconomic status; LING = Linguistic competence level; GERM = German as main-domestic language; *F* = F-Statistics (ANOVA); χ^2 = Chi-square test; * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$.

Additional Pearson's correlations showed a relationship between the both linguistic covariates GERM and LING ($r = .35$; $p < .01$) as well as a clearly lower relationship with the mathematical group variable for GERM ($r = .15$; $p < .01$) than for LING ($r = .37$; $p < .01$). Table 2 provides a summary of the relationships between the both linguistic covariates. 29.2 % of children with low linguistic competencies also showed a presumptive second language acquisition. The residual 70 % must trace back on further problems. More so, 47.7 % of children with MLA present low linguistic competencies. However, the classification of MLA results in a group composition with 15.9 % of children whose main domestic language is not German. Further analyses showed that most of them (75 %) were also characterized by a below-average SES. In MLA, 5.3 % with a low linguistic competence level showed only a below-average SES and further 10.4 % is characterized by a below-average SES without linguistic limitations.

Table 2

Relationships between the linguistic covariates

	GERM	
	no (5.4 %)	yes (94.6 %)
Linguistic competence level (LING)	% (<i>n</i>)	% (<i>n</i>)
low (14.3 %)	29.2 (14)	70.8 (34)
average (74 %)	1.6 (4)	98.4 (244)
high (11.6 %)	0.0 (0)	100 (39)

Notes. Percentages are specified as row percentages. GERM = German as main domestic language.

Using the whole sample ($n = 338$), Pearson's correlations were conducted to explore relationships between mathematical and linguistic dependent variables. As can be seen in Table 3, presented correlations point to very robust connections between linguistic and mathematical competencies over time. All linguistic variables (vocabulary and grammar) of

the separate measurement time points (MTPs) are closely related to all separate mathematical variables ($p < .01$) in a range from $r = .40$ to $r = .53$ and an average correlation coefficient of $r = .47$, $p < .01$.

Table 3

Pearson Product-Moment Correlations of linguistic and mathematical measures (n = 338)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 Vocabulary (MTP 1)								
2 Vocabulary (MTP 2)	.74**							
3 Vocabulary (MTP 3)	.65**	.72**						
4 Grammar (MTP 1)	.66**	.60**	.51**					
5 Grammar (MTP 2)	.57**	.63**	.60**	.57**				
6 Mathematics (MTP 1)	.51**	.49**	.45**	.47**	.53**			
7 Mathematics (MTP 2)	.47**	.48**	.49**	.50**	.54**	.66**		
8 Mathematics (MTP 3)	.44**	.43**	.42**	.47**	.50**	.67**	.71**	
9 Mathematics (MTP 4)	.38**	.47**	.40**	.42**	.55**	.66**	.62**	.69**

Notes. MTP = measurement time point, * $p < .05$, ** $p < .01$. Correlations between mathematical and linguistic variables were emphasized

Figure 1 displays a nearly consistent increase of mathematical achievement of all three groups over time. Repeated measurement ANOVAs of mathematical development (see Table 4) demonstrated a persistent main effect of measurement time points (MTPs) during the gradual addition of the proposed covariates (LING, GERM, SES, sex). The effect size in the model ($F(3, 933) = 2357.33$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .88$) decreased with the addition of LING ($F(2.98, 908.673) = 114.61$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .27$). This covariate showed a significant main effect ($F(1, 305) = 42.49$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .12$) in addition to a small interaction effect with MTPs ($F(2.979, 908.673) = 5.28$, Huynh-Feldt-adjusted $p = .001$, $\eta_p^2 = .02$). Furthermore, there was a significant main effect of groups ($F(2, 309) = 142.57$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .48$) as well as a significant interaction between groups and MTPs which occurred $F(6, 927) = 6.13$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .04$. Pairwise post-hoc comparisons (LSD-corrected) revealed significant differences ($p < .001$) between all groups (MLA x MAA: $-1.21 - CI [-1.44, -.98]$; MAA x MHA: $-1.41 - CI [-1.65, -1.17]$; MLA x MHA: $-2.62 - CI [-2.92, -2.31]$). SES showed also a significant main effect ($F(1, 287) = 34.34$, $p = .000$, $\eta_p^2 = .11$) as well as a small significant

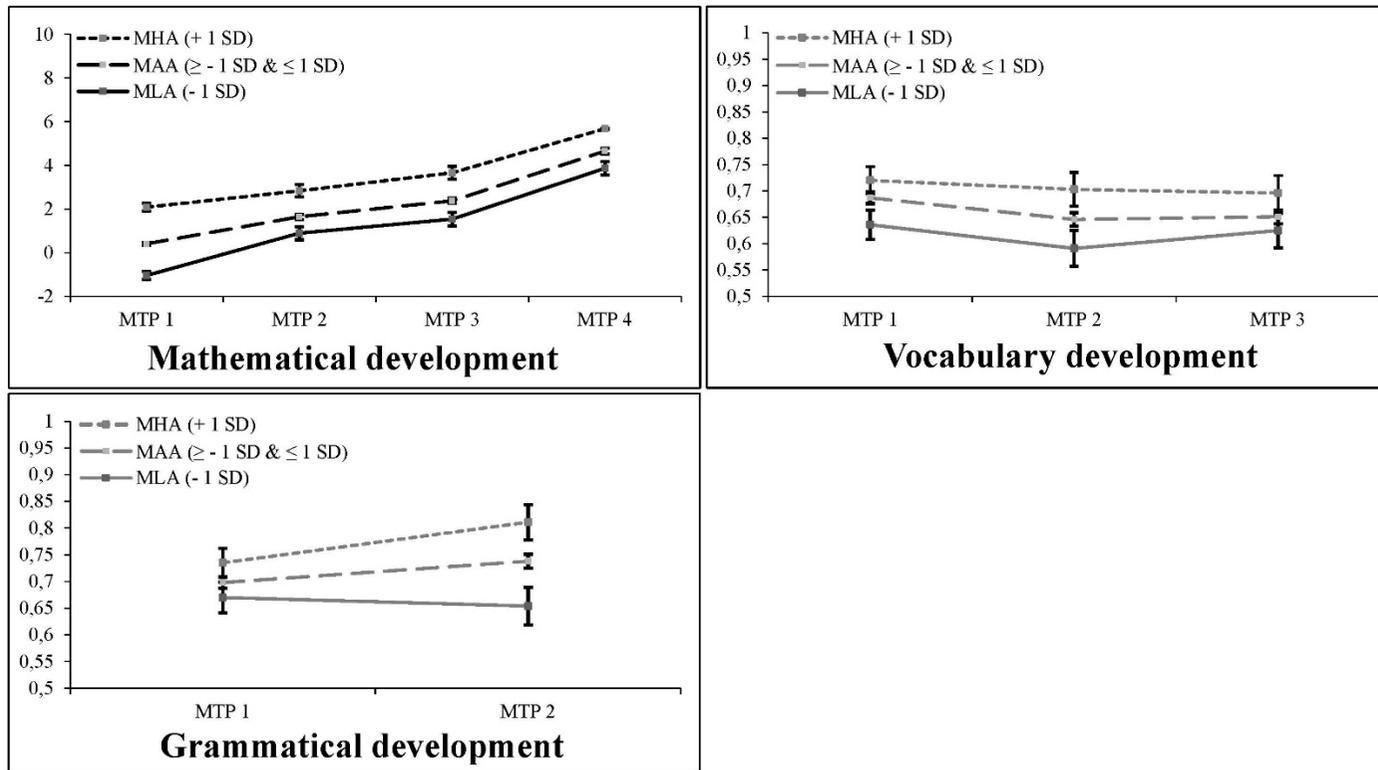


Figure 1: Comparison of mathematical development (K-4), vocabulary development (K-3) and grammatical development (K-1) between three groups with different mathematical requirements (+/- 1 SD) incl. 95% C.I.

interaction with MTPs ($F(2.979, 854.848) = 5.98$, Huynh-Feldt-adjusted $p = .001$, $\eta_p^2 = .02$). The other covariates showed non-significant effects. Additional computed univariate ANOVAs showed influences for SES as well as LING of all MTPs. The effect sizes for SES as well as LING are significantly larger for the MTPs in primary school (SES: t2: $\eta_p^2 = .09^{***}$; t3: $\eta_p^2 = .04^{***}$; t4: $\eta_p^2 = .09^{***}$; LING: t2: $\eta_p^2 = .07^{***}$; t3: $\eta_p^2 = .07^{***}$; t4: $\eta_p^2 = .04^{***}$) than for pre-school-age (SES: t1: $\eta_p^2 = .03^{**}$; LING: t1: $\eta_p^2 = .02^{**}$). With controlled influence of GERM on LING, separate ANOVAs excluding LING as covariate were computed. Repeated measurement ANOVA revealed no significant effect of GERM. Instead of LING, univariate ANOVA for the first MTP of mathematics bore a significant but low effect of GERM ($F(1.313) = 4.704$, $p = .031$, $\eta_p^2 = .02$).

Figure 1 visualizes the development of linguistic competence differences (vocabulary and grammar) between the three groups over time. Since linguistic data was only provided as separate sum scores the development of linguistic competencies should be interpreted by the change of the differences between the groups at each time point.

As can be seen in the figure, vocabulary building pointed to decreasing differences between groups during primary school. The separately computed ANOVAs of the three MTPs for vocabulary (see Table 5) confirmed this assumption (t1 Brown-Forsythe corrected). Furthermore, language played a more prominent role in preschool than in primary school years: In the age of 4/5 years (t1), GERM elicited significant effects ($F(1, 315) = 46.94$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .13$) besides LING ($F(1, 315) = 237.67$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .43$). In primary school years (t2 and t3) the effect of LING decreased during a complete loss of the GERM in first school year. Controlling excluded LING showed significant but considerably smaller effects of GERM for all time points (t1: $F(1, 310) = 75.67$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .20$; t2: $F(1, 313) = 16.25$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .05$; t3: $F(1, 300) = 18.23$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .06$). In addition, the general ANOVAs (see Table 5) revealed a small effect of SES in primary school. Furthermore, results

Table 4

Repeated measures ANOVA of the four measurement time points of mathematic competencies (K-4th)

	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$
Mathematics	.88 (2357.33***)	.81 (1283.66***)	.27 (114.611***)	.21 (78.92***)	.15 (50.72***)	.10 (31.99***)
Mathematics*Group	–	.04 (6.13***)	.05 (7.99***)	.05 (7.85***)	.05 (7.64***)	.05 (7.60***)
Mathematics*LING	–	–	.02 (5.28***)	.02 (5.64***)	.02 (4.46**)	.02 (4.55**)
Mathematics*GERM	–	–	–	.00 (.44)	.01 (1.92)	.01 (1.94)
Mathematics*SES	–	–	–	–	.02 (5.98***)	.02 (5.38***)
Mathematics*Sex	–	–	–	–	–	.01 (1.80)

Notes. Repeated measures ANOVA with gradual addition of the covariates. LING = Linguistic competence level; GERM = German as main-domestic language; SES = socioeconomic status; $n = 338$; η_p^2 = partial eta-squared; F = F-Statistics; * = $p \leq .05$, ** = $p \leq .01$, *** = $p \leq .001$.

Table 5.

Linguistic development (vocabulary and grammar) from pre-school age (4/5 years) till 3rd grade of primary school (8/9 years)

Vocabu- lary	<i>MTP 1</i>	<i>MTP2</i>	<i>MTP3</i>
Model	$F(6, 315) = 94.24, p < .001, \eta_p^2 = .65$	$F(6, 315) = 42.49, p < .001, \eta_p^2 = .45$	$F(6, 303) = 27.88, p < .001, \eta_p^2 = .36$
Group	$F(2, 315) = 9.10, p < .001, \eta_p^2 = .06$	$F(2, 315) = 10.58, p < .001, \eta_p^2 = .06$	$F(2, 303) = 5.23, p < .006, \eta_p^2 = .03$
LING	$F(1, 315) = 237.67, p < .001, \eta_p^2 = .43$	$F(1, 315) = 108.65, p < .001, \eta_p^2 = .26$	$F(2, 303) = 69.58, p < .001, \eta_p^2 = .19$
GERM	$F(1, 315) = 46.94, p < .001, \eta_p^2 = .13$	$F(1, 315) = 2.53, p = .112, \eta_p^2 = .01$	$F(1, 303) = 5.46, p = .020, \eta_p^2 = .02$
SES	$F(1, 315) = 2.89, p = .090, \eta_p^2 = .01$	$F(1, 315) = 10.92, p < .001, \eta_p^2 = .03$	$F(1, 303) = 6.35, p = .012, \eta_p^2 = .02$
Sex	$F(1, 315) = 4.00, p = .046, \eta_p^2 = .01$	$F(1, 315) = 0.02, p = .963, \eta_p^2 = .00$	$F(1, 303) = .54, p = .464, \eta_p^2 = .00$
Grammar	<i>MTP 1</i>	<i>MTP2</i>	
Model	$F(6, 315) = 70.85, p < .001, \eta_p^2 = .58$	$F(6, 315) = 36.45, p < .001, \eta_p^2 = .41$	
Group	$F(2, 315) = 5.20, p = .006, \eta_p^2 = .03$	$F(2, 315) = 20.19, p < .001, \eta_p^2 = .12$	
LING	$F(1, 315) = 251.68, p < .001, \eta_p^2 = .45$	$F(1, 315) = 63.05, p < .011, \eta_p^2 = .17$	
GERM	$F(1, 315) = 6.06, p = .014, \eta_p^2 = .02$	$F(1, 315) = .14, p = .713, \eta_p^2 = .00$	
SES	$F(1, 315) = 1.58, p = .210, \eta_p^2 = .01$	$F(1, 315) = 18.41, p < .001, \eta_p^2 = .06$	
Sex	$F(1, 315) = 1.24, p = .267, \eta_p^2 = .00$	$F(1, 315) = 10.73, p < .001, \eta_p^2 = .03$	

Notes. Univariate ANOVAs. GERM = German as main-domestic language; LING = Linguistic competence level. $n = 338$; * = $p \leq .05$, ** = $p \leq .01$, *** = $p \leq .001$.

of changing differences between the several MTPs based on mean difference tests (Bonferroni corrected) under consideration of the covariates proved visualized tendencies of approach for MLA. In contrast to changes in differences between MAA and MHA (t1: .033; t2: .057; t3: .045), the comparison of vocabulary performance between MLA and MAA (t1: .051; t2: .055; t3: .026) as well as MLA and MHA (t1: .084; t2: .112; t3: .071) pointed to a catch up of the lower vocabulary performance from pre-school age.

Grammar, which was only collected since 1st grade of primary school, shows a different picture (see Figure 1): By having a significant main effect of the models for both MTPs (see Table 5), the computed differences under consideration of the covariates indicated stronger impairment for grammar performance of MLA in comparison to MAA (t1: .028; t2: .084) and MHA (t1: .065; t2: .157) as well as MAA to MHA (t1: .037; t2: .073). As seen in Table 5, univariate ANOVAs showed an increasing main effect of group between 2nd year of Kindergarten (4/5 years) and 1st grade of primary school (6/7 years) (t2 Brown-Forsythe corrected). Language showed a very large significant effect in preschool while supporting a large effect in 1st grade. In this measurement time point, SES as well as sex also revealed significant effects of the comparison of grammar performance.

Discussion

Main objective of the presented study was to examine whether children with weak mathematical pre-school skills are able to catch up within primary school compared to their peers. In addition, the linguistic (vocabulary and grammar) development of these children was studied in comparison to the development of children with higher mathematical performance. In this process, influences of linguistic and socioeconomic background characteristics could be identified. Sex-dependent influences were controlled.

From pre-school age to 4th grade of primary school, data showed a nearly consistent persistence of mathematical differences between mathematical low achieving children and

children with higher mathematical achievement. In line with recent research (Geary, 2011), this developmental pattern could be attributed to both, a parallel occurrence of (partial) catch ups and a persistence in mathematical development of low achieving individuals. Both indicate that, in general, pre-school deficits in mathematics are usually not compensated through school instruction. Regarding language development we find a more complex pattern in children with a history of pre-school mathematical limitations with respect to vocabulary and grammar. Children with weak mathematical skills seem able to overcome deficits of pre-school vocabulary weaknesses. For grammatical achievements, however, the gap to their peers appears to widen. These results go along with the above cited study which investigated the development of children with language limitations in early childhood (Rice et al., 2008). The timing of the gap between high and low achievers within the present study (6/7 years) is consistent with the neuropsychological reasoning (CITE). At that age, the window for best obtainment of grammatical abilities starts to narrow (Markowitsch & Weltzer, 2010).

The observation that language is strongly related to mathematical skills was not only confirmed with correlations for the vocabulary and grammar skills at several time points. In agreement with previous studies (Fischbach et al., 2013) half of the children with low mathematical competencies were also characterized by low linguistic competencies. These linguistic skills also had an impact on the mathematical development over time. 23 % of children with low linguistic competencies in MLA showed a low level of German as main domestic language and/or the socioeconomic background simultaneously. Our results point to the importance of the environmental influences like the parental input (Hoeft et al., 2015). Influences of pre-school linguistic competencies on the development of vocabulary and grammar decreased over time while maintaining a high level. Besides, the socioeconomic family background grew more meaningful during school. The influence of this background variable of the access to education in Germany was already shown in large scale student assessments like IGLU or TIMSS (Hoeft et al., 2015). For the presented study, both

influences in mathematics, linguistics and socioeconomic background, increased their power over time. In agreement with other studies (Schlitter & McElvany, 2018), grammar skills in school also point to (in this study small) sex-specific influences of academic vocabulary skills.

Although the present investigation is the currently best compromise between approximately representative national panel data and the requirements to answer questions within the mathematical and linguistic development of children with a pre-school history of mathematical impairment in more detail, some issues remain unclear. Due to the fact that the competence scores of the available data (NEPS) were not uniformly anchored throughout, it was not possible to calculate a growth curve model. Additional problems arose from the complexity of the model, so that the sample size was not sufficient for ample model identification. Further analyses based on longitudinal large-scale data with ideally equal groups of mathematical preconditions would make it possible to specifically identify which development patterns at the individual child level underlie the persistent development of mathematical skills. Although the results reached significance some effect sizes were rather small. Therefore, the level of relevance, particularly of practical relevance, can only be estimated to a limited extent. Also, the available data did not allow controlling for possibly existing differences of patterns through different mathematical task types. In addition, it was not possible to conclusively clarify in which specific skills besides linguistics children with lower mathematical achievement failed solving applied mathematical tasks. Research results of reduced activations in numerical and verbal brain regions by mathematically low achieving children (Berteletti, Prado, & Booth, 2014) as well as a reduced performance of working memory by children characterized by mathematical and/or linguistic weaknesses (Geary, 2011) could contribute to this clarification. Based on the presented study, further research should pay attention to such cognitive abilities.

In summary, the presented study contributes to the identification of relationships

between underlying mathematical and linguistic deficits in children moving from preschool through primary education. In line with the current educational debate, special attention should be paid to language in mathematics not only in school but already in kindergarten resp. pre-school years. The solid impact of early mathematical weaknesses on later school achievements demands closer attention on school and especially pre-school promotion of mathematical basic skills. It will be certainly profitable to take approaches into consideration that focus on existing gaps in preschool education (Krajewski, 2014). As the tremendous impact of language – vocabulary and grammar – on mathematical acquisition is recognized we might be able to better address educational inequalities resulting from educational and linguistic backgrounds of children.

References

- Berteletti, I., Prado, J., & Booth, J. R. (2014). Children with mathematical learning disability fail in recruiting verbal and numerical brain regions when solving simple multiplication problems. *Cortex*, *57*, 143–155.
- Blossfeld, H.-P., Roßbach, H.-G., & Maurice, J. von. (2011). Education as a lifelong process. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *14*, 19-34.
- Bonifacci, P., Tobia, V., Bernabini, L., & Marzocchi, G. M. (2016). Early literacy and numeracy skills in bilingual minority children. Toward a relative independence of linguistic and numerical processing. *Frontiers in Psychology*, *7*. doi: 10.3389/fpsyg.2016.0120
- Dunn, L. M. & Dunn, D. M. (2007). *Peabody Picture Vocabulary Test, Fourth Edition (PPVT-4)*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Durkin, K., Mok, P. L. H., & Conti-Ramsden, G. (2013). Severity of specific language impairment predicts delayed development in number skills. *Frontiers in Psychology*, *4*, 1–10.
- Fischbach, A., Schuchardt, K., Brandenburg, J., Kleszczewski, J., Balke-Melcher, C., Schmidt, C. et al. (2013). Prävalenz von Lernschwächen und Lernstörungen. Zur Bedeutung der Diagnosekriterien [Prevalence of learning disabilities and learning disorders. The meaning of the diagnosis criteria]. *Lernen und Lernstörungen*, *2* (2), 65–76.
- Fischer, L., Rohm, T., Gnams, T., & Carstensen, C. H. (2016). *Linking the data of the competence tests (NEPS Survey Paper, No. 1)*. Retrieved August 20, 2018 from https://www.neps-data.de/Portals/0/Survey%20Papers/SP_I.pdf
- Fox, A. V. (2006). *TROG-D Test zur Überprüfung des Grammatikverständnisses* [TROG-D Test to examine grammar comprehension]. Idstein: Schulz-Kirchner.
- Ganzeboom, H. B. G. (2010). *A new international socio-economic index [ISEI] of occupational status for the international standard classification of occupation 2008*

[ISCO-08] constructed with data from the ISSP 2002-2007. Annual Conference of International Social Survey Programme, Lisbon.

- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics, 39* (5), 250–263. doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Hoefl, M., Wendt, H., & Kasper, D. (2015). Familiäre Lebensumwelten in Europa - Zusammenhänge formeller und informeller häuslicher Aktivitäten zwischen Eltern und Kindern im Vorschulalter in den Förderdimensionen Early Literacy and Early Numeracy [Family living environments in Europe – relationships of formal and informal domestic activities between parents and preschool children in the support dimensions Early Literacy and Early Numeracy]. In H. Wendt, T. C. Stubbe, K. Schwippert, & W. Bos (Eds.), *10 Jahre international vergleichende Schulleistungsforschung in der Grundschule. Vertiefende Analysen zu IGLU und TIMSS von 2001 bis 2011* [10 years of international comparative school performance research in elementary school. In-depth analyzes on IGLU and TIMSS 2001 to 2011] (pp. 135–160). Münster: Waxmann.
- Jordan, J. A., Wylie, J., & Mulhern, G. (2015). Mathematics and reading difficulty subtypes. Minor phonological influences on mathematics for 5-7-years-old. *Frontiers in Psychology, 6*. doi: 10.3389/fpsyg.2015.0021
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies. A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice, 18* (4), 213–221.
- Kleemans, J., Peeters, M., Segers, E., & Verhoevan, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly, 27*, 471–477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004
- Krajewski, K. (2014). Förderung des Zahlverständnisses [Promotion of the numerical

- understanding]. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Eds.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* [Interventions in learning disorders. Promotion, training and therapy in practice] (pp. 199–208). Göttingen: Hogrefe.
- Kultusministerkonferenz (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 04.12.2003* [Educational standards in Mathematics for the intermediate education level / Middle-School Graduation. Order of 04.12.2003]. Neuwied: Luchterhand.
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., & Bisanz, J. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81* (6), 1753–1767.
- Lorenz, J. H. (2014). Rechenschwäche. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Eds.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* [Interventions in learning disorders. Promotion, training and therapy in practice] (2nd ed., pp. 43–55). Göttingen: Hogrefe.
- Markowitsch, H. J., & Welzer, H. (2010). *The development of autobiographical memory*. Hove, UK: Psychology Press.
- Mix, K. S., Sandhofer, C. M., Moore, J. A., & Russell, C. (2012). Acquisition of the cardinal word principle. The role of input. *Early Childhood Research Quarterly, 27* (2), 274–283. doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.10.003
- National Center for Education Statistics. (2018). *National Assessment of Educational Progress*. Washington, DC: U.S. Department of Education. Retrieved August 20, 2018 from <https://nces.ed.gov/nationsreportcard/>
- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel*. Washington. Retrieved August 20, 2018 from <https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>

- Negen, J., & Sarnecka, B. W. (2012). Number-concept acquisition and general vocabulary development. *Child Development, 83* (6), 2019–2027. doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01815.x
- NEPS, National Educational Panel Study. (2014). *Starting cohort 2: Kindergarten (SC2). Wave 3. Informationen about the competence test [Startkohorte 2: Kindergarten (SC2). Welle 3. Informationen zum Kompetenz Test]*. Bamberg: LfBi. Retrieved August 20, 2018 from https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/3-0-0/C_W3_en.pdf
- Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache nicht-deutscher Familiensprache [The relationship between linguistic and mathematical competencies of children with German and non-German family languages]* Dissertation. Freie Universität Berlin, Berlin.
- Rice, M. L., Taylor, C. L., & Zubrick, S. R. (2008). Language outcomes of 7-year-old children with or without history of late language emergence at 24 months. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 51*, 394–407.
- Schlitter, T., & McElvany, N. (2018, July). *Differential and Gender-Specific Relations among Vocabulary and Reading Comprehension by Text Genres*. Paper presented at the Junior Researchers of Earli (JURE), Antwerpen, BE.
- Samuelsson, M., & Samuelsson, J. (2016). Gender differences in boys' and girls' perception of teaching and learning mathematics. *Open Review of Educational Research, 3* (1), 18–34. doi.org/10.1080/23265507.2015.1127770
- Snowling, M. J., Adams, J. W., Bishop, D. V. M., & Stothard, S. E. (2001). Educational attainments of school leavers with a preschool history of speech-language impairments. *International Journal of Language & Communication Disorders, 36* (2), 173–183.

- Stacey, K., & Turner, R. (Eds.). (2015). *Assessing mathematical literacy. The PISA Experience*. London: Springer.
- Steinhauer, H. W., Zinn, S., Gaasch, C., & Goßmann, S. (Februar 2016). *NEPS technical report for weighting: Weighting the sample of kindergarten children and grade 1 students of the national educational panel study (wave 1 to 3)* (NEPS Working Paper, No 66). Retrieved August 20, 2018 from https://www.neps-data.de/Portals/0/Working%20Papers/WP_LXVI.pdf
- Van der Walt, M., Maree, K., & Ellis, S. (2008). A mathematics vocabulary questionnaire for use in the intermediate phase. *South African Journal of Education*, 28, 489–504.
- Viesel-Nordmeyer, N., Bos, W., & Ritterfeld, U. (2018). *Sprache – Mathe – Arbeitsgedächtnis. Längsschnittliche und querschnittliche Zusammenhangsanalysen von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS)* [Language – Mathematics – Working Memory. Longitudinal and cross-sectional correlation analyzes of data from the National Educational Panel Study (NEPS)]. Manuscript submitted for publication.

8 TEILSTUDIE 2

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (eingereicht). Mathematical and linguistic competence development of children with different learning difficulties. *Learning and Instruction*.

Manuskript eingereicht: 09.07.2020

Diese Arbeit nutzt Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, <https://doi.org/10.5157/NEPS:SC2:8.0.1>. Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Mathematical and linguistic competence development of children with different learning
difficulties

Nurit Viesel-Nordmeyer^{ac*}

Ute Ritterfeld^b

Wilfried Bos^c

^aSchool of Rehabilitation Sciences – Methods of Empirical Educational Research, TU
Dortmund University, Emil-Figge-Straße 50, Dortmund, 44227 Germany,
nurit.viesel@tu-dortmund.de

^bSchool of Rehabilitation Sciences – Language and Communication, TU Dortmund University,
Emil-Figge-Straße 50, Dortmund, 44227 Germany, ute.ritterfeld@tu-dortmund.de

^cCenter for Research on Education and School Development (IFS), TU Dortmund University,
Vogelpothsweg 78, Dortmund, 44227 Germany, office.bos@tu-dortmund.de

Abstract

Research points to a risk of comorbidity in linguistic and mathematical learning difficulties. Therefore, linguistic influences on mathematical learning as well as deficits in working memory are investigated. Using data of the German National Educational Panel Study (NEPS; $n = 301$) we studied the mathematical and linguistic competence development of children with different learning difficulties with vs. without controlling the working memory between age 4-10. Results revealed a partial catch up of linguistic skills (lexical, grammar) for children with initial linguistic learning difficulties. In contrast, children with initial mathematical learning difficulties showed a decrease in grammar. Moreover, these children did not overcome their mathematical competence gap compared to their typical achieving peers. Children with combined difficulties displayed the weakest performances in linguistics and mathematics during pre- and primary school age. However, controlling for working memory, initial performance differences between the groups decreased in favor of the combined group.

Keywords: specific learning disorders, language skills, mathematical learning, working memory

Mathematical and linguistic competence development of children with different learning difficulties

Introduction

Many primary school children experience difficulties to match the linguistic and mathematical requirements even if they were not diagnosed with an intellectual disability. Such low achievers are estimated to account for about 23 % of all students in language and 8 % in mathematics (Fischbach et al., 2013). Prevalent combined difficulties (6 %, *ibid.*) point to a strong relationship in the acquisition of mathematical and linguistic skills. Researchers found this close association also in children with specific language disorders (Durkin, Mok, & Conti-Ramsden, 2013), in children with second language acquisition or lower socioeconomic background (Walzebug, 2015).

Difficulties in linguistic skills

About 90 % of children with a preschool history of language difficulties are able to achieve age adequate linguistic skills until school entry (e.g., Rescorla, 2002). Research shows that children whose language difficulties remained throughout all the preschool years have the highest risk for persistence of early language difficulties into school age (Kühn, 2010; Snowling, Duff, Nash, & Hulme, 2016). There seems to be a critical age threshold at age 4 (Kühn, 2010) resp. 5 (Snowling et al., 2016) that differentiates between children who overcome their problems over time and those, whose difficulties persist into school age. However, even a part of the children who achieved adequate linguistic skills before school enrollment still deviate in their further linguistic development compared to their typically achieving peers (Kühn, 2010; Rescorla, 2002). Although there is evidence supporting a genetically caused risk for developmental language disorders, the socioeconomic background of the family holds additional predictive value (Dilnot, Hamilton, Maughan, & Snowling, 2017). A lower socioeconomic background, which was already identified as responsible for input-dependent disadvantages in linguistic achievement in school age (e.g., Walzebug,

2015), contributes particularly to the risk for cumulating academic learning difficulties in both, linguistics and mathematics (Aro et al., 2009).

Difficulties in mathematical skills

Despite a great heterogeneity in mathematical learning difficulties (Kucian & von Aster, 2015) precursors can already be identified at preschool age (e.g. Stock, Desoete, & Roeyers, 2010). A strong predictor for the evolution of mathematical learning difficulties is the specific capability for magnitude comparison. Other specific early skills which indicated future challenges with learning mathematics are counting, seriation and classification (Stock et al., 2010). Geary, Hoard, Nugent, and Bailey (2012) addressed the persistence of learning difficulties between grade 1 and 5 in comparing the development of children with moderate vs. severe mathematical learning difficulties (clustered as mathematical low achievers (LA) vs. mathematical learning disabilities (MD)) to their typically achieving peers (TA). Taking a closer look at specific mathematical tasks, both low achieving groups, especially the MD, are in the beginning less proficient compared to their peers. However, the further development displayed a heterogeneous pattern with variations in the kind of difficulties. In number sets, there was a nearly parallel developmental process of all groups over time, just with the two low achieving groups continuously displaying lower scores than the TAs. In contrast, both low achieving groups were partially able to catch up in simple addition and completely in complex addition until grade 5. With grade 5, children with moderate learning difficulties could also close the gap in number line, while children with severe difficulties only caught up in parts. Taken together, there is some opportunity for overcoming initial mathematical difficulties, depending on the severity of these difficulties. Further studies indicate that the persistence of lower mathematical difficulties is also related to the socioeconomic background (e.g. Stock et al., 2010).

Relationships between difficulties in linguistic and mathematical skills

Several studies provide evidence for an association in the development of linguistic and mathematical skills, especially in children with learning disorders. For example, Durkin et al. (2013) found lower mathematical achievements in children with developmental language disorders between age 7 to 8 compared to typically achieving peers, especially if the children continued to decline in their language abilities. In a follow-up study children with a history of preschool language difficulties were also showing persistent lower mathematical achievements in school compared to their peers, even if the initial linguistic difficulties could be resolved (Snowling, Adams, Bishop, & Stothard, 2001). Moreover, a subtype comparison by Jordan and Hanich (2003) demonstrated different development patterns for mathematical as well as more advanced linguistic skills, depending on the specific learning difficulties spanning 2nd to 3rd grade: The study revealed persisting poor reading achievement for children with mathematical difficulties accompanied by a small improvement in reading for children with reading difficulties. This group with reading difficulties showed a fluctuating development pattern in mathematics while children with mathematical difficulties partly overcame their learning deficits (Jordan & Hanich, 2003). These findings contrast the assumption of a heterogenic development pattern in different mathematical tasks between 5 and 7 years for children with domain specific and combined learning difficulties (Jordan, Wylie, & Mulhern, 2015).

Working memory capacity in children with learning difficulties

In addition to weaknesses in linguistics and/or mathematical skills, children with learning difficulties often show weak performances in their working memory which is essential for information processing (e.g. Durkin et al., 2013; Peng, Wang, & Namkung, 2018). Studies indicate specific limitations in the components of the working memory that correspond to particular learning difficulties, the phonological loop or central executive being associated with linguistic skills (e.g. Archibald, 2016; Gathercole & Baddeley, 1990) while

the central executive and visuo-spatial sketch-pad determine mathematical skills (e.g. Geary et al., 2012; Peng et al., 2018). Moreover, the extent of deficits in the working memory were discussed as a third factor explaining the comorbidity (Peters, Bulthé, Daniels, Op de Beeck, & De Smedt, 2018) as well as the severity (e.g. Brandenburg & Hasselhorn, 2019) of linguistic and mathematical learning difficulties.

The present study

The available studies reveal a rather heterogenic picture about the combined development of linguistic and mathematical skills in children with learning difficulties. Moreover, these studies are in majority addressing primary school age and only cover a short time period. Until now, we found no research that would help understand how the co-acquisition of both skills – linguistics and mathematics – unfolds throughout the entire course of pre- and primary school age. Evidence about a longer development process that includes the period of the acquisition of basic skills in pre-school age as well as the critical time point of occurrence of learning difficulties in primary school age has so far only been shown for the development of either one domain – linguistics or mathematics. Therefore, we decided to advance the knowledge in addressing this process in more detail in groups of children with different types of learning difficulties. Furthermore, in studying the co-acquisition of linguistic and mathematical skills we can build on previous indications regarding the importance of working memory for specificity and severity of learning difficulties in observing changes in the developmental differences between groups with different learning profiles when controlling for the cognitive system. Thus, we defined the following research questions:

1) *Do mathematical and linguistic development differ between subgroups of children with domain specific, combined, and without any learning difficulties?* We particularly hope to identify which group carries the highest risk of persistence.

2) *Do developmental differences between subgroups of children with domain specific, combined, and without any learning difficulties change under controlling the working memory capacities?* With respect to recent research depicting limitations in different parts of working memory in children with specific learning difficulties (Durkin et al., 2013; Peng et al., 2018), we will specifically focus on the central-executive and phonological components (Baddeley, 1986).

Finally, we are interested in identifying the impact of family background which has previously proven to be of strong influence (e.g. Aro et al., 2009).

Method

Data ($n = 301$; female = 51.8%) derive from a longitudinal sample (group 3, starting cohort 2) from the German National Educational Panel Study (NEPS; Blossfeld, Roßbach, & von Maurice, 2011). To cover the age span of research interest we used the available annual measurements from second year of preschool (4/5 years) until 4th grade of primary school (9/10 years). Data of children with typical cognitive profile (fluid intelligence within ± 1.5 *SD*) were included, data of children with physical impairments (e.g. hearing loss) were excluded⁸. Groups with preschool measured learning difficulties in mathematics (MD; $n = 26$; mathematical skills, $t_1 < -1$ *SD*; linguistic skills, $t_1 \geq -1$ *SD*), linguistics (LD; $n = 23$; linguistic skills, $t_1 < -1$ *SD*; mathematical skills, $t_1 \geq -1$ *SD*) and both domains (MD/LD; $n = 18$; mathematical skills, $t_1 < -1$ *SD*; linguistic skills, $t_1 < -1$ *SD*) were composed next to their typical achieving peers (TA; $n = 234$; linguistic skills, $t_1 \geq -1$ *SD*; mathematical skills, $t_1 \geq -1$ *SD*). Grouping variables were children's level of linguistic (vocabulary t_1 and grammar t_1 summed up equally) and mathematical skills (t_1) at pre-school age.

⁸ An imputation to maintain the initial sample size was rejected due to the lack of predictability of the missing information by third variables (Garson, 2015).

Instruments

Competence tests were executed in single (pre-school age) vs. group (primary school age) design via test leaders, setting with annual interval in the institutions. Data were scaled using models of item response theory and linked with anchor-item design. For more information regarding the panel data see <https://www.neps-data.de/Data-Center/Data-and-Documentation/Starting-Cohort-Kindergarten>. In the following section, the indicated internal consistency using Cronbach's alpha (α) refers to the selected sample ($n = 301$).

Linguistic skills were measured with listening comprehension tests: For vocabulary skills, the "German research version of the Peabody Picture Vocabulary Test" (PPVT; Dunn & Dunn, 2007) was used in pre- (t1: 4/5 years; $\alpha = .91$) and primary school age (t2: 1st grade, $\alpha = .85$; t3: 3rd grade, $\alpha = .84$). Grammar skills were assessed using a short version (TROG-D; Fox, 2006) of the "Test for Reception of Grammar" (Bishop, 1989) for one time each at pre-school (t1: 4/5 years, $\alpha = .87$) and primary school age (t2: 1st grade, $\alpha = .82$). Mathematical skills (t1: 5-6 years, $\alpha = .79$; t2: 1st grade, $\alpha = .77$; t3: 2nd grade, $\alpha = .78$; t4: 4th grade, $\alpha = .74$) were collected via a self-constructed instrument of NEPS, based on the idea of *mathematical literacy* and the curricular standards in STEM. The measured competences of the unidimensional construct represent subdomains like arithmetic, word problems, geometry, and quantity number concepts. For more information see Neumann et al. (2013).

Available data of one measurement time point for working memory (5/6 years) were included as covariates: The phonological loop was assessed using *number recall* out of "Kaufmann Assessment Battery of Children" (K-ABC; Melchers & Preuß, 2009; $\alpha = .74$). For central executive, we decided to use indirect measurements due to the insufficient reliability ($\alpha > .50$) of *backward span task* from "Hamburg-Wechsler-Intelligence-Test for Children III" (HAWK-III; Tewes, Rossmann, & Schallberger, 1999). Indirect measurements of central executive (e.g. Engel de Abreu, Conway, & Gathercole, 2010) deprived from the

framework of basic cognitive skills by *picture symbol test* (NEPS-BZT; based on DST; Lang, Weiss, Stocker, & Rosenblatt, 2007; $\alpha = .82$) and *NEPS reasoning matrices test* (NEPS-MAT; based on “raven-matrices”; Raven, 2009; $\alpha = .73$). With the advantage of being non-verbal, these tests also displayed capacities of the visual storage. In addition, we used information on the socioeconomic status (SES; based on ISEI-08; Ganzeboom, 2010), German as main domestic language (GERM; 0 = no/1 = yes), and sex (1 = male/2 = female) from parents and kindergarten/school teacher’s questionnaires.

Data analyses

Descriptive analyses allowed to identify first differences between groups for all utilized variables. A more specific response to both research questions could be given by repeated measure ANCOVAs for mathematical skills (Weighted-Likelihood-Estimates; WLEs) with the four groups as between-subject factors. For linguistic skills (vocabulary, grammar), tests of mean differences were used due to the availability of separate sum scores. The separate sum scores of both linguistic tests were standardized in a previous step. Additionally, univariate ANCOVAs were computed for both domains, mathematics and linguistics. Background variables (SES, GERM, sex) as well as cognitive measurements (phonological loop, indirect measurements of central executive) were included as covariates in repeated and univariate ANCOVAs. The direct measurements of central executive (see above) acted as control for the results of indirect measurements. Direct findings will only be mentioned if there are any important differences compared to indirect measures. All described analyses were computed using SPSS 25.

Results

Initial information about group differences using descriptive statistics and univariate ANCOVAs or χ^2 -tests are summarized in table 1. As can be seen, children with combined learning difficulties (MD/LD) received the lowest scores at all measurement time points for

Table 1

Descriptive statistics per group

	MD	LD	MD/LD	TA	Total	
	(<i>n</i> = 26)	(<i>n</i> = 23)	(<i>n</i> = 18)	(<i>n</i> = 234)	(<i>n</i> = 303)	
	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>F</i>				
Mathematics t1	-.94 (.08)	.29 (.12)	-1.24 (.12)	.77 (.05)	.47 (.10)	151.75***
Mathematics t2	.80 (.16)	1.26 (.19)	.24 (.24)	2.01 (.07)	1.74 (1.12)	27.95***
Mathematics t3	1.49 (.19)	2.10 (.20)	1.19 (.21)	2.70 (.07)	2.46 (1.15)	20.50***
Mathematics t4	3.68 (.22)	4.23 (.18)	3.66 (.22)	4.94 (.07)	4.69 (1.12)	20.45***
Vocabulary t1	52.04 (1.54)	38.43 (2.32)	27.44 (2.85)	55.98 (.40)	52.59 (10.68)	59.09***
Vocabulary t2	40.77 (1.41)	31.43 (1.86)	26.61 (1.28)	44.81 (.44)	42.38 (8.69)	61.18***
Vocabulary t3	45.08 (1.60)	39.67 (1.61)	33.61 (1.79)	48.97 (.50)	47.01 (8.59)	31.68***
Grammar t1	33.62 (.61)	22.48 (1.13)	21.00 (1.38)	35.53 (.28)	33.49 (6.43)	110.79***
Grammar t2	26.27 (1.08)	24.87 (1.05)	21.39 (1.18)	30.80 (.30)	29.39 (5.46)	34.80***

Phonological loop	4.88 (.39)	5.35 (.39)	3.61 (.39)	5.79 (.12)	5.54 (1.95)	8.86***
Central executive	.41 (.02)	.47 (.02)	.42 (.02)	.48 (.01)	.47 (.13)	3.21*
SES	50.82 (3.87)	52.50 (4.43)	34.35 (4.13)	55.23 (1.21)	53.42 (18.68)	6.78***
	% (n)	χ^2				
GERM						52.58***
no	0.0 (0)	17.4 (4)	33.3 (6)	1.3 (3)	4.3 (13)	
yes	100.0 (26)	82.6 (19)	66.7 (12)	98.7 (231)	95.7 (288)	
Sex						6.15
male	53.8 (14)	56.5 (13)	22.2 (4)	48.3 (113)	47.8 (144)	
female	46.2 (12)	43.5 (10)	77.8 (14)	51.3 (120)	51.8 (156)	

Notes. SES = socioeconomic status; GERM = German as main domestic language; * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$; MD/LD = children with combined learning difficulties in mathematics and linguistics; MD = children with mathematical learning difficulties; LD = children with linguistic learning difficulties; TA = typical achieving children.

both linguistic and mathematical skills. This group of children also reached the lowest scores in the used control variables, excluding of sex. Significant differences between groups were found for all measurement time points for the linguistic and mathematical domains as well as the individual covariates, sex excluded. Table 2⁹ displays further information about group differences in all competence measurements, computed by Games-Howell post-hoc-tests, in more detail. Significant differences between all groups persisted only in the first measurements of vocabulary (t1), while the differences between children with mathematical learning difficulties (MD) and typical achieving peers (TA) only appeared when covariates were controlled (w/o control of covariates: $p = .085$; under control of covariates w/o working memory: $p = .022$; under control of covariates incl. working memory: $p = .087$)¹⁰. For all other measurements of linguistic skills (vocabulary t2 and t3, grammar t1 and t2), post-hoc-tests revealed no significant differences ($p > .05$) between the combined group (MD/LD) and the group with linguistic learning difficulties (LD). Additionally, at the last measurements of both linguistic skills (vocabulary t3, grammar t2), comparisons between both groups with domain specific learning difficulties (LD, MD) bared no significant results ($p > .05$).

Described for linguistic competences, post-hoc-tests revealed no significant differences ($p > .05$) for all measurements of mathematical skills between the group with combined difficulties (MD/LD) and the group with difficulties within the compared achievements (MD). Further, no significant differences ($p > .05$) were found for mathematical skills between both groups with domain specific learning difficulties (MD, LD), except for the measurement at pre-school age. For mathematical achievements in grade 4 (t1) we found no significant differences ($p > .05$) between the groups with combined

⁹ The representation in Table 2 was chosen for clarity. More detailed information of the significance level of post-hoc tests can be found in the text.

¹⁰ Further information on differences in group comparisons with and without control of working memory as covariate is not listed here but given in the result descriptions below.

Table 2

Significant differences between groups w/o vs. under control of covariates computed by univariate ANCOVAs

	MD/LD*MD	MD/LD*LD	MD/LD*TA	MD*LD	MD*TA	LD*TA
Mathematics t1		X	X	X	X	X
Mathematics t2		X ^b	X		X	X
Mathematics t3		X ^{ab}	X		X	X ^{ab}
Mathematics t4			X		X	X
Vocabulary t1	X	X ^b	X	X	X ^c	X
Vocabulary t2	X		X	X	X ^{ab}	X
Vocabulary t3	X ^b		X			X
Grammar t1	X		X	X	X ^{ab}	X
Grammar t2	X ^b		X		X	X
Phonological loop		X	X			
Central executive					X ^a	

Notes. X = significant group differences computed by Games-Howell post-hoc-tests; a = non-significant under control of covariates w/o working memory; b = non-significant under control of covariates w/ working memory; c = only significant under control of covariates w/o working memory; significance level: $p \leq .05$; MD/LD = children with combined learning difficulties in mathematics and linguistics; MD = children with mathematical learning difficulties; LD = children with linguistic learning difficulties; TA = typical achieving children.

learning difficulties (MD/LD) compared to linguistic learning difficulties (LD).

Working memory measurements at age 5/6, which were incorporated as additional covariates in the 2nd part of the analyses of linguistic and mathematical competence development, showed only few significant group deviations: For phonological loop, post-hoc tests revealed differences ($p \leq .02$) between the groups with combined difficulties (MD/LD) and linguistic difficulties (LD) as well as the combined group (MD/LD) and the typical achieving peers (TA) ($p = .00$). When compared for the central executive, scores of typical achievers (TA) and of children with mathematical learning difficulties (MD) differed only without control of the other covariates (w/o control of covariates: $p < .05$; under control of covariates: $p = .15$)¹¹.

(1) The left side of Figure 1 provides information to answer the first research question regarding differences in mathematical and linguistic competence development between subgroups of children with domain specific (MD, LD), combined (MD/LD), and without (TA) learning difficulties under control of individual characteristics used as covariates (GERM, SES, sex). As reported in the descriptive section above, children with combined difficulties showed the worst values at each measurement time point of mathematical competence development, followed by children with mathematical learning difficulties (MD) resp. linguistic competence development (vocabulary, grammar), followed by children with linguistic learning difficulties (LD).

For mathematical development, repeated measures ANCOVAs (not illustrated) bared a significant interaction effect of group ($F(3, 804.69) = 2.46, p = .010, \eta_p^2 = .03$; Greenhouse-Geisser corrected). For covariates (GERM, SES, sex), there was only a significant main ($F(1,$

¹¹ Controlling for direct measurements of central executive by backward span tests showed additional significant group differences between the group with compared learning difficulties (MD/LD) and the typical achieving peers (TA) ($p < .001$).

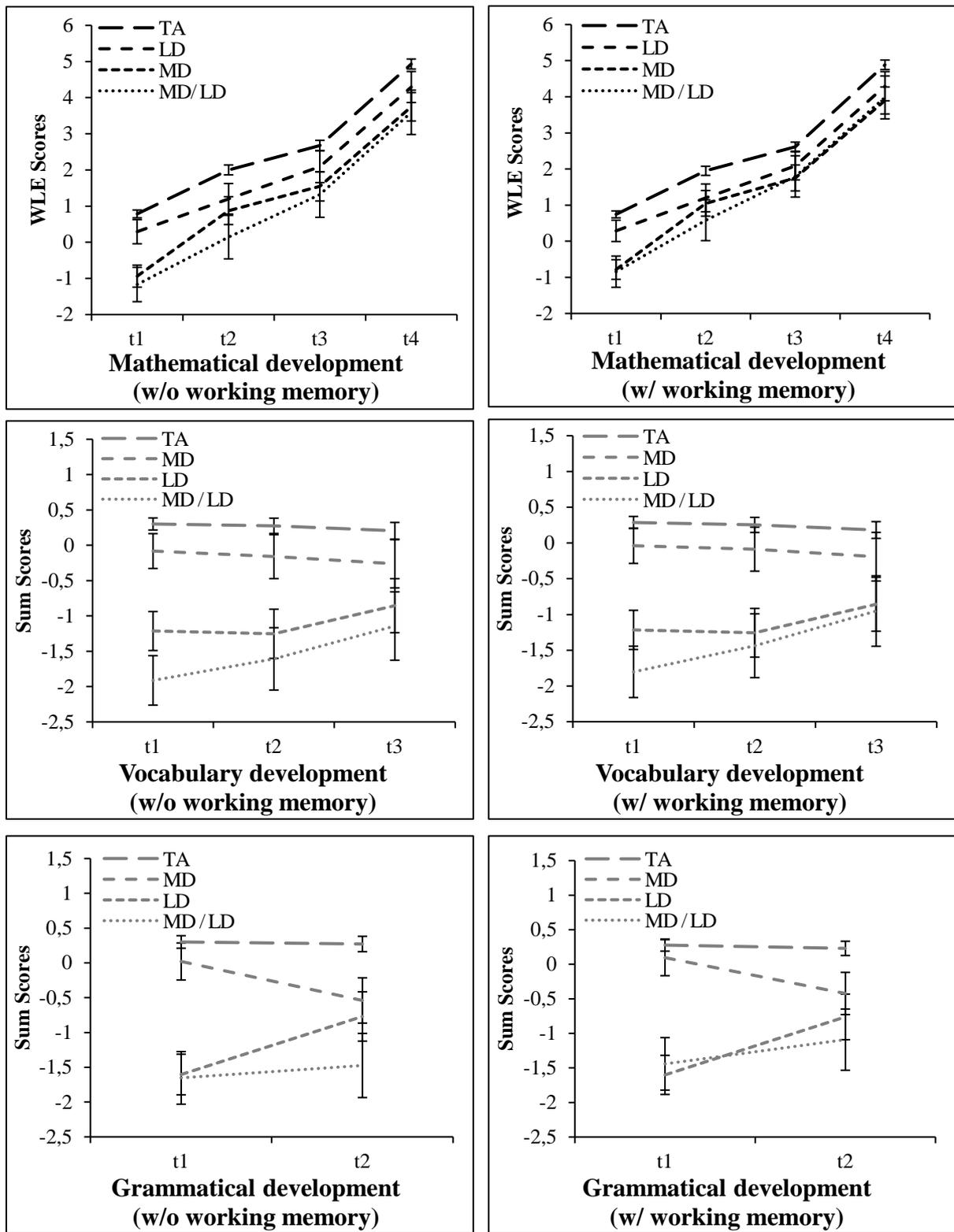


Figure 1. Development of mathematical (K-4), vocabulary (K-3), and grammar (K-1) skills in groups with different forms of pre-school measured learning difficulties (MD/LD: $n = 18$; MD: $n = 26$; LD: $n = 23$) vs. typically achieving children (TA: $n = 234$) under control of covariates w/o vs. w/ working memory.

257) = 18.26, $p < .001$, $\eta_p^2 = .07$) and an interaction effect ($F(3, 771) = 7.83$, $p = .001$, $\eta_p^2 = .03$ Greenhouse-Geisser corrected) for the socioeconomic status (SES), which also reflected univariate for the individual time points of mathematical skills in school age (Table 3). Based on repeated measures, Figure 1 displays a nearly consistent mathematical development pattern of all groups until 4th grade (t1 until t4). Besides, children with mathematical difficulties (MD) showed a short living improvement at school entry at measurement time 2. Further, the development of the group with combined difficulties (MD/LD) as well as merely mathematical difficulties (MD) achieved almost the same level between 2nd and 4th grade (t2 until t4). A general lack of significant differences ($p > .05$) between these both groups in mathematics was already elaborated above in the reported Games-Howell post-hoc-tests (Table 2).

As described in the method section, the analyses of the development of both linguistic competences (vocabulary, grammar) should be assessed by changes in group differences between each point in time due to the presence of non-longitudinally related linguistic data¹. As can be seen in Table 4, univariate ANCOVAs demonstrated strong main effects of groups for each model of the individual time points of both, vocabulary and grammar skills, under control of covariates. The additional effects of the used covariates indicated the need to control these (see Table 4): Analyses bared significant main effects of GERM at vocabulary skills t1 and t3, significant effects of SES at most points in time for both linguistic skills and a significant effect of sex only at vocabulary skills t1. A partial catch up of linguistic deficits for the group with pre-school measured linguistic difficulties (LD) in favor of grammar skills (vocabulary: LD*TA: t1: $diff = 1.52$, $SE_{diff} = .11$; t2: $diff = 1.53$, $SE_{diff} = .12$; t3: $diff = 1.06$; $SE_{diff} = .13$; grammar: LD*TA: t1: $diff = 1.91$, $SE_{diff} = .11$; t2: $diff = 1.04$, $SE_{diff} = .13$) is visible in Figure 1. Slightly lower and more pronounced in vocabulary skills, children with combined difficulties (MD/LD) showed also improvements in linguistic skills (vocabulary:

Table 3

Univariates ANCOVAs of mathematical competences without vs. with working memory control

	w/o working me- mory	w/ working me- mory						
Mathematics	t1		t2		t3		t4	
	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$						
Model	.43 (34.24***)	.55 (42.03***)	.29 (18.44***)	.42 (23.96***)	.21 (11.83***)	.40 (22.12***)	.25 (14.67***)	.34 (17.27***)
Group	.38 (56.27***)	.35 (48.32***)	.20 (23.08***)	.15 (15.63***)	.15 (15.67***)	.10 (9.64***)	.15 (15.95***)	.11 (10.88***)
GERM	.00 (.32)	.00 (1.19)	.01 (3.46)	.01 (2.54)	.00 (.83)	.00 (.25)	.01 (2.15)	.01 (1.47)
SES	.00 (.72)	.01 (1.39)	.06 (18.43***)	.08 (21.96***)	.03 (9.65**)	.05 (13.51***)	.09 (24.94***)	.09 (25.76***)
Sex	.01	.04	.01	.04	.01	.04	.00	.00

	(2.06)	(11.28***)	(2.71)	(11.47***)	(1.93)	(11.91***)	(.03)	(.97)
PL	–	.03 (7.91**)	–	.07 (18.69***)	–	.05 (13.76***)	–	.05 (14.73***)
CE	–	.17 (55.56***)	–	.09 (27.21***)	–	.17 (54.43***)	–	.06 (15.20***)

Notes. GERM = German as main-domestic language; SES = socioeconomic status; PL = phonological loop; CE = central executive; $n = 303$; * = $p \leq .05$, ** = $p \leq .01$ *** = $p \leq .001$

Table 4

Univariate ANCOVAs of linguistic competences without vs. with working memory control

	w/o working memory	w/ working memory	w/o working memory	w/ working memory	w/o working memory	w/ working memory
Vocabulary		t1		t2		t3

	$\eta_p^2 (F)$					
Model	.61 (72.12***)	.62 (56.03***)	.41 (31.65***)	.43 (25.91***)	.27 (16.83***)	.30 (14.19***)
Group	.46 (77.67***)	.43 (68.88***)	.31 (40.82***)	.28 (35.98***)	.16 (17.11***)	.14 (13.82***)
GERM	.09 (27.36***)	.10 (29.27***)	.00 (.26)	.00 (.50)	.02 (5.12*)	.02 (6.18*)
SES	.00 (.53)	.01 (1.60)	.04 (11.55***)	.04 (12.03***)	.02 (4.18*)	.02 (3.98*)
Sex	.03 (8.16**)	.04 (11.02***)	.01 (1.39)	.01 (3.47)	.01 (1.37)	.01 (3.11)
PL	–	.01 (2.41)	–	.01 (2.42)	–	.02 (4.71*)
CE	–	.01 (2.41)	–	.02 (6.51*)	–	.01 (2.73)

Grammar	t1		t2	
	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$	$\eta_p^2 (F)$
Model	.51 (48.37***)	.54 (40.88***)	.39 (23.55***)	.43 (26.11***)
Group	.44 (72.53***)	.42 (67.43***)	.24 (28.80***)	.20 (21.45***)
GERM	.00 (.25)	.00 (.63)	.00 (.11)	.00 (.00)
SES	.02 (6.44*)	.02 (6.14*)	.05 (15.89***)	.05 (15.22***)
Sex	.00 (.05)	.00 (1.14)	.02 (6.05*)	.01 (2.16)
PL	–	.04 (10.77***)	–	.12 (36.73***)
CE	–	.02 (4.41*)	–	.01 (2.50)

Notes. GERM = German as main-domestic language; SES = socioeconomic status; PL = phonological loop; CE = central executive; $n = 303$; * = $p \leq .05$, ** = $p \leq .01$, *** = $p \leq .001$.

MD/LD*TA: t1: $diff = 2.21$, $SE_{diff} = .14$; t2: $diff = 1.88$, $SE_{diff} = .16$; t3: $diff = 1.35$, $SE_{diff} = .17$; grammar: MD/LD*TA: t1: $diff = 1.95$, $SE_{diff} = .16$; t2: $diff = 1.75$, $SE_{diff} = .16$). In contrast, the linguistic development of children with mathematical difficulties (MD) draws a different picture: Mainly, grammatical skills experienced a significant slump in grade 1 (MD*TA: t1: $diff = .28$, $SE_{diff} = .10$; t2: $diff = .81$, $SE_{diff} = .11$), while vocabulary skills showed a slightly pronounced deterioration (MD*TA: t1: $diff = .38$, $SE_{diff} = .10$; t2: $diff = .44$, $SE_{diff} = .11$; t3: $diff = .47$, $SE_{diff} = .12$). During all changes, the pre-school hierarchical arrangements were preserved both in mathematical and in linguistic development. The value of reported standard errors of mean differences can be attributed to the size of the compared subgroups (e.g. Morris, 2008).

(2) To answer the research question to what extent the developmental differences between groups change when influences of working memory were controlled, analyses were repeated with the addition of measurements of the phonological and central executive working memory. Considering Figure 1 as a whole, the mathematical and linguistic development processes under control of covariates w/o vs. w/ working memory could be compared. First of all, controlling phonological and central executive requirements minimized some group differences in favor of the group with combined difficulties: In mathematics, the initial gaps at the individual measurement time points decreased between the group with combined difficulties (MD/LD) and mathematical difficulties (MD). This pattern was identical in both linguistic skills between the groups with combined difficulties (MD/LD) and linguistic difficulties (LD). Additional decrease in group differences, which even changed the mean difference values from significant to non-significant level, emphasized the improvement of children with combined learning difficulties (MD/LD) at

some more individual time points in the specific domains¹². These findings are reported in the following section on the development of the two specific domains.

In mathematics, the initial significant group differences between children with combined (MD/LD) and linguistic difficulties (LD) vanished in grade 1 and 2 (mathematics t1 and t2) by controlling for both working memory components in addition to the described minimizations (MD/LD* MD) which hold the same level of significance. However, repeated measurement ANCOVA (not illustrated) for mathematical development revealed only a small significant interaction effect ($F(3, 762) = 3.24, p = .023, \eta_p^2 = .01$; Greenhouse-Geiser corrected) for central executive besides a significant main effect of central executive ($F(1, 254) = 54.64, p < .001, \eta_p^2 = .18$) and phonological loop ($F(1, 254) = 18.96, p < .001, \eta_p^2 = .07$). Further, univariate ANCOVAs (Table 3) showed a strongly increasing main effect of the models at each point in time under control of the phonological loop and the central executive in mathematics. For both working memory components, ANCOVAs also bared significant main effects for each time of mathematical measurements. In addition, there was a significant effect of sex for all measurements except in t4. Computing additional analyses (not illustrated) rechecked the explanatory value of sex for the group differences of mathematics: Pearson's bivariate correlations identified only significant relationships between sex and the central executive (sex*phonological loop: $r = .09, p > .05$; sex*central executive: $r = .17, p \leq .01$). An univariate ANCOVA of the central executive with sex as group variable and phonological loop and SES as covariates ($F(3, 279) = 9.24, p = .000, \eta_p^2 = .09$) pointed to an explanatory value of group ($F(3, 279) = 6.22, p = .013, \eta_p^2 = .02$) in favor of female (male: $M = .45$; female: $M = .49$). Besides, descriptive analyses of the individual

¹² See the supplement file for further information on the changes in mean differences w/o vs. w/ controlling of working memory in more detail.

measurement time points per group (male/female) bared better achievements for male children at those measuring times of mathematical skills (uncorrected WLEs), which resulted in an explanatory value of sex under control of working memory (t1: $M = .58, SD = 1.05/M = .36, SD = .95$; t2: $M = 1.85, SD = 1.15/M = 1.64, SD = 1.10$; t3: $M = 2.54, SD = 1.20/M = 2.39, SD = 1.11$; t4: $M = 4.67, SD = 1.13/M = 4.71, SD = 1.14$).

As mentioned above, controlling for both working memory components also minimized some group differences in linguistic skills, in favor of children with combined learning difficulties (MD/LD). With the last measurements in vocabulary (t3) and grammar (t2) skills, the leveling between children with combined (MD/LD) and with mathematical difficulties (MD) even erased the level of significance (see Table 2). Vocabulary developments of the groups with combined (MD/LD) and linguistic (LD) difficulties are converging if working memory is controlled (c.f., Fig. 1). Comparisons could be explained by a significant effect for the central executive in 1st grade (vocabulary t1: $F(8, 275) = 6.50, p = .011, \eta_p^2 = .02$) as well as a significant effect of the phonological loop in 3rd grade (vocabulary t3: $F(8, 265) = 4.71, p = .031, \eta_p^2 = .02$) computing univariate ANCOVAs (Table 4). For grammar skills, there were great differences of the influence of working memory control in pre-school and in primary school age. In pre-school age (grammar t1), the control of working memory makes children with combined difficulties (MD/LD) perform even better than children with linguistic difficulties (LD). In this age, univariate ANCOVAs (Table 4) bared significant effects of both, phonological loop ($F(8, 275) = 10.77, p < .001, \eta_p^2 = .04$) and central executive ($F(8, 275) = 4.41, p = .037, \eta_p^2 = .02$). In 1st grade (grammar t2), the effect of the working memory on group differences in grammar was solely caused by the phonological loop ($F(8, 275) = 36.73, p < .001, \eta_p^2 = .12$)⁹.

Discussion

Using comprehensive longitudinal data of the German National Educational Panel

Study (NEPS), the present study sought to clarify the following interrelated issues under control of background variables: First, we wanted to investigate whether mathematical and linguistic development differs between subgroups of children with domain specific, combined, and without any learning difficulties as identified in pre-school age. Furthermore, we were interested to which extent developmental differences between the groups changed when phonological and central executive working memory components were controlled.

Initially, children with combined difficulties had the worst performances for both mathematical and linguistic skills at any time, followed by children with difficulties in the examined competences. Comparable findings for the linguistic and mathematical development of children with specific, combined resp. without learning difficulties had already been published by Jordan and Hanich (2003), however, spanning the time period between second and third grade only. Controlling for covariates in our study, children with combined learning difficulties were also deprived in socioeconomic status as well as the advantage of the main language of school instruction to be spoken at home. Research shows that both individual characteristics are strong predictors for lower performance in school in linguistics and mathematics (Hußmann, Stubbe, & Kasper, 2017; Walzebug, 2015). For the socioeconomic status, our results confirmed these findings in the general model by explaining performance and development differences between groups for mathematical as well as linguistic skills, which is consistent with previous studies in children with learning difficulties (Dilnot et al., 2017; Stock et al., 2010). In contrast, the main language of school instruction being spoken at home only has an impact on the vocabulary skills of children, especially in pre-school age. This is consistent with results of large-scale development studies (e.g. TEDS, Plomin & Dale, 2001) which attribute the lesser input dependency for grammar vs. vocabulary skills on genetics.

Considering mathematical development, a nearly consistent pattern was found

between all groups from last year before school entry (5/6 years) until the 4th grade of primary school (9/10 years) with one small exception: Children with mere mathematical difficulties showed a short mathematical improvement at school entry. This finding contrasts with the results of Jordan and colleagues (2015) who also examined the development of subgroups of children with domain specific, combined and without learning difficulties of differentiated mathematical tasks between 5 and 7 years, but which were already enrolled in school. Jordan and colleagues' (2015) results did not show a different developmental thrust within this age range for any of the investigated task types. This indicates that our results of the leap in the development of children with low mathematical achievements could be explained by entering school. However, between 1st and 2nd grade, children with low mathematical achievement fall repeatedly behind in their performances and show parallel progression to the other groups for the further development until the end of 4th grade. Apparently, it seems not possible to obtain a long-term support for the initially absorbed difficulties within the general framework of the school system. For the comparison of children with mathematical difficulties to their typical achieving peers, Geary and colleagues (2012) also have assessed a parallel development in similar school age, but especially for the skills of number sets. Further, results of the presented study showed no longer significant differences between the development of children with mathematical vs. combined difficulties in school, which was already proven for the arithmetic development in subtype comparison by Jordan and Hanich (2003).

For linguistic development various patterns of changes in group differences between vocabulary and grammar skills were shown: Children with combined difficulties as well as merely linguistic difficulties caught up in both linguistic skills in comparison to their typical achieving peers, but in a different degree. In vocabulary skills, children with combined learning difficulties showed a clear catching-up between all points in time, while

improvement of children with merely linguistic difficulties was weaker and only predominantly at school. In contrast, these children with the domain specific difficulties showed a strong jump at school entry in grammar skills, which was also shown in a much weaker form by children with combined difficulties. This finding may be related to the grammatical development, which, unlike the vocabulary, is completed at the age of six to seven years (Markowitsch & Welzer, 2010). Comparing children with early language deficits and their control group, Rescorla (2002) also found these lower performance gaps for grammar than for vocabulary, strikingly for the age of 6 and 7.

Considering the linguistic development of children with low mathematical achievements, results revealed a contrasting picture: In both vocabulary and grammar skills, these children showed a decline compared to their typical achieving peers, in strong favor for grammar. Keeping in mind that both linguistic skills were measured as comprehension tests, comparisons can be drawn to Jordan and Hanich (2003) results: The authors found diverging developments in reading skills which were mainly assessed through comprehension tests (word identification, fluency, and passage comprehension). At least for grammar, our result could argue, with respect to Kleemans, Peeters, Segers and Verhoeven (2012), to a joint principle of recursion for grammar and mathematics. Maybe we are talking here about cognitive abilities which are needed for a certain understanding of rules? In order to clarify such questions, the influence of cognitive abilities on the developmental processes and their different courses between the groups will be examined below.

Controlling for phonological and central executive requirements, the mathematical development between all groups showed smaller differences. Models of group-comparison for all mathematical competence measures bared a stronger explanatory value. Both, the phonological loop and the central executive can be used to explain group differences. These findings are consistent with the results of previous research which, for different components

of working memory, show relationships with mathematical learning in general on the one hand and existing limitations in these components for children with mathematical learning difficulties on the other hand (for an overview: Mähler & Schuchardt, 2012). Moreover, the development of children with combined difficulties is improving in that, since 2nd grade, it is almost identical to the development of children with only mathematical difficulties.

A marked improvement in children with combined difficulties under the control of working memory is also evident in linguistic development, especially in grammar. For vocabulary, the catching-up has a similar pattern as in mathematics. In grammatical development, pre-school performance under control of working memory is even better for children with combined than for children with only linguistic difficulties. Apparently, the capacity of working memory has a great explanatory value, notably for children with combined learning difficulties. This is in line with a current study of Brandenburg and Hasselhorn (2019), who were able to identify more comprehensive cognitive deficits, particularly in children with combined learning difficulties. Back to linguistic skills, we found a greater explanatory value of working memory for group-comparisons of grammar than for vocabulary which accords to our suggestion of underlying cognitive abilities for an understanding of rules. Further, in both linguistic skills, the central executive plays only a role for group differences in the early competence measurement, later replaced by the phonological loop. Maybe this is related to the results of Schuchardt, Worgt, and Hasselhorn (2012). Studying the effects of both working memory components on the further development of late talkers, these authors found that persistent linguistic difficulties could only be explained by the continued existence of deficits in the phonological loop in school age.

Limitations

Using an available panel dataset, some compromises had to be made regarding our

own research interests: As competence scores had not been uniformly measured at all points in time, it was not possible to draw the development of all competences during the entire age span. Also, not all data were evenly anchored to each other, which made individual tracking using growth curve models impossible. Another problem of the NEPS data set was, that it did not contain complete reliable values for working memory measurements of interest, so that indirect data had to be used for the central executive as evidenced in previous studies (e.g. Engel de Abreu et al., 2010). The indirect mapping used for measuring the working memory needs to be considered with care as it might be confounded with the reasoning measurements. Finally, it was not possible to distinguish between the development patterns for specific mathematical skills as a unidimensional of the construct was applied by the NEPS consortium.

Conclusion

The presented study helps to identify children with combined linguistic and mathematical learning difficulties in pre-school age as the most disadvantaged group for learning difficulties in further school development. The difficulties of these children go hand in hand with both, a reduced ability of the working memory as well as individual disadvantages due to their social background. With respect to research about home predictors on early literacy and numeracy (Kleemans et al., 2012) in addition to our findings we suggest addressing early inequalities as early as in pre-school age and continue intensively into primary school age. Further, for a support as well as a prevention of limited working memory resources, approaches of working memory relieving teaching methods (e.g. Krajewski & Ennemoser, 2010) should be implemented extensively. Other existing approaches to a combined promotion of working memory and mathematical skills (Sanchez-Perrez et al., 2018) are in addition to a balance of memory-based weaknesses and the mathematical development, for which the lowest compensations could be reported for all forms of learning

difficulties in our findings. For such promotion programs, even an additional effect on reading could be demonstrated. This linguistic ability also presupposes a certain understanding of rules such as grammar skills, which decreasing development in school is closely connected to mathematical and combined difficulties in the presented study. Further research is needed to detect the influences of such combination programs on grammatical understanding, especially in children with different learning difficulties. Finally, the earliest possible establishment of a combination of such described resource-oriented (e.g. Krajewski & Ennemoser, 2010) and resource-promoting (e.g. Sanchez-Perrez et al., 2018) approaches is considered to be promising in order to compensate for learning difficulties, both domain-specific and combined.

References

- Aro, T., Poikkeus, A.-M., Eklund, K., Tolvanen, A., Laasko, M.-L., Viholainen, H., ... Ahonen, T. (2009). Effects of multidomain risk accumulation on cognitive, academic, and behavioural outcomes. *Journal of Clinical Child & Adolescent Psychology*, 38, 883-898. doi: 10.1080/15374410903258942
- Archibald, L. (2016). Working memory and language learning: a review. *Child language teaching and therapy*. doi:10.1177/0265659016654206
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon Press.
- Bishop, D. V. (1989). *TROG – Test for Reception of Grammar*. Abingdon: Thomas Leach Ltd.
- Blossfeld, H.-P., Roßbach, H.-G., & von Maurice, J. (2011). Education as a lifelong process. [Special issue]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 14, 19–34. doi: 10.1007/s11618-011-0179-2
- Brandenburg, J., & Hasselhorn, M. (2019, Februar). *A mixture modeling approach to profile cognitive functioning with learning disorders*. Paper presented at the *joint conference*

of the Sections Educational Psychology and Developmental Psychology (paEpsy) of the German Psychological Society (DGPs), Leipzig, Germany.

- Dilnot, J., Hamilton, L., Maughan, B., & Snowling, M. J. (2017). Child and environmental risk factors predicting readiness for learning in children at high risk of dyslexia. *Development and Psychopathology, 29*, 235-244. doi: 10.1017/S0954579416000134
- Dunn, L. M., & Dunn, D. M. (2007). *Peabody Picture Vocabulary Test*, Fourth Edition (PPVT-4). Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Durkin, K., Mok, P. L. H., & Conti-Ramsden, G. (2013). Severity of specific language impairment predicts delayed development in number skills. *Frontiers in Psychology, 4*, 1–10. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00581
- Engel de Abreu, P. M. J., Conway, A. R. A., & Gathercole, S. E. (2010). Working memory and fluid intelligence in young children. *Intelligence, 38*, 552–561. doi: 10.1016/j.intell.2010.07.003
- Fischbach, A., Schuchardt, K., Brandenburg, J., Kleszczewski, J., Balke-Melcher, C., Schmidt, C. et al. (2013). Prävalenz von Lernschwächen und Lernstörungen. Zur Bedeutung der Diagnosekriterien [Prevalence of learning weaknesses and learning disabilities. The significance of the diagnostic criteria]. *Lernen und Lernstörungen, 2*, 65–76. doi: 10.1024/2235-0977/a000035
- Fox, A. V. (2006). *TROG-D Test zur Überprüfung des Grammatikverständnisses [TROG-D Test to examine grammar comprehension]*. Idstein: Schulz-Kirchner.
- Ganzeboom, H. B.G. (2010). *A new international socio-economic index [ISEI] of occupational status for the international standard classification of occupation 2008 [ISCO-08] constructed with data from the ISSP 2002-2007*. Annual Conference of International Social Survey Programme, Lisbon.
- Garson, G. D. (2015). *Missing values analysis & data imputation*. North Carolina: Statistical

Associates Publishing.

- Gathercole, S. E., & Baddeley, A. D. (1990). The role of phonological memory in vocabulary acquisition: A study of young children learning new names. *British Journal of Psychology*, *81*, 439–454. doi: 10.1111/j.2044-8295.1990.tb02371.x
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition in children with learning disabilities and persistent low achievement: a five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology*, *104*, 206–223. doi: 10.1037/a0025398
- Hußmann, A., Stubbe, T. C., & Kasper, D. (2017). Soziale Herkunft und Lesekompetenzen von Schülerinnen und Schülern [Social background and reading skills of students]. In A. Hußmann, H. Wendt, W. Bos, A. Bremerich-Vos, D. Kasper, E.-M. Lankes et al. (Eds.), *IGLU 2016. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* [IGLU 2016. Reading skills of primary school children in Germany in an international comparison] (pp. 195-217). Münster: Waxmann.
- Jordan, J. A., Wylie, J., & Mulhern, G. (2015). Mathematics and reading difficulty subtypes. Minor phonological influences on mathematics for 5-7-years-old. *Frontiers in Psychology*, *6*. doi: 10.3389/fpsyg.2015.0021
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies. A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18*, 213–221. doi: 10.1111/1540-5826.00076
- Kucian, K., & von Aster, M. (2015). Developmental dyscalculia. *European Journal of Pediatrics*, *174* (1). 1-13. doi: 10.1007/s00431-014-2455-7
- Kühn, P. (2010). Wie entwickeln sich Late Talkers? Eine Längsschnittstudie zur Prognose der sprachlichen, kognitiven und emotionalen Entwicklung von Late Talkers bis zum Einschulungsalter [How do Late Talkers develop? A longitudinal study to predict the

linguistic, cognitive and emotional development of late talkers until school age].

München: Hut.

- Krajewski, K., & Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung [The consideration of limited working memory resources in teaching and learning support]. In H.-P. Trolldenier, W. Lenhard, & P. Marx (Eds.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung. Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven* [Focal points of memory research. Developmental and pedagogical-psychological perspectives] (pp. 337-365). Göttingen: Hogrefe.
- Kleemans, J., Peeters, M., Segers, E., & Verhoevan, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 471–477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004
- Lang, F. R., Weiss, D., Stocker, A., & Rosenblatt, B. von. (2007). Assessing cognitive capacities in computer-assisted survey research: Two ultra-short tests of intellectual ability in the germany socio-economic panel (SOEP). *Journal of Applied Social Science Studies*, 127, 183–192.
- Mähler, C., & Schuchardt, K. (2012). Die Bedeutung der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses für die Differenzialdiagnostik von Lernstörungen [The importance of the functioning of the working memory for the differential diagnosis of learning disorders]. In M. Hasselhorn, & C. Zoelch (Eds.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* [Functional diagnostic of the working memory] (pp. 59-75). Göttingen: Hogrefe.
- Markowitsch, H. J., & Welzer, H. (2010). *The developmental of autobiographical memory*. Hove, UK: Psychology Press.
- Melchers, P., & Preuß, U. (2009). *Kaufmann assessment battery for children (K-ABC)* (8th

ed.). Frankfurt: Pearson.

- Morris, S. B. (2008). Estimating effect sizes from pretest-posttest-control group designs. *Organizational Research Methods, 11*(2), 364-386. doi: 10.1177/1094428106291059
- Neumann, I., Duchhardt, C., Grüßing, M., Heinze, A., Knopp, E., & Ehmke, T. (2013). Modeling and assessing mathematical competence over the lifespan. *Journal for educational research online, 5* (2), S. 80-109. Retrieved from: https://www.pedocs.de/volltexte/2013/8426/pdf/JERO_2013_2_Neumann_et_al_Modeling_and_assessing_mathematical_competencies.pdf. Gesehen 27. November 2019.
- Peng, P., Wang, C., & Namkung, J. (2018). Understanding the cognition related to mathematics difficulties: A meta-analysis on the cognitive deficit profiles and the bottleneck theory. *Review of Educational Research, 88*, 434–476. doi: 10.3102/0034654317753350
- Peters, L., Bulthé, J., Daniels, N., Op de Beeck, H., & De Smedt, B. (2018). Dyscalculia and dyslexia: different behavioral, yet similar brain activity profiles during arithmetic. *NeuroImage: Clinical*. doi: 10.1016/j.nicl.2018.03.003
- Plomin, R., & Dale, P. S. (2001). Genetics and early language development: A UK study of twins. In D. V. M. Bishop, & L. B. Leonard (Eds.), *Speech and language impairments in children: Causes, characteristics, intervention and outcome* (pp. 35-51). Hove, East Sussex: Psychology Press.
- Raven, J. C. (2009). *Raven's Progressive Matrices and Vocabulary Scales (SPM)*. Göttingen: Hogrefe.
- Rescorla, L. (2002). Language and reading outcomes to age 9 in late-talking toddlers. *Journal of Speech, Language and Hearing Research, 45*, 360-371. doi: 10.1044/1092-4388(2002/028)
- Sanchez-Perrez, N., Castillo, A., Lopez-Lopez, J. A., Pina, V., Puga, J. L., Campoy,

- G.,...Fuentes, L. J. (2018). Computer-based training in math and working memory improves cognitive skills and academic achievement in primary school children: behavioral results. *Frontiers in Psychology*, 8. doi: 10.3389/fpsyg.2017.02327
- Schuchardt, K., Worgt, M., & Hasselhorn, M. (2012). Besonderheiten im Arbeitsgedächtnis bei Kindern mit Sprachauffälligkeiten [Special features of working memory in children with speech disorders]. In M. Hasselhorn, & C. Zoelch (Eds.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* [Functional diagnostic of the working memory] (pp. 77-93). Göttingen: Hogrefe.
- Snowling, M. J., Duff, F. J., Nash, H. M., & Hulme, C. (2016). Language profiles and literacy outcomes of children with resolving, emerging, or persisting language impairments. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 57, 1360-1369. doi: 10.1111/jcpp.12497
- Snowling, M. J., Adams, J. W., Bishop, D. V. M., & Stothard, S. E. (2001). Educational attainments of school leavers with a preschool history of speech-language impairments. *International Journal of Language & Communication Disorders*, 36, 173–183.
doi: 10.1080/13682820120976
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2010). Detecting children with arithmetic disabilities from kindergarten: evidence from a 3-year longitudinal study on the role of preparatory arithmetic abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 43 (3), 250-268.
doi: 10.1177/0022219409345011
- Walzebug, A. (2015). *Sprachlich bedingte soziale Ungleichheit. Theoretische und empirische Betrachtungen am Beispiel mathematischer Testaufgaben und ihrer Bearbeitung* [Linguistic social inequality. Theoretical and empirical considerations on the example of mathematical test tasks and their processing]. Münster: Waxmann.

9 TEILSTUDIE 3

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020). Die Rolle von Sprache und Arbeitsgedächtnis für die Entwicklung mathematischen Lernens vom Vorschul- bis ins Grundschulalter. Längsschnittliche und querschnittliche Pfadanalysen von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS). *Lernen und Lernstörungen* 9(2), 97-110. doi: 10.1024/2235-0977/a000291

Manuskript eingereicht: 27.05.2019

Manuskript angenommen: 19.12.2019

Onlineveröffentlichung: 28.02.2020

Dieser Artikel gibt die in der Zeitschrift "*Lernen und Lernstörungen*" veröffentlichte endgültige Fassung nicht genau wieder. Es ist keine Kopie des ursprünglich veröffentlichten Artikels und nicht zum Zitieren geeignet.

Diese Arbeit nutzt Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, <https://doi.org/10.5157/NEPS:SC2:8.0.1>. Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Die Rolle von Sprache und Arbeitsgedächtnis für die Entwicklung mathematischen Lernens
vom Vorschul- bis ins Grundschulalter

Längsschnittliche und querschnittliche Pfadanalysen von Daten des Nationalen
Bildungspanels (NEPS)

The role of language and working memory in the development of mathematical
learning from preschool into primary school age

Longitudinal and cross-sectional path analyzes of data from the National Educational
Panel Study (NEPS)

Zusammenfassung

Jüngere Studien weisen auf die Komorbidität von altersabweichenden Sprachentwicklungsdefiziten und mathematischen Schwächen im Schulalter hin. Darüber hinaus erweist sich das Arbeitsgedächtnis als bedeutsam, weil es mit beiden Lernprozessen verbunden ist. Unter Nutzung von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS; $n = 412$) sollten deshalb generelle Einflüsse sprachlicher Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses (phonologische Schleife, zentrale Exekutive) auf die mathematische Kompetenzentwicklung zwischen Vorschul- und Grundschulalter (4-7 Jahre) identifiziert werden. Es zeigten sich neben einem langfristigen Einfluss von Wortschatz und Grammatik auf mathematisches Lernen eine altersabhängige Beteiligung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten. Direkte Einflüsse auf mathematische Kompetenzen im Vorschulalter nimmt die zentrale Exekutive und in der ersten Klassenstufe die phonologische Schleife. Indirekt werden Einflüsse der phonologischen Schleife auf vorschulische mathematische Kompetenzen über sprachliche Vorläufer (phonologische Bewusstheit, frühe Buchstabenkenntnis) mediiert. Stark ausgeprägte Grammatikleistungen im Vorschulalter beeinflussen positiv die weitere Leistungsfähigkeit der phonologischen Schleife und der zentralen Exekutive. Die Bedeutung des Zusammenspiels von Sprache, früher mathematischer Kompetenzen und beider Arbeitsgedächtniskomponenten für die Entwicklung mathematischen Lernens wird diskutiert.

Schlüsselwörter: Sprachkompetenz, Sprachentwicklung, mathematisches Lernen, Arbeitsgedächtnis

Abstract

Recent studies indicate a comorbidity of age-deviant language development and the occurrence of mathematical weaknesses in school age. Moreover, working memory is an important factor as it is involved in both learning processes. Based on data from the German National Educational Panel Study (NEPS; $n = 412$) we therefore investigated the effects of linguistic competences and working memory (phonological loop, central executive) on mathematical competence development between pre- and primary school age (4-7 years). In addition to a long-term influence of vocabulary and grammar on mathematical learning, an age-dependent participation of individual working memory components was shown. Direct influences on the mathematical competences at preschool age were taken by central executive, in 1st grade by phonological loop. Indirectly, phonological loop influences were mediated on preschool mathematical competences via linguistic precursors (phonological awareness, early letter knowledge). Pronounced grammar skills at pre-school age positively effect the subsequent performances of both, the phonological loop and the executive control. The importance of the interplay of language, early mathematic skills, and both components of the working memory for the development of mathematical learning is being discussed.

Keywords: language skills, language acquisition, mathematical learning, working memory

Einführung

Die Forschung zum Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen und mathematischem Lernen fokussiert sich bislang vor allem auf die mathematische Entwicklung bei Kindern, deren Sprachkompetenzen nicht altersgemäß entwickelt sind. Dies betrifft zum einen diejenigen Kinder, die infolge eines Zweitspracherwerbs oder besonders niedrigen sozioökonomischen Hintergrunds zunächst schlechtere sprachliche und später auch schwächere mathematische Leistungen aufweisen (u. a. Walzebug, 2015). Zum anderen zeigen auch Kinder mit Sprachentwicklungsstörungen in der Schule deutliche Defizite im mathematischen Erwerbsbereich (Cross, Archibald & Joannise, 2018). Gleichwohl kann noch nicht eindeutig geklärt werden, ob diese Schwächen auf die sprachlichen Defizite dieser Kinder oder auf eine zugrunde liegende Beeinträchtigung des Arbeitsgedächtnisses zurückzuführen sind (Ritterfeld et al., 2013). Denn selbst Untersuchungen mit unauffälligen Kindern weisen auf den Einfluss dieses kognitiven Systems sowohl auf sprachliche als auch auf mathematische Fähigkeiten hin (Gathercole, Willis, Emslie & Baddeley, 1992; LeFevre, Fast, Skwarchuk, Smith-Chant & Bisanz, 2010). Damit kann ein genereller Zusammenhang aller drei Kompetenzbereiche – Sprache, Arbeitsgedächtnis, mathematisches Lernen – vermutet werden.

Neuere Studien zu den Interdependenzen dieser drei Kompetenzbereiche bei typisch entwickelten Kindern (Kyttälä, Lepola, Aunio & Hautamäki, 2013; Röhm, Starke & Ritterfeld, 2017; Díaz-Barriga Yáñez, Carroll & Matthews, 2016) bestätigen diesen. Allerdings handelt es sich dabei bisher um Querschnittstudien, die keine Rückschlüsse darüber zulassen, welche Zusammenhangsmuster der drei Kompetenzen dem gesamten Entwicklungsverlauf mathematischen Lernens zwischen Vorschulalter und Grundschulalter zugrunde liegen. Die vorliegende Analyse längsschnittlicher Daten aus dem Nationalen Bildungspanel (NEPS) soll deshalb einen aussagekräftigeren Beitrag zur Aufklärung der Interdependenzen von Sprache, Arbeitsgedächtnis und mathematischem Lernen im Entwicklungsverlauf vom Kindergarten bis in die Grundschule leisten.

Theoretischer Hintergrund

Die Rolle der Sprache für mathematisches Lernen

Empirisch gestützte Modelle beschreiben den Einfluss von Sprache auf die Aneignung mathematischer Kompetenzen bereits für das Vorschulalter. Demnach stehen sprachliche Kompetenzen wie Sprachverständnis aber auch Kenntnisse des Wortschatzes und dessen Ausdruck in enger Verbindung mit der Entwicklung des Zahlverständnisses, welches als

Grundlage mathematischen Lernens im Schulalter gilt (u. a. Krajewski, 2014). Diese Entwicklungsphase mathematischen Lernens ist von Denkprozessen geprägt, welche zudem zunächst verbal ablaufen (u. a. von Aster, 2013). Diese Denkprozesse werden im späteren Vorschul- und beginnendem Grundschulalter durch visuell-arabische Repräsentationsformen ergänzt, bis letztendlich im Laufe der Grundschulzeit eine mentale Zahlenraumvorstellung möglich wird (ebd.). Bedeutende Zusammenhänge zwischen Sprache und mathematischem Lernen bleiben im Schulalter weiter bestehen und zeigen sich auf mehreren Ebenen: Verschiedene „sprachliche Register“, welche durch die Nutzung eines speziellen Wortschatzes und einer komplexeren Grammatik (Prediger, Erath & Moser-Opitz, 2019) gekennzeichnet sind, erlangen für die Beherrschung der *Unterrichtssprache* eine bedeutende Rolle. *Bildungssprache* (Gogolin & Lanke, 2011), welche mit dem Schulalter zunehmend an Bedeutung gewinnt und sich von der Alltagssprache durch Dekontextualisierung und Spezifität unterscheidet, bezieht sich auf die sprachlichen Gemeinsamkeiten aller Fächer. Dagegen ist *Fachsprache* an das einzelne Fach gebunden. Die mathematische Fachsprache wird charakterisiert durch spezifische Fachtermini, welche u. a. notwendige Begrifflichkeiten als Voraussetzung für geometrisches Lernen prägen. Zudem finden sich Eigenarten fachspezifischer Diskurse und Textsorten wieder, wie sie zur mündlichen und auch schriftlichen Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten notwendig sind (u. a. Paetsch, 2016). Diese bilden somit auch die Voraussetzung, sinnvoll mit mathematischen Textaufgaben zu operieren.

Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und mathematischen Kompetenzen

Untersuchungen von Zusammenhängen des Arbeitsgedächtnisses mit mathematischen Kompetenzen weisen uneinheitliche Befunde auf. Vermutlich lässt sich diese Heterogenität auf eine unterschiedliche Beteiligung der Subkomponenten des Arbeitsgedächtnisses an einzelnen mathematischen Teilbereichen zurückführen. Zugleich gilt eine altersabhängige Änderung der Nutzung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten bereits im Vorschulalter als wahrscheinlich (Ehlert, 2007). So konnten Purpura und Ganley (2014) bei Vorschulkindern Zusammenhänge der *phonologischen Schleife* mit Kompetenzen im Mengenvergleich sowie im Bereich des frühen Rechnens nachweisen. LeFevre et al. (2010) stellten in einer längsschnittlichen Untersuchung einen bedeutenden Einfluss des *visuell-räumlichen Notizblocks* im Bereich der frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen fest. Die Ergebnisse von Díaz-Barriga Yáñez und Kollegen (2016) erklären die Beteiligung der *zentralen Exekutive* beim Lösen arithmetischer Aufgaben im Altersbereich zwischen 4 und 6 Jahren durch den

Abwurf von Zählstrategien aus dem Langzeitgedächtnis sowie durch die Koordination zwischen sprachlichen und numerischen Informationen. Innerhalb dieser Altersstufe zeigten die Ergebnisse von Ehlert (2007) eine altersabhängige Änderung des Einflusses der einzelnen Subkomponenten. Diese Änderung kann auf eine hohe Relevanz dieser Altersstufe für mathematische und kognitive Entwicklungsprozesse zurückgeführt werden.

Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und sprachlichen Kompetenzen

Insbesondere das phonologische Arbeitsgedächtnis scheint eine herausragende Rolle in der Entwicklung sprachlicher Kompetenzen einzunehmen. Auf einen Zusammenhang dieses Subsystems mit sprachlichen Fähigkeiten lässt sich bereits aus Studien mit Kindern schließen, welche unter sprachlichen Lernschwierigkeiten leiden (Schuchardt, Worgt & Hasselhorn, 2012). Denn diese Kinder weisen typischerweise auch eine Einschränkung der Funktionstüchtigkeit der phonologischen Schleife auf. Aber auch unauffällige Kinder zeigten in einer Studie zum Wortschatzaufbau deutliche Zusammenhänge mit der phonologischen Schleife: Gathercole und Kollegen (1992) war es anhand eines Längsschnittdesigns möglich, der Frage nach der Wirkrichtung dieser Zusammenhänge nachzugehen. Dabei stellten sie fest, dass sich das kausale Beziehungsgefüge zwischen den beiden Variablen altersabhängig verändert. Der Einfluss der phonologischen Schleife auf die Entwicklung des Wortschatzes ließ sich in der Altersspanne zwischen 4 und 5 Jahren deutlich nachweisen. Ein Jahr später schien sich der Zusammenhang umzudrehen und das lexikalische Vorwissen die Leistungsfähigkeit des phonologischen Arbeitsgedächtnisses für weitere Lernprozesse zu beeinflussen.

Bei dem Erwerb grammatischer Strukturen leisten ebenfalls Arbeitsgedächtnisressourcen einen Beitrag, der jedoch unterschiedlich erklärt werden kann. So wird einerseits eine direkte Auswirkung des phonologischen Arbeitsgedächtnisses auf den Erwerb grammatischer Fähigkeiten angenommen (Götze, Hasselhorn & Kiese-Himmel, 2000). Andererseits zeigten Ergebnisse, dass dieser Einfluss über den Wortschatz mediiert wird (Adams & Gathercole, 1996).

Die zentrale Exekutive ist als Leitzentrale und übergeordnetes System nach dem zugrundeliegenden Modell von Baddeley (1986) automatisch in die Prozesse der sprachlichen Informationsverarbeitung und des sprachlichen Wissenserwerbs eingebunden. Ihr Einfluss scheint jedoch stärker in frühen Entwicklungsstadien verwurzelt. So zeigten Untersuchungen von Kindern mit Sprachauffälligkeiten, dass Defizite in der zentralen Exekutive zwar sprachliche Verzögerungen im Vorschulalter erklären, die weitere

Entwicklung dagegen nicht beeinträchtigen. Für eine anhaltende Sprachschwäche sind hingegen Defizite in der phonologischen Schleife prädiktiv (Schuchardt et al., 2012).

Zusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis

Wenige Studien widmen sich bislang den komplexen Interdependenzen zwischen den drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis. Zudem erlauben die vorliegenden Ergebnisse keine Aussagen darüber, welche Wirkrichtung den Zusammenhängen zwischen allen drei Komponenten zugrunde liegt. Allerdings weisen die Befunde auf zusätzlich bestehende indirekte Effekte zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis hin. Einerseits wird der Zusammenhang zwischen der phonologischen Schleife und den mathematischen Kompetenzen über sprachliche Maße mediiert, was sowohl für mathematische Basiskompetenzen bei 5-6-Jährigen (Röhm et al., 2017) als auch für mündlich und bildlich vermittelte mathematische Textaufgaben bei 5-7-Jährigen deutlich wurde (Kyttälä et al., 2013). Zudem scheint im Zusammenspiel zwischen verbalen und numerischen Informationen beim Lösen mathematischer Aufgaben die zentrale Exekutive koordinativ beteiligt (Díaz-Barriga Yáñez et al., 2016). Diese ersten Anhaltspunkte zu den komplexen Interdependenzen aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – weisen demnach darauf hin, dass Einflüsse einzelner Arbeitsgedächtnismaße über Sprache auf mathematische Kompetenzen oder aber von Sprache auf mathematisches Lernen über einzelne Komponenten des Arbeitsgedächtnisses bestehen.

Zusammenhänge zwischen (schrift-)sprachlichen Vorläuferfähigkeiten, mathematischen Kompetenzen und Arbeitsgedächtnis

Längsschnittstudien weisen zudem darauf hin, dass die *phonologische Bewusstheit*, als für (Schrift-)Sprache relevante Vorläuferfähigkeit, im engen Zusammenhang mit der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen steht (Krajewski & Schneider, 2009). Diese spezifische Vorläuferfähigkeit wurde auch im Rahmen der genutzten NEPS-Daten innerhalb der 2. Welle (Fünf- und Sechsjährige) als etappenspezifisches Maß erhoben. Sie stellt neben der *frühen Buchstabenkenntnis*, welche die phonologische Bewusstheit ihrerseits beeinflusst (de Jong, 2007), innerhalb dieser Erhebungswelle das einzige Maß linguistischer Kompetenz dar. Studien zeigen, dass diese beiden Vorläuferfähigkeiten wiederum in ihrer Entwicklung von einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten beeinflusst werden (Preßler, Krajewski & Hasselhorn, 2013). Diese Einzelzusammenhänge können jedoch nicht klären, welche Rolle differenzierten sprachlichen Vorläuferfähigkeiten neben den unterschiedlichen Arbeitsgedächtnismaßen beim mathematischen Lernen zukommt.

Forschungsanliegen

Die bisherige Forschung weist auf eine hohe Komplexität im Zusammenspiel zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischem Lernen und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten hin, welches der Entwicklung mathematischen Lernens zwischen Vor- und Grundschulalter zugrunde liegt. Bislang liegt jedoch unseres Wissens noch keine Studie vor, in der sowohl der Einfluss sprachlicher Kompetenzen als auch einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten auf das mathematische Lernen sowie wechselseitige Interdependenzen aller drei Kompetenzen im Entwicklungsverlauf untersucht wurden. Die Auswertung längsschnittlicher Daten aus dem Nationalen Bildungspanel (NEPS) bietet sich an, um einen Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücke zu leisten. Dort wurden im Altersbereich zwischen Kindergarten und Grundschule mathematische Kompetenzen sowie unterschiedliche sprachliche Kompetenzen (Wortschatz, Grammatik, sprachliche Vorläuferfähigkeiten) und Arbeitsgedächtniskomponenten (phonologische Schleife, zentrale Exekutive) in Anlehnung an Baddeley (1986) erhoben. Allerdings wurden nicht alle Parameter zu allen Zeitpunkten gleichmäßig erfasst sowie längsschnittlich verankert, sodass eine vollständige Cross-Lagged-Panel-Analyse nicht möglich ist. Die vorliegende Untersuchung fokussiert deshalb die Einflüsse sprachlicher Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung mathematischen Lernens vom Kindergarten bis in die Grundschule auf Grundlage der verfügbaren Informationen zu den unterschiedlichen Messzeitpunkten. Dabei ist es von Interesse, *(1) welche Einflüsse sprachliche Kompetenzen und einzelne Komponenten des Arbeitsgedächtnisses auf das mathematische Lernen nehmen und (2) welche Rolle den Interdependenzen zwischen allen drei Komponenten im Prozess mathematischen Lernens zukommt.*

Die berichteten Einzelbefunde begründen die Annahme eines frühen komplexen Zusammenspiels zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis, auch wenn nur (schrift-)sprachliche Vorläuferfähigkeiten als Sprachmaße zur Verfügung stehen (u. a. Krajewski & Schneider, 2009; Preßler et al., 2013). Daraus lässt sich das Forschungsinteresse ableiten, *(3) Zusammenhänge sprachlicher Vorläuferfähigkeiten, der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und dem Erwerb mathematischer Basiskompetenzen, welche gleichzeitig die Basis mathematischen Lernens im Schulalter bilden (u. a. Krajewski, 2014), zu untersuchen.*

Methode

Stichprobe

Grundlage der vorliegenden Analysen bilden die Daten der Gruppe 3 (Fälle mit vorhandenen Daten im Vor- und Grundschulalter) der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS) (Blossfeld, Roßbach & von Maurice, 2011) zwischen zweitem Kindergartenjahr (4/5 Jahren) bis einschließlich der ersten Klassenstufe (6/7 Jahren) ($n = 539$; jährliche Messungen). Zur Sicherstellung der Validität wurden nur die Daten derjenigen Kinder in die Analysen mit aufgenommen, bei welchen eine die Sprache beeinflussende Behinderung (Hören, geistige Behinderung) ausgeschlossen werden konnte ($n = 485$). Die Darstellung vergleichbarer sprachlicher Daten verlangte zudem eine weitere Reduzierung, da bei NEPS die Erhebung der Grammatik im Alter von 4/5 Jahren (MZP 1) bei 12,9 Prozent der Testgruppe vorzeitig abgebrochen wurde. Da der Testabbruch auf ein systematisches Problem zurückgeführt werden kann, konnte der vorliegende Datensatz reduziert werden. In beiden Fällen musste von einer Datenimputation zur Aufrechterhaltung der ursprünglichen Stichprobengröße abgesehen werden, da die fehlenden Informationen durch weitere Drittvariablen nicht vorhersagbar waren. Der verwendete Datensatz der vorliegenden Analysen zeichnet sich somit durch eine Anzahl von 412 Kindern aus (weiblich = 51 %).

Instrumente

Interessierenden Kompetenzdaten wurden innerhalb von NEPS in altersangepasster Form in Einzel- (Vorschulalter) bzw. Gruppensettings (Grundschulalter) erhoben. Die genutzten Daten gehen überwiegend auf Skalenmittelwerte zurück, welche als Summenwerte vorliegen. Ausnahme bilden die mathematischen Kompetenzen, welche als längsschnittlich verankerte Personenparameter (WLEs) genutzt werden können. Die angegebene interne Konsistenz unter Verwendung von Cronbachs Alpha (α) bezieht sich auf die ausgewählte Stichprobe ($n = 412$). Eingesetzte *mathematische Tests* (MZP 1, 5/6 Jahre: $\alpha = .79$; MZP 2, 6/7 Jahre: $\alpha = .77$) basieren auf der Konzeption der *Mathematical Literacy* (u. a. PISA) sowie den Bildungsstandards für Mathematik. Gemessene Kompetenzen können dabei den Teilbereichen Arithmetik, Sachrechnen, Geometrie und Zahlen-Größen-Verständnis zugeordnet werden. *Sprachliche Kompetenzen des Wortschatzes* (MZP 1, 4/5 Jahre: $\alpha = .91$; MZP 2, 5/6 Jahre: $\alpha = .85$) und der *Grammatik* (MZP 1, 4/5 Jahre: $\alpha = .86$; MZP 2, 6/7 Jahre: $\alpha = .83$) wurden rezeptiv erhoben. Zusätzlich wurden (schrift-)sprachliche Vorläuferfähigkeiten als etappenspezifische Maße kurz vor Schuleintritt (5/6 Jahre) erfasst: Die Testung der *phonologischen Bewusstheit* stellt eine Kombination unterschiedlicher

Messverfahren dar, welche das „Onset-Reim-Synthetisieren“ ($\alpha = .93$), ein „Reimspiel“ ($\alpha = .71$) und die „Identifikation von Phonemen“ ($\alpha = .82$) mit einschließt. Zur Testung der *frühen Buchstabenkenntnis* wurde bei NEPS ein eigens entwickeltes „Buchstabenspiel“ eingesetzt ($\alpha = .95$). Als *Arbeitsgedächtnismaße* wurden die zwei Subkomponenten *phonologischen Schleife* ($\alpha = .74$) und *zentrale Exekutive* ($\alpha = .53$) durch Spannenaufgaben (Zahlenspanne bzw. Zahlenspanne rückwärts) gemessen. Die gering ausgeprägte interne Konsistenz der zentralen Exekutive ist auf die geringe Anzahl an Items (6) zurückzuführen, welche in die Analysen eingeflossen sind. Die zur Kontrolle eingesetzten Maße der *kognitiven Grundfähigkeiten* (5/6 Jahre) wurden in zwei Teilkomponenten nonverbal erfasst. Für die *Wahrnehmungsgeschwindigkeit* (aufgrund fehlender Informationen kann kein Cronbachs α angegeben werden) wurde ein *Bilder-Zeichen-Test* (NEPS-BZT) eingesetzt, das *schlussfolgernde Denken* ($\alpha = .72$) wurde mittels eines Matrizentests (NEPS-MAT) erhoben. Die Items der drei Skalen zur phonologischen Bewusstheit wie auch der beiden Skalen zu den kognitiven Grundfähigkeiten wurden für die vorliegenden Analysen gleichwertig zusammengefasst. Angaben individueller Merkmale wie sozioökonomischer Status (SES), Migrationshintergrund (0 = nein/1 = ja), Geschlecht (1 = männlich/2 = weiblich) und Deutsch als überwiegend zuhause gesprochene Sprache (GERM) (0 = nein/1 = ja) basieren auf den Daten der Elternbefragungen. Zur Abbildung des sozioökonomischen Status wurde der ISEI-08 gewählt. Das Vorliegen einer sprachlichen Lernschwäche (LLA) wurde anhand einer gleichwertigen Zusammenfassung der Ausprägung des vorschulischen Wortschatzes und der Grammatik ($< - 1 SD$) kontrolliert. Detailliertere Beschreibungen eingesetzter Kompetenzmessungen können wie folgt abgerufen werden: <https://www.neps-data.de/en-us/datacenter/dataanddocumentation/startingcohortkindergarten/documentation.aspx>

Auswertung

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurden mit Hilfe des Datenverarbeitungsprogramms Mplus 5.21 (Muthen & Muthen, 2009) Pfadanalysen berechnet. Als Schätzverfahren wurde das Maximum-Likelihood-Verfahren (MLR) hinzugezogen. Die Modellgüte wurde anhand der in Abbildung 1 und 2 ersichtlichen Parameter überprüft. Zusätzlich wurden zur Klärung von Zusammenhangsmustern Mediationsanalysen durchgeführt. Vorangehende deskriptive Analysen erfolgten mit SPSS 25. Einflüsse individueller Merkmale (kognitive Grundfähigkeiten, SES, Migrationshintergrund, Geschlecht, GERM, LLA) wurden kontrolliert. Trotz wiederholt eingesetzter Tests sind die Stabilitäten des Wortschatzes und der Grammatik mit Vorsicht zu

interpretieren, da für die vorliegenden Werte bisher keine längsschnittliche Verankerung vorliegt. Von einer selbst durchgeführten Verlinkung der Daten wurde aufgrund des Fehlens eindeutiger Informationen zur Auswahl der bei NEPS verwendeten Items der ursprünglichen Testinstrumente zu den jeweiligen Messzeitpunkten abgesehen.

Ergebnisse

Tabelle 1 gibt die bivariaten bzw. punkt-biserialen Korrelationen aller Variablen wieder ($p \leq .01$), welche den im Folgenden durchgeführten Analysen zugrunde liegen. Erwartungsgemäß wiesen die Interkorrelationen zwischen dem rezeptiven Hörverstehen auf Wort- (Wortschatz) und Satzebene (Grammatik) wie auch zwischen den wiederholt gemessenen Variablen unterschiedlicher Wellen (Wortschatz, Grammatik, Mathematik) hohe Zusammenhänge auf (Cohen, 1980). Zwischen den sprachlichen Kompetenzen einzelner Ebenen (Wortschatz, Grammatik, sprachliche Vorläufer), den mathematischen Kompetenzen und den beiden im NEPS gemessenen Arbeitsgedächtniskomponenten (phonologische Schleife, zentrale Exekutive) zeigten sich zahlreiche moderat bis groß ausgeprägte Zusammenhänge. Ausnahmen stellten sich im Bereich des Wortschatzes im Vorschul- ($r = .08, p > .01$) und Grundschulalter ($r = .15, p \leq .001$) mit der frühen Buchstabenkenntnis dar, wie auch zwischen dem vorschulischen Wortschatz und beiden Arbeitsgedächtniskomponenten ($r \geq .20, p \leq .001$). Zudem hing die frühe Buchstabenkenntnis nur gering mit der Grammatikkompetenz im Vorschulalter zusammen ($r = .16, p \leq .001$). Die Kontrollvariablen Migrationshintergrund, LLA und SES wiesen zahlreiche Korrelationen mit allen gemessenen Kompetenzen auf. Das Geschlecht korrelierte positiv mit den kognitiven Grundfähigkeiten ($r = .11, p = .01$) sowie negativ mit den mathematischen Leistungen im Vorschul- ($r = -.11, p = .01$) und Grundschulalter ($r = -.23^*, p = .01$). Die kognitiven Grundfähigkeiten wiesen, mit Ausnahme des Wortschatzes und der Grammatik ($r \geq .14, p \leq .001$) sowie der phonologischen Schleife ($r = .25, p \leq .001$), moderate Zusammenhänge zu allen Kompetenztestungen auf ($r \geq .31, p \leq .001$). Die zuhause gesprochene Sprache (GERM) zeigte weder Zusammenhänge zu den sprachlichen Vorläuferfähigkeiten noch zum Arbeitsgedächtnis.

Die durchgeführten Korrelationsanalysen wiesen auch für die eingesetzten dichotomen Kontrollvariablen (Migrationshintergrund, zuhause gesprochene Sprache (GERM) und das Vorliegen einer Sprachschwäche (LLA)) auf Zusammenhänge untereinander hin, deren Ausprägungen im Rahmen der Pfadanalysen anhand von multiplen Korrelationen kontrolliert wurden (vgl. Tab. 2).

Tabelle 1

Bivariate Korrelationen aller interessierenden Variablen

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 SES															
2 Mig	-.12*														
3 GERM	.19**	-.52**													
4 LLA	-.21**	.32**	-.48**												
5 Sex	.04	.06	-.02	.06											
6 KG	.07	.03	.04	-.08	.11*										
<hr/>															
Welle 1															
7 Wo	.22**	.34**	.41**	-.71**	-.08	.14**									
8 Gr	.22**	.24**	.33**	-.57**	-.03	.19**	.62**								
<hr/>															
Welle 2															
9 PB	.27**	-.06	.10	-.27**	.05	.34**	.34**	.45**							
10 FB	.10	.12*	-.01	-.04	.03	.28**	.08	.16**	.50**						
11 PS	.16**	-.03	.06	-.15**	.05	.25**	.21**	.31**	.40**	.31**					
12 ZE	.21**	-.03	.06	-.11*	.00	.31**	.20**	.36**	.46**	.35**	.39**				
13 Ma	.23**	-.20**	.24**	-.32**	-.11*	.46**	.44**	.47**	.53**	.39**	.34**	.47**			
<hr/>															
Welle 3															
14 Wo	.29**	-.28**	.33**	-.50**	-.04	.20**	.66**	.60**	.37**	.15**	.25**	.29**	.48**		

15 Gr	.29**	-.20**	.25**	-.37**	.09	.21**	.52**	.58**	.50**	.25**	.45**	.40**	.48**	.65**	
16 Ma	.32**	-.14**	.18**	-.28**	-.23*	.36**	.41**	.52**	.45**	.37**	.38**	.41**	.67**	.49**	.53**

Anmerkungen. Korrelationen zwischen dichotomen und ordinal/intervall-skalierten Variablen wurden von SPSS automatisch punkt-biserial berechnet; signifikante Korrelationen werden fett hervorgehoben. SES = sozioökonomischer Status; Mig = Migration; GERM = Deutsch als überwiegend zuhause gesprochene Sprache; LLA = Sprachschwäche; KG = kognitive Grundfähigkeiten; Wo = Wortschatz; Gr = Grammatik; PB = phonologische Bewusstheit; FB = frühe Buchstabenkenntnis; PS = phonologische Schleife; ZE = zentrale Exekutive; Ma = Mathe; * $p < .05$, ** $p < .01$; $n = 412$.

Tabelle 2

Effekte eingesetzter Kontrollvariablen der längsschnittlichen (Welle 1-3) und querschnittlichen Pfadanalyse (Welle 2)

	Längsschnittliche Pfadanalyse (Welle 1-3)						Querschnittliche Pfadanalyse (Welle 2)					
	SES	Mig	GERM	LLA	Sex	KG	SES	Mig	GERM	LLA	Sex	KG
SES												
Mig	-.12*						-.12*					
GERM	.19**	-.53***					.18**	-.53***				
LLA	-.20***	.30***	-.46***				-.21***	.31***	-.48***			
Sex												
KG										-.09*	.11*	

<u>Welle 1</u>									
Wo		-.12**		-.65***		.09*			
Gr	.09*			-.50***		.15***			
<u>Welle 2</u>									
PB	.15***					.26***	.12**		-.17***
FB						.26***	.14**		.16***
PS						.20***	.13**		-.10*
ZE	.14**			.16*		.24***	.18***		.29***
Ma	.11**	-.09*		.12*	-.13***	.39***	-.12**	-.12**	-.14***
									.28***
<u>Welle 3</u>									
Wo	.11**								
Gr	.09*				.10***				
Ma	.16***			.13*	-.10**	.08*			

Anmerkungen. Regressionen werden fett hervorgehoben, Korrelationen werden kursiv dargestellt; SES = Sozioökonomischer Status; Mig = Migration; GERM = Deutsch als überwiegend zuhause gesprochene Sprache; LLA = Sprachschwäche; KG = kognitive Grundfähigkeiten; Wo = Wortschatz; Gr = Grammatik; PB = phonologische Bewusstheit; FB = frühe Buchstabenkenntnis; PS = phonologische Schleife; ZE = zentrale Exekutive; Ma = Mathe; * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$; $n = 412$

Zur Beantwortung der Fragen, welche Einflüsse sprachliche Kompetenzen und einzelne Komponenten des Arbeitsgedächtnisses auf mathematisches Lernen zwischen Vorschulalter und Grundschulalter einnehmen und welche Rolle bestehenden Interdependenzen zwischen allen drei Komponenten dabei zukommt, wurde ein in Abbildung 1 dargestelltes Pfadmodell über drei Wellen berechnet. Kontrollierte Einflüsse individueller kognitiver (kognitive Grundfähigkeiten, Vorliegen einer Sprachschwäche) und familiärer (sozioökonomischer Status, Migrationshintergrund, zuhause gesprochene Sprache, Geschlecht)

Hintergrundvariablen wurden aufgrund der Übersichtlichkeit nicht im Modell abgebildet. Diese werden tabellarisch aufgeführt (vgl. Tab. 2).

In den multiplen Korrekturen der Pfandanalysen (vgl. Tab. 2) bildete sich der Großteil der zuvor berichteten Zusammenhänge zwischen den Hintergrundvariablen ab (vgl. Tab. 2).

Einzig die schwach ausgeprägte Korrelation zwischen Geschlecht (Sex) und kognitiven Grundfähigkeiten (KG) blieb nicht bestehen. Das Vorliegen einer Sprachschwäche (LLA) hing stark mit dem Migrationshintergrund (Mig) und der zuhause gesprochenen Sprache (GERM) zusammen. Dieser enge Zusammenhang wirkte sich auf die sich behauptenden Effekte dieser drei Hintergrundvariablen auf die Kompetenzmessungen im Modell aus, welche sich überwiegend nur für das Vorliegen einer Sprachschwäche (LLA) zeigten.

Scheinbar direkte positive Effekte des Vorliegens einer Sprachschwäche (LLA) auf mathematische Kompetenzen und auf die zentrale Exekutive konnten unter Berechnung vertiefter Analysen als indirekte negative Einflüsse identifiziert werden (Totale Effekte: Mathe 1: $B = -.20$, $SE(B) = .04$, $p < .001$, 95% KI für $B [-.29, -.11]$; Mathe 2: $B = -.19$, $SE(B) = .05$, $p < .001$, 95% KI für $B [-.29, -.10]$; zentrale Exekutive: $B = -.06$, $SE(B) = .06$, $p = .34$, 95% KI für $B [-.16, .06]$). Die Umkehrung der Ausrichtung dieser Zusammenhänge im Gesamtmodell ist vermutlich auf einen ursprünglich positiven direkten Einfluss der sprachlichen Mediatoren (vorschulischer Wortschatz und Grammatik) auf mathematische Kompetenzen und die zentrale Exekutive (vgl. Abb. 1 und Ergebnisteil) zurückzuführen. Die Ausprägung des sozioökonomischen Hintergrunds beeinflusste in einem geringeren Maße einzelne sprachliche Kompetenzen wie auch die Mathematik im Vor- und Grundschulalter (vgl. Tab. 2). Zugunsten des männlichen Geschlechts zeigten sich zudem Zusammenhänge mit beiden mathematischen Kompetenzen. Die vorschulisch gemessenen kognitiven Grundfähigkeiten wiesen Einflüsse auf alle Kompetenztestungen im Vorschulalter auf. Einzig mathematische Kompetenzen wurden auch in einem geringen Maße im Grundschulalter von kognitiven Grundfähigkeiten im Vorschulalter direkt beeinflusst. Dieser

Zusammenhang ließ sich durch vertiefende Analysen bestätigen ($B = .09, SE(B) = .04, p = .02, 95\% \text{ KI für } B [.02, .16]$), welche zudem auf indirekte Zusammenhänge über die mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter ($B = .14, SE(B) = .02, p < .001, 95\% \text{ KI für } B [.09, .19]$) und sehr gering ausgeprägt über die phonologische Schleife hindeuteten ($B = .02, SE(B) = .01, p = .02, 95\% \text{ KI für } B [.01, .05]$).

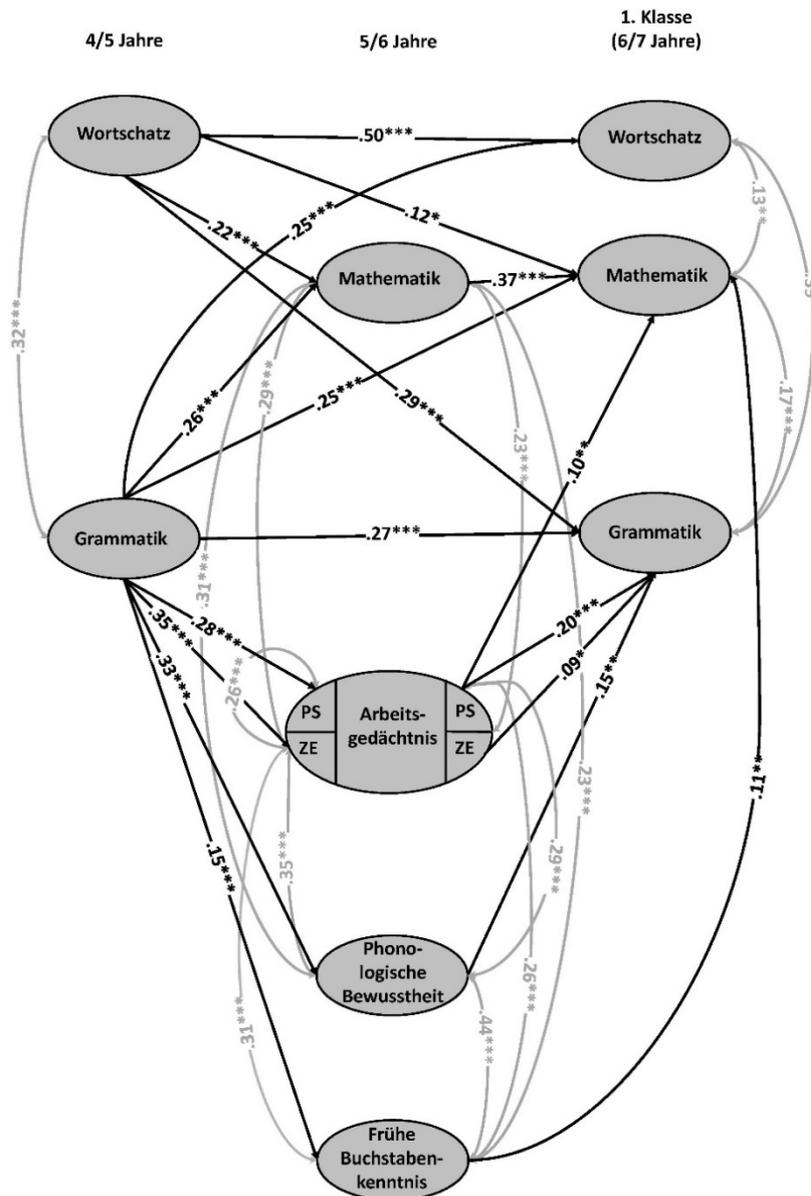


Abbildung 1. Einflüsse sprachlicher Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung mathematischen Lernens vom Kindergartenalter bis in die erste Klassenstufe unter Kontrolle individueller Merkmale (Mig, GERM, SES, Sex, LLA, KG). PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive; $\chi^2 = .32; df = 24; CFI = .997; RMSEA = .028; n = 412; * = p \leq .05, ** = p \leq .01, *** = p \leq .001$.

Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematische Kompetenzen

Die Ergebnisse der Pfadanalyse (vgl. Abb. 1) zeigen Einflüsse unterschiedlicher sprachlicher Kompetenzen auf das mathematische Lernen. So wirkten sich früh erworbene Kompetenzen des Wortschatzes und der Grammatik nicht nur unmittelbar, sondern auch längerfristig auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder aus. Im berechneten Modell setzen sich dabei die grammatischen Kompetenzen etwas stärker durch. Getrennt gerechnete Modelle beider sprachlicher Kompetenzen (Wortschatz, Grammatik) zeigten auch stärker ausgeprägte Einflüsse des frühen Wortschatzes auf beide Messzeitpunkte der mathematischen Kompetenzen (Mathe 1: $B = .33$, $SE(B) = .05$, $p < .001$; Mathe 2: $B = .19$, $SE(B) = .06$, $p < .001$). Zudem hingen schulische Kompetenzen des Wortschatzes und der Grammatik mit den mathematischen Kompetenzen im ersten Schuljahr zusammen. Vor dem Übergang ins Schulalter korrelierten sprachliche Vorläufer (phonologische Bewusstheit, frühe Buchstabenkenntnis) mit mathematischen Kompetenzen innerhalb einer Altersstufe. Die vorschulisch gemessene frühe Buchstabenkenntnis zeigte zudem einen schwach ausgeprägten direkten Effekt auf mathematische Kompetenzen im Schulalter. Dieser konnte anhand vertiefender Mediationsanalysen ($B = .10$, $SE(B) = .05$, $p = .02$, 95% KI für B [.05, .14]) neben einem indirekten Effekt über vorschulische mathematische Kompetenzen ($B = .09$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für B [.05, .13]) bestätigt werden. Die phonologische Bewusstheit zeigte dagegen keinerlei direkte Einflüsse ($B = -.04$, $SE(B) = .05$, $p = .45$, 95% KI für B [-.14, .06]) auf die mathematischen Kompetenzen im ersten Schuljahr. Diese wurden lediglich über die frühe Buchstabenkenntnis ($B = .05$, $SE(B) = .02$, $p = .03$, 95% KI für B [.01, .10]), die vorschulischen mathematischen Kompetenzen ($B = .11$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für B [.07, .15]) und die Grammatikleistungen der ersten Klassenstufe ($B = .03$, $SE(B) = .01$, $p = .01$, 95% KI für B [.01, .06]) mediiert.

Einflüsse des Arbeitsgedächtnisses auf mathematische Kompetenzen

Die Ausprägungen der phonologischen Schleife und der zentralen Exekutive hingen eng mit den mathematischen Kompetenzen innerhalb der Altersstufe kurz vor Schuleintritt zusammen (vgl. Abb. 1). Längsschnittlich betrachtet deuten die Ergebnisse der Pfadanalyse auf einen direkten Effekt der phonologischen Schleife auf die mathematischen Kompetenzen im ersten Schuljahr hin, welcher sich anhand vertiefender Mediationsanalysen bestätigte ($B = .10$, $SE(B) = .04$, $p = .01$, 95% KI für B [.02, .18]). Zusätzlich zeigte sich ein schwach ausgeprägter indirekter Effekt über die Grammatikleistungen der ersten Klassenstufe ($B =$

.05, $SE(B) = .01$, $p < .001$, 95% KI für B [.02, .07]). Die zentrale Exekutive wies dagegen keinen direkten Einfluss auf die Mathematikleistungen der ersten Klassenstufe auf ($B = .04$, $SE(B) = .04$, $p = .32$, 95% KI für B [-.03, .12]). Bestehende indirekte Einflüsse wurden größtenteils durch mathematische Kompetenzen im Vorschulalter ($B = .14$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für B [.10, .18]) mediiert. Zusätzlich zeigten sich schwach ausgeprägte indirekte Effekte über die parallel gemessene phonologische Schleife ($B = .03$, $SE(B) = .01$, $p = .02$, 95% KI für B [.01, .06]) und die grammatikalischen Fähigkeiten im ersten Schuljahr ($B = .04$, $SE(B) = .01$, $p = .01$, 95% KI für B [.02, .07]).

Interdependenzen aller drei Komponenten

Eine hohe Ausprägung vorschulischer grammatikalischer Kompetenzen (vgl. Abb. 1) begünstigte positiv die Leistungsfähigkeit beider Arbeitsgedächtniskomponenten, welche kurz vor Schuleintritt erhoben wurden. Diese wirkten sich wiederum – neben den bereits beschriebenen Einflüssen auf mathematische Kompetenzen der ersten Klassenstufe (vgl. oben) – positiv auf die grammatikalischen Leistungen der ersten Klassenstufe aus, deren Ausprägung mit den schulischen Mathematikleistungen zusammenhingen. Zudem beeinflusste die Ausprägung der vorschulischen grammatikalischen Kompetenzen die ein Jahr später gemessenen (schrift-)sprachlichen Vorläufer (phonologische Bewusstheit, frühe Buchstabenkenntnis), welche mit den vorschulischen mathematischen Kompetenzen moderat korrelierten. Diese frühen mathematischen Kompetenzen stellten unter der Kontrolle der Einflüsse sprachlicher Kompetenzen und beider Arbeitsgedächtniskomponenten den stärksten Prädiktor mathematischer Leistungen im ersten Schuljahr dar. Zahlreiche Zusammenhänge innerhalb der Altersstufe vorschulisch gemessener mathematischer Kompetenzen (5/6 Jahre), welche sich zwischen den Arbeitsgedächtnismaßen, den (schrift-)sprachlichen Vorläufern und den mathematischen Kompetenzen abzeichneten, machten eine vertiefende Untersuchung dieser Altersspanne sinnvoll. Dazu wurde eine gesonderte Pfadanalyse der zweiten Welle durchgeführt (vgl. Abb. 2). In der Altersstufe kurz vor Schuleintritt zeigten sich vergleichbare Zusammenhänge und Einflüsse der Hintergrundvariablen wie in Modell 1 beschrieben (vgl. Tab. 2). Einzig die bereits bei den bivariaten Korrelation (vgl. Tab. 1) auftauchende Korrelation zwischen den kognitiven Grundfähigkeiten und dem Geschlecht setzte sich neu im Pfadmodell 2 durch (vgl. Tab. 2). Zudem behaupteten sich weitere bivariat bereits auftauchende negative Effekte des Vorliegens einer Sprachschwäche (LLA) sowie positive Effekte des sozioökonomischen Hintergrunds (SES) zu einzelnen Kompetenzen. Die zunächst erscheinende negative

Korrelation zwischen LLA und kognitiven Grundfähigkeiten, welche bivariat nicht vorhanden ist, konnte durch vertiefende Analysen abgelehnt werden (Totaler Effekt: $B = -.07$, $SE(B) = .04$, $p = .08$, 95% KI für $B [-.14, .01]$).

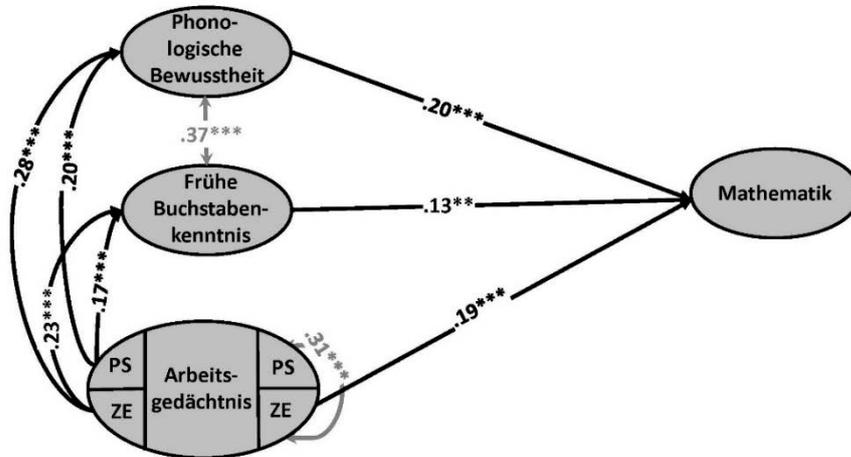


Abbildung 2. Zusammenhänge in der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen innerhalb der Altersstufe kurz vor Schuleintritt (5/6 Jahre) unter Kontrolle individueller Merkmale (Mig, GERM, SES, Sex, LLA, KG). PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive; $\chi^2 = 3.67$; $df = 11$; $CFI = .100$; $RMSEA = .000$; $n = 412$; * = $p \leq .05$, ** = $p \leq .01$, *** = $p \leq .001$.

Einflüsse der phonologischen Bewusstheit und der frühen Buchstabenkenntnis

Im Modell der vertiefenden Pfadanalyse (vgl. Abb. 2) konsolidierten sich erneut die Zusammenhänge beider (schrift-)sprachlicher Vorläufer mit den frühen mathematischen Kompetenzen. Zusätzliche Mediationsanalysen bestätigten direkte Effekte der frühen Buchstabenkenntnis ($B = .13$, $SE(B) = .05$, $p < .001$, 95% KI für $B [.04, .23]$) sowie der phonologischen Bewusstheit ($B = .20$, $SE(B) = .05$, $p < .001$, 95% KI für $B [.11, .30]$) auf frühe mathematische Kompetenzen. Dabei wurden zusätzliche indirekte Einflüsse der frühen Buchstabenkenntnis über die phonologische Bewusstheit ($B = .09$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für $B [.04, .13]$) mediiert sowie indirekte Einflüsse der phonologischen Bewusstheit über die frühe Buchstabenkenntnis ($B = .07$, $SE(B) = .02$, $p = .01$, 95% KI für $B [.02, .12]$). Beide Vorläuferfähigkeiten hingen zudem über die zentrale Exekutive indirekt mit den mathematischen Kompetenzen zusammen (frühe Buchstabenkenntnis: $B = .05$, $SE(B) = .01$, $p < .001$, 95% KI für $B [.03, .08]$; phonologische Bewusstheit: $B = .09$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für $B [.04, .13]$).

Einflüsse des Arbeitsgedächtnisses auf vorschulische mathematische Kompetenzen

Das Modell offenbart auch direkte Einflüsse der zentralen Exekutiven auf die frühen mathematischen Kompetenzen. Diese ließen sich anhand vertiefter Analysen ($B = .19$, $SE(B) = .04$, $p < .001$, 95% KI für B [.10, .27]) neben schwachen indirekten Einflüssen über beide sprachliche Vorläufer (frühe Buchstabenkenntnis: $B = .04$, $SE(B) = .02$, $p = .01$, 95% KI für B [.01, .07]; phonologische Bewusstheit: $B = .07$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95% KI für B [.04, .11]) bestätigen. Im Modell 1 ersichtliche direkte Zusammenhänge der phonologischen Schleife mit mathematischen Kompetenzen blieben innerhalb dieser Altersstufe kurz vor Schuleintritt aus ($B = .05$, $SE(B) = .04$, $p = .23$, 95% KI für B [-.02, .13]). Diese Komponente des Arbeitsgedächtnisses hing lediglich indirekt über die zentrale Exekutive ($B = .07$, $SE(B) = .04$, $p = .02$, 95% KI für B [.04, .11]) und gering ausgeprägt über beide sprachlichen Vorläufer (frühe Buchstabenkenntnis: $B = .03$, $SE(B) = .01$, $p = .01$, 95% KI für B [.01, .07]; phonologische Bewusstheit: $B = .06$, $SE(B) = .02$, $p = .00$, 95% KI für B [.03, .10]) mit den mathematischen Kompetenzen der Kindergartenkinder zusammen.

Diskussion

In der vorliegenden Untersuchung wurden anhand von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS) die Einflüsse sprachlicher Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung mathematischen Lernens zwischen dem zweiten Kindergartenjahr und dem ersten Schuljahr näher betrachtet. Außerdem sollten die Rolle bestehender Interdependenzen aller drei Komponenten auf die Entwicklung mathematischen Lernens untersucht sowie mögliche direkte und indirekte Einflüsse aufgedeckt werden.

Die Befunde bestätigten einen Einfluss der sprachlichen Kompetenzen Wortschatz und Grammatik auf mathematische Leistungen. Dabei wurde deutlich, dass sich frühe Fertigkeiten beider sprachlicher Kompetenzen langfristig auf die Entwicklung mathematischen Lernens auswirken. So nahmen diese sowohl indirekt über die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen als auch direkt Einfluss auf die Mathematikleistungen im frühen Schulalter. Neben den Modellen früher mathematischer Kompetenzentwicklung (u. a. Krajewski, 2014) unterstützen diese Ergebnisse damit Erkenntnisse aus früheren Studien zum mathematischen Lernen im Grundschulbereich (Paetsch, 2016), nach welchen hohe Fertigkeiten in Wortschatz und Grammatik als ausschlaggebend für den mathematischen Fachwortschatz identifiziert werden können. Diese fachspezifische Teilkomponente der Bildungssprache hängt eng mit den mathematischen Leistungen im Unterricht zusammen. Der vergleichsweise dominante Einfluss der Grammatik in dieser

Studie untermauert zudem, dass der Einfluss von Sprache sich nicht nur auf den Wortschatz bezieht.

Der bereits gut dokumentierte Einfluss früher mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter für das mathematische Lernen im Schulalter (u. a. Krajewski, 2014) wurde auch in der vorliegenden Untersuchung deutlich. Im Einklang mit den Ergebnissen früherer Studien (u. a. Dornheim, 2008) konnten vorschulische mathematische Kompetenzen als stärkste Prädiktoren mathematischer Schulleistungen identifiziert werden. Zudem zeigten diese in ihrer Entwicklung ein komplexes Zusammenhangsmuster unterschiedlicher Kompetenzdomänen: Einerseits wurde neben dem bereits erwähnten Einfluss früher lexikalischer und grammatischer Kompetenzen auch eine Einflussnahme (schrift-)sprachlicher Vorläufer auf vorschulisches mathematisches Lernen deutlich. Dass das Ausmaß der phonologischen Bewusstheit vor dem Schuleintritt mit den mathematischen Basisfertigkeiten zusammenhängt, konnten bereits Krajewski und Schneider (2009) feststellen. Neben einer Replikation dieser Ergebnisse zeigte die vorliegende Untersuchung auch Zusammenhänge der frühen Buchstabenkenntnis mit den frühen mathematischen Kompetenzen. Diese heben die Bedeutung (schrift-)sprachlicher Vorläufer innerhalb der frühen mathematischen Entwicklung erneut hervor. Andererseits hingen innerhalb der Altersspanne kurz vor Schuleintritt auch die gemessenen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses über mehrere Wege mit der Ausprägung früher mathematischer Kompetenzen zusammen. Die Ergebnisse offenbarten direkte wie auch indirekte Zusammenhänge der zentralen Exekutive mit den mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. Hier spielten erneut die schriftsprachlichen Vorläufer eine Rolle, welche Zusammenhänge der zentralen Exekutive wie auch der phonologischen Schleife mit mathematischen Kompetenzen mediieren. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen vorangehender Studien fungierte neben sprachlichen Mediatoren (Kyttälä et al., 2013; Röhm et al., 2017) zudem die zentrale Exekutive zwischen phonologischer Schleife und vorschulischen Mathematikleistungen (Röhm et al., 2017).

Der Wechsel beschriebener Einflüsse einzelner Komponenten des Arbeitsgedächtnisses auf mathematische Leistungen im ersten Schuljahr kann im Einklang mit der Aussage von Ehlert (2007) auf eine intensive Entwicklungsphase innerhalb der Altersspanne zwischen 5 und 6 Jahren zurückgeführt werden. Hier erlangte innerhalb der vorliegenden Untersuchung einzig die phonologische Schleife einen direkten Einfluss auf die mathematischen Leistungen im ersten Schuljahr. Dagegen konnten keinerlei direkte Einflüsse der zentralen Exekutive mehr

nachgewiesen werden. Auch die Ergebnisse von Ehlert (2007) zeigten neben einer Zunahme der Einflüsse der phonologischen Schleife innerhalb dieser Altersspanne eine Abnahme des auch hier verwendeten „Zahlennachsprechens rückwärts“, welches die „Koordinationskapazität bei der Kontrolle von Enkodier- und Abrufstrategien temporär gespeicherter Informationen“ (Seitz-Stein et al., 2012) misst. Differenziertere Messungen der zentralen Exekutive, wie diese u. a. bei Ehlert (2007) eingesetzt wurden, lassen mit ansteigendem Alter einen Wechsel der Bedeutung unterschiedlicher zentral-exekutiver Maße vermuten. So erlangt im Rahmen der Untersuchung von Ehlert (2007) beim Übergang ins Schulalter die „selektive Fokussierung“ (Seitz-Stein et al., 2012), gemessen durch die „Stroop Aufgabe“, einen stärkeren Erklärungswert. Dieser Wechsel zentral-exekutiver Maße kann vermutlich auf einen zunehmenden Automatisierungsgrad mathematischer Fähigkeiten mit ansteigendem Alter zurückgeführt werden.

Weiterhin zeigte sich zwischen den anfangs erwähnten dominanten sprachlichen Kompetenzen der Grammatik und beiden gemessenen Arbeitsgedächtniskomponenten ein wechselseitiges Zusammenhangsmuster, welches auf eine Einflussnahme bereits vorhandener Fertigkeiten auf weitere Gedächtnis- und Lernleistungen hinweist. Ein vergleichbares Muster konnte bereits von Gathercole und Kollegen (1992) für die Entwicklung des Wortschatzes im Zusammenspiel mit der phonologischen Schleife identifiziert werden. Der sich hier abbildende Vorteil möglichst ausgeprägter vorschulischer Kompetenzen der Grammatik für die Leistungsfähigkeit beider Arbeitsgedächtniskomponenten könnte diese für den Aufbau mathematischer Schulleistungen – direkt wie auch indirekt – entlasten.

Abschließend sollte gerade im Hinblick einer differenzierten Abgrenzung bestehender Einflüsse aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – die alleinige Nutzung von Zahlenspannenaufgaben als Instrumente von Arbeitsgedächtnismaßen kritisch betrachtet werden. Eine eindeutige Zuschreibung gewonnener Ergebnisse auf die Verarbeitungskapazität der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten kann aufgrund einer möglichen Konfundierung mit dem Zahlen-Vorwissen als Maß mathematischer (vgl. Dornheim, 2008) wie auch sprachlicher Kompetenz nicht garantiert werden. Nonverbale Maße, wie diese im Rahmen der vorliegenden Studie zur Abbildung kognitiver Grundfähigkeiten Verwendung fanden, wären auch zur eindeutigeren Abgrenzung zwischen den drei Domänen vorteilhafter. Die im Rahmen dieser Studie eingesetzten Instrumente kognitiver Grundfähigkeiten werden auch an anderer Stelle als indirekte Maße des zentral-

exekutiven und visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses diskutiert (u. a. Engel de Abreu, Conway & Gathercole, 2010). Daran anschließend ließe sich auch in der vorliegenden Untersuchung der in den Entwicklungsphasen unterschiedliche Erklärungsbeitrag zentral-exekutiver Funktionen durch nonverbale Tests bestätigen (ein stärkerer Einfluss im Vorschulalter und ein Rückgang bei der Hervorsage schulischer Mathematikleistungen, vgl. Abb. 2). Andererseits gewinnen visuell-räumliche Maße an Bedeutung, die im Rahmen von NEPS nicht direkt erhoben wurden, aber für mathematisches Lernen bedeutend erscheinen (für eine Übersicht Alleen, Higgins & Adams, 2019). Gleichwohl bliebe das Problem einer möglichen Konfundierung mit den ursprünglichen nonverbalen Maßen kognitiver Grundfähigkeiten bestehen. Weitere direkte Messungen der einzelnen Teilkomponenten wären zur detaillierten Klärung dieser altersabhängigen Zusammenhänge vorzuziehen.

Fazit

Die mit den NEPS-Daten gewonnenen Ergebnisse leisten einen bedeutsamen Beitrag zur Erklärung des komplexen Beziehungsgefüges innerhalb der kindlichen Kompetenzentwicklung, die den mathematischen Leistungen von Kindern der ersten Klassenstufe zugrunde liegt. Die spezielle Bedeutung des vorschulischen mathematischen Wissensaufbaus, der frühen sprachlichen Kompetenzen inklusive (schrift-)sprachlicher Vorläuferfähigkeiten sowie der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses legen nahe, mathematische Förderung bereits möglichst früh und mehrdimensional anzusiedeln. Eine besondere Aufmerksamkeit ist dabei der Diagnose von „Rechenschwäche“ als Teilleistungsstörung zu schenken, die in Gefahr steht, grundlegende Komplikationen in anderen Kompetenzbereichen zu übersehen.

Implikationen für die Praxis

Die vorliegende Studie deckt komplexe Vorläuferprozesse für schulische Mathematikleistungen auf. Offenbar spielen hier domänenübergreifende Faktoren (sprachliche Kompetenzen, Arbeitsgedächtnis) im Entwicklungsprozess mathematischen Lernens bis ins Schulalter eine Rolle und sollten deshalb bereits in der vorschulischen Förderung Beachtung finden. Eine Schlüsselrolle scheint dabei der Sprachförderung zuzukommen, die auch direkt mit mathematischem Lernen, fachintegriert, verbunden werden kann. Lernsituation sollten zudem gezielt auf eine Entlastung des Arbeitsgedächtnisses hinarbeiten, um dessen Ressourcen für die notwendigen Anforderungen im Rahmen mathematischer Kompetenzentwicklung freizuhalten. Durch eine Auswahl entsprechender

Lernmaterialien, welche ihren Fokus auf das tatsächliche Lernziel minimieren und nicht das Arbeitsgedächtnis durch irrelevante Informationen unnötig belasten, wäre solch eine ressourcensensitive Didaktik möglich.

Forschungsmethoden

Mit Fokus auf den mathematischen Entwicklungsprozess zwischen Vor- und Grundschulalter betrachtet die vorliegende Studie Interdependenzen zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis. Vorherige Studien mit vergleichbarem Fokus weisen auf komplexe Zusammenhänge dieser drei Domänen hin, konnten aber keine Kausalitäten beim Übergang ins Schulalter abbilden. Mit dem Ziel, dieser Forschungslücke entgegenzuwirken, fanden im Rahmen der vorliegenden Studie längsschnittliche Daten einer deutschlandweit groß angelegten Stichprobe (NEPS) Verwendung. Eine zunächst naheliegende Cross-Lagged Panel Analyse konnte jedoch nicht durchgeführt werden, da nicht zu allen interessierenden Parametern kontinuierliche Maße vorhanden sind. Längsschnittliche (zur Klärung der Richtung von Zusammenhängen) und querschnittliche (zur vertiefenden Abbildung aussagekräftiger Zusammenhangsmaße) Pfadanalysen konnten stattdessen unter Auswahl eines robusten Schätzers (MLR) durchgeführt werden. Die Betrachtung differenzierter Sprachmaße erlaubte es, deren spezifische Funktion im mathematischen Entwicklungsprozess herauszuarbeiten. Zudem konnten altersabhängige Einflüsse unterschiedlicher Arbeitsgedächtniskomponenten (phonologische Schleife, zentrale Exekutive) abgebildet werden. Eine Einschränkung stellt das Fehlen visuell-räumlicher Arbeitsgedächtnismaße dar, die gerade für das mathematische Lernen relevant zu sein scheinen. Neben dem inhaltlichen Informationsverlust birgt diese unvollständige Abbildung des Arbeitsgedächtnisses die statistische Gefahr, die Anteile aufgeklärter Varianz vorhandener Arbeitsgedächtnismaße zu überschätzen.

Literatur

- Adams, A.-M. & Gathercole, S. E. (1996). Phonological working memory and spoken language development in young children. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49A (1), 216–233.
- Allen, K., Higgins, S. & Adams, J. (2019). The Relationship between visuospatial working memory and mathematical performance in school-aged children: a systematic review. *Educational Psychology Review*, 31, 509-531. doi:10.1007/s10648-019-09470-8
- Aster, M. von (2013). Wie kommen Zahlen in den Kopf und was kann sie daran hindern? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S.15–38). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon.
- Blossfeld, H.-P., Roßbach, H.-G. & von Maurice, J. (2011). Education as a lifelong process. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Sonderheft 14*, 19–34.
- Cross, A. M., Archibald, L. M. D. & Joanisse, M. F. (2018). Mathematical abilities in children with developmental language disorder. *Health and Rehabilitation Sciences Publications*. Verfügbar unter <https://ir.lib.uwo.ca/hrspub/14> [22.01.2020]
- De Jong, P. F. (2007). Phonological awareness and the use of phonological similarity in letter-sound learning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 98 (3), 131–152.
- Díaz-Barriga Yáñez, A. & Carroll, D. J. (2016). Exploring the role of working memory components in mathematical skills in 5 – 6 years old children. (unveröffentlichtes Manuskript). Sheffield University.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
- Engel de Abreu, P. M. J., Conway, A. R. A., Gathercole, S. E. (2010). Working memory and fluid intelligence in young children. *Intelligence*, 38 (6), 552–561.
- Ehlert, A. (2007). *Arbeitsgedächtnis und Rechnen im Vorschulalter. Die Entwicklung eines Arbeitsgedächtnistests und eines Untersuchungsverfahrens für mathematische Kompetenzen zur Überprüfung des Einflusses des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley auf mathematische Fertigkeiten im Vorschulalter*. Frankfurt a. M.: Lang.
- Gathercole, S. E., Willis, C. S., Emslie, H. & Baddeley, A. D. (1992). Phonological memory and vocabulary development during the early school years: A longitudinal study.

Developmental Psychology, 28 (5), 887–898.

- Götze, B., Hasselhorn, M. & Kiese-Himmel, C. (2000). Phonologisches Arbeitsgedächtnis, Wortschatz und morphosyntaktische Sprachleistungen im Vorschulalter. *Sprache & Kognition*, 19 (1/2), 15–21.
- Gogolin, I. & Lanke, I. (2011). Bildungssprache und Durchgängige Sprachbildung. In S. Fürstenau & M. Gomolla (Hrsg.), *Migration und schulischer Wandel: Mehrsprachigkeit* (S. 107–127). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Krajewski, K. (2014). Förderung des Zahlverständnisses. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 199–208). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103 (4), 516–531.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J. & Hautamäki, J. (2013). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*. doi:10.1080/01443410.2013.814192
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L. & Bisanz, J. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81 (6), 1753–1767.
- Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache*. Dissertation, Freie Universität Berlin.
- Prediger, S., Erath, K. & Moser Opitz, E. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. Haase, P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of math learning difficulties: From the laboratory to the classroom* (S. 437–455). Cham: Springer.
- Preßler, A.-L., Krajewski, K. & Hasselhorn, M. (2013). Working memory capacity in preschool children contributes to the acquisition of school relevant precursor skills. *Learning and Individual Differences*, 23, 138–144.
- Purpura, D. J. & Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*, 122, 104–121.

- Ritterfeld, U., Starke, A., Röhm, A., Latschinske, S., Wittich, C. & Moser Opitz, E. (2013). Über welche Strategien verfügen Erstklässler mit Sprachstörungen beim Lösen mathematischer Aufgaben? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 4, 136–143.
- Röhm, A., Starke, A. & Ritterfeld, U. (2017). Die Rolle von Arbeitsgedächtnis und Sprachkompetenz für den Erwerb mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 64, 81–93. doi:10.2378/peu2016.art26d
- Schuchardt, K., Worgt, M. & Hasselhorn, M. (2012). Besonderheiten im Arbeitsgedächtnis bei Kindern mit Sprachauffälligkeiten. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.). *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 59-75). Göttingen: Hogrefe.
- Seitz-Stein, K., Schumann-Hengsteler, R., Zoelch, C., Grube, D., Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2012). Diagnostik der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern zwischen 5 und 12 Jahren: Die Arbeitsgedächtnisbatterie AGTB 5-12. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.). *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 1-22). Göttingen: Hogrefe.
- Walzebug, A. (2015). *Sprachlich bedingte soziale Ungleichheit. Theoretische und empirische Betrachtungen am Beispiel mathematischer Testaufgaben und ihrer Bearbeitung*. Münster: Waxmann.

10 TEILSTUDIE 4

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020). Welche Entwicklungszusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis modulieren den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im (Vor-)Schulalter? [*Sonderheft „Sprache und Mathematik – theoretische Analysen und empirische Ergebnisse zum Einfluss sprachlicher Fähigkeiten in mathematischen Lern- und Leistungssituationen“*]. *Journal für Mathematikdidaktik*, 41(1), 125-155. doi: 10.1007/s13138-020-00165-0

Manuskript eingereicht: 27.05.2018

Manuskript angenommen: 02.03.2020

Onlineveröffentlichung: 16.03.2020

Dieser Artikel gibt die in der Zeitschrift "*Journal für Mathematikdidaktik*" veröffentlichte endgültige Fassung nicht genau wieder. Es ist keine Kopie des ursprünglich veröffentlichten Artikels und nicht zum Zitieren geeignet.

Diese Arbeit nutzt Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, <https://doi.org/10.5157/NEPS:SC2:8.0.1>. Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Welche Entwicklungszusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis
modulieren den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im
(Vor-)Schulalter?

Nurit Viesel-Nordmeyer

Ute Ritterfeld

Wilfried Bos

TU Dortmund University, Germany

Kontaktinformationen:

Nurit Viesel-Nordmeyer

Institut für Schulentwicklungsforschung (IFS)

Technische Universität Dortmund (TU)

Vogelpothsweg 78

44227 Dortmund

Telefon: 0049-231-7555592

E-mail: nurit.viesel@tu-dortmund.de

ORCID: 0000-0001-6860-2700

Zusammenfassung: Der Entwicklungszusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Fähigkeiten ist hoch komplex und noch nicht gut verstanden. Deshalb wurden Kompetenzdaten von sprachlich unauffälligen Kindern aus dem Nationalen Bildungspanel (NEPS) genutzt, um interdependente Einflüsse von sprachlichen Kompetenzen (Grammatik und Wortschatz) sowie kognitiven Fähigkeiten (zentrale Exekutive, phonologische Schleife, indirekte Maße des Arbeitsgedächtnisses) und mathematischem Lernen in der Altersspanne zwischen 4 und 8 Jahren zu untersuchen ($n = 354$). Dabei zeigte sich, dass langfristig insbesondere die grammatikalischen Fähigkeiten das mathematische Lernen beeinflussen. Zudem wurde deutlich, dass Sprache innerhalb des Zusammenspiels zwischen kognitiven Fähigkeiten und mathematischen Kompetenzen unterschiedliche Funktionen einnehmen kann: So stellt sie einerseits im Vorschulalter eine Voraussetzung für die Leistungsfähigkeit einzelner mit mathematischen Kompetenzen in Zusammenhang stehender kognitiver Fähigkeiten (zentrale Exekutive, phonologische Schleife) dar. Andererseits mediiert Sprache sowohl im Vorschul- wie auch im Grundschulalter den Einfluss der kognitiven Fähigkeiten auf das mathematische Lernen. Zudem weisen die Ergebnisse darauf hin, dass sprachliche Kompetenzen insbesondere im Vorschulalter eine Voraussetzung zur Speicherung mathematischer Informationen bilden.

Schlüsselwörter: Sprachkompetenzen, mathematisches Lernen, kognitive Fähigkeiten, Arbeitsgedächtnis

Which developmental relationships between language, mathematics and working memory modulate the influence of linguistic competences on mathematical learning in (pre-)school age?

Summary: The developmental relationship between linguistic and mathematical skills is highly complex and not yet sufficiently understood. We used competence data of linguistically typical developed children from the German National Educational Panel Study (NEPS) to further investigate interdependent influences of linguistic skills (grammar and vocabulary) as well as cognitive skills (central executive, phonological loop, indirect measures of working memory) and mathematical learning in the age range of 4 to 8 years ($n = 354$). Results reveal that over time especially grammatical skills impact mathematical learning. We also found evidence that language can play different roles within the interplay between cognitive skills and mathematical competences: In preschool age language represents a precondition for the performance of individual cognitive skills (central executive, phonological loop) that are closely related to mathematical learning. Language also mediates the influence of cognitive skills on mathematical learning during both, preschool and elementary school age. In addition, linguistic skills are a prerequisite for storing mathematical information particularly during preschool development.

Keywords: language skills, mathematical learning, cognitive skills, working memory

Die bisherige Forschung zum mathematischen Kompetenzerwerb zeigt eindrücklich, dass auch sprachliche Kompetenzen den Erwerb und die Anwendung mathematischer Kompetenzen beeinflussen (u. a. Prediger et al. 2019). Gleichzeitig wird deutlich, dass die Zusammenhänge außerordentlich komplex und durch zahlreiche Interdependenzen von sprachlichen und mathematischen Lernprozessen gekennzeichnet sind. Neben einer differenzierteren qualitativen Betrachtung kommunikativer und kognitiver Funktionen der Sprache innerhalb mathematischer Lernprozesse, welche eng miteinander in Beziehung stehen (Kempert et al. 2018), scheinen insbesondere die Fokussierung auf kognitive Gedächtnisvorgänge und die Rolle der Sprache innerhalb dieser Prozesse relevant. Quantitative Untersuchungen zur kognitiven Informationsverarbeitung innerhalb sprachlicher und mathematischer Lernprozesse weisen auf einen engen Zusammenhang des kognitiven Systems des Arbeitsgedächtnisses mit Erwerb und Anwendung sprachlicher (Weinert 2010) wie auch mathematischer Kompetenzen hin (Kolkman et al. 2014). Dabei scheinen zumindest im Aufbau sprachlicher Kompetenzen bereits vorhandene sprachliche Fähigkeiten das Arbeitsgedächtnis für weitere Lernvorgänge zu entlasten (Gathercole et al. 1992). Auch geben Ergebnisse aus der Entwicklungs- und Neuropsychologie Hinweise darauf, dass sprachliche Kompetenzen sowohl für den vorschulischen Erwerb Zahlen verarbeitender Hirnfunktionen (von Aster 2013) wie auch für die Speicherung mathematischer Inhalte (Lorenz 2012) eine Rolle spielen. Zusätzlich legen Ergebnisse neuerer Untersuchungen aus dem Bereich der quantitativen Forschung zum Zusammenhang aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – nahe, dass Sprache im Vorschulalter ebenso eine vermittelnde Rolle für die Einflüsse der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses auf mathematische Kompetenzen einnimmt (Kyttälä et al. 2013; Röhm et al. 2017). Eine Integration dieser Ergebnisse in ein Entwicklungsmodell steht jedoch noch aus. Zum einen fehlt es an längsschnittlichen Beobachtungen und zum anderen an Untersuchungen, welche die Wirkrichtungen von Zusammenhängen beschriebener Interdependenzen im Zusammenspiel sprachlicher und mathematischer Kompetenzen unter dem Blickwinkel dieser kognitiven Funktionen von Sprache abbilden können. Die Nutzung von Daten der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels scheint geeignet, einen Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücke zu leisten. Aufgrund des eingesetzten Erhebungsdesigns und der vorhandenen Messungen sprachlicher Kompetenzen (rezeptiver Wortschatz, Grammatikverständnis), mathematischer Kompetenzen (Arithmetik, Geometrie, Textaufgaben, Zahl-Größen-Verständnis) und kognitiver Fähigkeiten (verbales Arbeitsgedächtnis, zentrale Exekutive, kognitive Grundfähigkeiten) im Altersbereich zwischen Kindergarten und Grundschule ist es möglich, bestehende Beziehungsgefüge, welche sich zwischen dem Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen abspielen, näher zu beleuchten. Zudem unterstützt das quantitative Design die Notwendigkeit, allgemeingültige Aussagen zu generieren.

Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand

Die kommunikative und die kognitive Funktion von Sprache in mathematischen Lernprozessen

Sprache spielt für Lernen eine bedeutsame Rolle, wobei eine kommunikative von einer kognitiven Funktion unterschieden werden kann (Kempert et al. 2018; Sfard und Kieran 2008). Beide Funktionen sind beim mathematischen Lernen eng miteinander verwoben (ebd.). Die kommunikative Funktion dient der Verständigung über den Gegenstand Mathematik während die kognitive Funktion für den Erkenntnisgewinn wichtig ist. Die kommunikative Funktion der Sprache ist in der Vermittlung mathematischer Inhalte in mündlicher und/oder schriftlicher Form und durch die Verwendung spezifischer „sprachlicher Register“ (Halliday 2004) mathematischen Lernens offensichtlich. Bereits hier kommt auch die kognitive Funktion zum Tragen. Diese spielt beim Erschaffen eines Verständnisses der kommunizierten (mathematischen) Begriffe und Zeichen aufgrund des engen Zusammenhangs von Sprache und Denken (Beyer und Gerlach 2018) eine besondere Rolle. Die besondere Rolle behält die kognitive Funktion der Sprache bei der weiteren Auseinandersetzung mit den vermittelnden Inhalten mathematischen Lernens bei. Gleichzeitig ist die kommunikative Funktion der Sprache für den Erkenntnisprozess höchst relevant. Dies zeigt sich bspw. durch vertiefende Nachfragen zum Verständnis einzelner Begriffe oder Formulierungen der dargebotenen mathematischen Inhalte. Die Produktion solcher Nachfragen setzt wiederum kognitive Funktionen der Sprache voraus (Maier und Schweiger 2008). Untersuchungen zur Rolle des häuslichen Lernumfelds für die Ausbildung mathematischer Kompetenzen weisen auf die Bedeutung des beschriebenen Zusammenspiels bereits im Kontext vorschulischen mathematischen Lernens hin (u. a. Hoefl et al. 2015). Im Schulalter wird für das Zusammenspiel der kognitiven und kommunikativen Funktion der Sprache beim mathematischen Lernen die Beherrschung komplexer „sprachlicher Register“ (Halliday 2004) vorausgesetzt, welche einen erfolgreichen Erwerb mathematischen Lernens im schulischen Kontext bedingen. Für die von der Alltagssprache abzugrenzenden Register „Bildungssprache“ und „Fachsprache“ sind sowohl ein spezifischer Wortschatz als auch komplexere grammatikalische Strukturen charakteristisch (u. a. Paetsch 2016).

Die Bedeutung sprachlicher Kompetenzen für das Zahlenverständnis

Mathematischen Fähigkeiten im Schulalter, wie rechnerischem Denken (Kopfrechnen), liegen Fähigkeiten der abstrakten Zahlenraumvorstellung („mentaler Zahlenstrahl“, vgl. von Aster 2013) zugrunde. Diese beginnen sich in der frühen Kindheit zusammen mit der Sprache und dem Arbeitsgedächtnis zu entwickeln (ebd.). Mathematische Schwächen im Grundschulbereich sind überwiegend auf eine defizitäre Entwicklung des Zahl-Größen-Verständnisses zurückzuführen, welches der Vorstellung des abstrakten Zahlenraums vorausgeht (Krajewski 2014). Im Grundschulbereich scheinen diejenigen mathematischen Teilbereiche, die mentale

Repräsentationsformen voraussetzen (bspw. „Zahlenraum“, „Sachrechnen“ vgl. DEMAT 1 +; Krajewski et al. 2002), stark sprachlich determiniert (vgl. SOKKE; Heinze et al. 2007). An Entwicklungsmodellen unterschiedlicher Fachdisziplinen kann verdeutlicht werden, dass der Sprache bereits für die Entwicklung dieses tiefen Zahlenverständnisses im Vorschulalter die Rolle eines fundamentalen Antriebs zukommt. Von Aster (2013) postuliert ein sogenanntes Vier-Stufenmodell der Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen, das die herausragende Rolle sprachlicher Kompetenzen insbesondere im Rahmen des (frühen) Vorschulalters verdeutlicht. Ausgehend von einem grundlegenden Verständnis der groben Mengenunterscheidung (Stufe 1), mit welchem Kinder bereits geboren werden, wird mit der sich entwickelnden Sprachkompetenz auch die Fähigkeit zum sprachlichen Symbolisieren einer Anzahl durch Zahlwörter erworben (Stufe 2). Die sprachliche Symbolisierungsfähigkeit und die darauffolgend erworbene mathematische Symbolisierungsfähigkeit von Zahlen (Stufe 3) bilden schließlich die Grundlage zum Erwerb einer inneren zahlenräumlichen Vorstellung („mentaler Zahlenstrahl“; Stufe 4). Im Unterschied zu von Aster (2013) nimmt Krajewski (2014) in ihrem Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung zunächst eine parallele Entwicklung des Mengen- und Zahlenverständnisses innerhalb der ersten zwei Entwicklungsebenen an. Im Einklang mit von Aster (2013) kommt den sprachlichen Kompetenzen bereits früh eine gesonderte Rolle für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen zu. Krajewski (2014) postuliert, dass die Sprache für den Erwerb von Zahlwörtern ohne Größenbezug bereits mit Einsetzen der 1. Ebene (Basisfertigkeiten) im Alter von etwa 2 Jahren eine Katalysatorrolle einnimmt. Diese Rolle behält die Sprache bis zur vollständigen Verknüpfung von Zahlwörtern/Ziffern mit Größenrelationen (Ebene 3: „tiefes Zahlenverständnis“, mit etwa 5 bis 6 Jahren) bei. Auf Ebene 2 (einfaches Zahlverständnis mit 4 bis 5 Jahren) und Ebene 3 (tiefes Zahlverständnis) gewinnen aufgrund der Notwendigkeit des Verständnisses numerischer Mengenrelationen zusätzlich visuell-räumliche Repräsentationsformen, neben den sprachlichen Repräsentationsformen, an Bedeutung.

Die Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses für mathematisches Lernen

Neben der Sprache spielt auch das in die Informationsverarbeitung des Lernens eingebundene kognitive System des Arbeitsgedächtnisses für die Entwicklung des abstrakten Zahlenverständnisses eine wichtige Rolle (Kaufman und von Aster 2012). In Anlehnung an Baddeley (2000) kann das Arbeitsgedächtnis in die übergeordnete zentrale Exekutive sowie eine sprachliche und visuell-räumliche Speicherkomponente unterteilt werden. Zwar besteht Konsens darüber, dass die Leistungsfähigkeit dieses kognitiven Systems unmittelbar mit der Entwicklung und Anwendung mathematischen Wissens zusammenhängt (Grube und Seitz-Stein 2012), dennoch bleibt unklar, welche Komponenten relevant sind. So zeigen Untersuchungen unter Einschluss aller drei Komponenten des Arbeitsgedächtnisses für den frühen Altersbereich zwischen 4 und 6 Jahren insbesondere einen Einfluss der zentralen Exekutive (Ehlert 2007; Diaz-Barriga Yanez et al. 2016) auf mathematisches Lernen. Diese Komponente des Arbeitsgedächtnisses scheint speziell

für neu erworbene und somit noch relativ ungeübte mathematische Prozeduren wichtig (Schröder und Ritterfeld 2014). Im späteren Vorschulalter (5 bis 6 Jahre) weisen Ergebnisse von Studien, welche zwischen verbalem und visuellem Arbeitsgedächtnis unterscheiden, auf einen zunehmenden Einfluss des visuell-räumlichen Notizblocks auf vorschulische Mengen-Zahlen-Kompetenzen hin (Cornu et al. 2017). Dagegen scheint der phonologischen Schleife eine wesentliche Rolle für mathematische Leistungen im frühen Schulalter zuzukommen (Ehlert 2007). Das bedeutet zum einen, dass mit zunehmendem Alter der Kinder und möglicherweise auch damit einhergehenden ansteigendem Automatisierungsgrad von mathematischen Prozessen, unterschiedliche Komponenten des Arbeitsgedächtnisses eine besondere Rolle spielen (ebd.). Zum anderen wird aber auch eine hohe Komplexität im Zusammenspiel einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten innerhalb einzelner Entwicklungszeiträume deutlich. Das wiederholte Auftreten der Bedeutung der zentralen Exekutive neben beiden Speicherkomponenten zum Lösen von Textaufgaben sowie arithmetischen Aufgabenstellungen im weiteren Schulalter (Zheng et al. 2011) unterstützt die Kenntnis weiterer Funktionen der zentralen Exekutive im Kontext späteren mathematischen Lernens. Diese können u. a. durch das Abrufen von Zählstrategien aus dem Langzeitgedächtnis sowie der Koordination zwischen sprachlichen und numerischen Informationen erklärt werden (Diaz-Barriga Yanez et al. 2016), was bereits auf ein Zusammenspiel aller drei Komponenten hinweist.

Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und Arbeitsgedächtnisleistungen

Mittlerweile ist der Einfluss der phonologischen Schleife auf sprachliches Lernen gut dokumentiert (z. B. Götze et al. 2000). Dabei zeigte sich für den Wortschatz, dass nicht nur der erfolgreiche Erwerb und Aufbau sprachlicher Kompetenzen vom Ausmaß vorhandener Gedächtnisleistungen abhängig ist. Umgekehrt erhöhen die bereits verfügbaren sprachlichen Fähigkeiten die weitere Leistungsfähigkeit nachfolgender kognitiver Verarbeitungsprozesse, vermutlich durch eine Entlastung der Kapazität dieses kognitiven Systems (vgl. Hasselhorn und Gold 2006). So stellten Gathercole und Kollegen (1992) im Rahmen ihrer Längsschnittstudie zum Wortschatzerwerb fest, dass sich das kausale Beziehungsgefüge zwischen Wortschatzerwerb und phonologischem Arbeitsgedächtnis altersabhängig verändert. Zwar zeigen die Ergebnisse für den Altersbereich zwischen vier und fünf Jahren den vermuteten und inzwischen durch zahlreiche Studien belegten Einfluss des phonologischen Arbeitsgedächtnisses auf den Erwerb lexikalischen Wissens. Im Alter von 6 Jahren jedoch kann nun umgekehrt das lexikalische Wissen als Prädiktor der Leistungsfähigkeit der phonologischen Schleife identifiziert werden. Dagegen ist für diese Altersstufe ein direkter Einfluss der phonologischen Schleife auf die Wortschatzleistungen mit 6 Jahren kaum noch auffindbar. Es ist deshalb anzunehmen, dass die phonologische Schleife vor allem beim Neuerwerb von Wörtern in der frühen Erwerbsphase eine ausschlaggebende Rolle spielt. Mit fortlaufendem Aufbau des Lexikons dreht sich der Wirkzusammenhang um, weil dann

die Leistungsfähigkeit der kapazitätsbegrenzten phonologischen Schleife durch das bereits bestehende sprachliche Wissen erhöht wird (vgl. Weinert 2010). Allerdings ist dieser Vorgang nicht an das Alter der Kinder gebunden, denn beim Fremdspracherwerb nimmt die phonologische Schleife auch noch bei älteren Kindern einen deutlichen Einfluss auf den Worterwerb (Wen 2012). Das interdependente Zusammenspiel von Wortschatz und Arbeitsgedächtnis lässt sich auch auf die mathematische Kompetenzentwicklung übertragen, wie etwa beim Aufbau der Zahlenraumvorstellung (vgl. 1.2). Die hierfür nötigen verbalen Denkprozesse setzen sprachliche Fertigkeiten voraus (vgl. von Aster 2013). Der Aufbau des sprachlichen Wissens ermöglicht und beschleunigt die notwendigen Denkprozesse bei dem Erwerb und der Anwendung von weiterem Wissen (z. B. Weinert 2010). Inwieweit sich diese interdependenten Prozesse auch beim Zusammenhang zwischen phonologischen und grammatischen Kompetenzen mit dem Arbeitsgedächtnis finden, ist bisher noch nicht ausreichend untersucht worden. Unklar ist zudem, ob diese wechselseitigen Prozesse auch mit den beiden anderen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses bestehen. Einzelne Studien weisen zumindest darauf hin, dass beim Erwerb grammatikalischer Strukturen auch die zentrale Exekutive eine Rolle spielt (Wen 2012), wenngleich hier die Rolle der phonologischen Schleife noch nicht eindeutig geklärt ist. So finden sich Belege eines direkten Zusammenhangs der phonologischen Schleife mit dem Erwerb grammatikalischer Kompetenzen (Götze et al. 2000), aber auch Hinweise auf indirekte Einflüsse, die über den Wortschatz mediiert werden (Adams und Gathercole 1996).

Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischen Kompetenzen und Arbeitsgedächtnis

Wie eingangs erwähnt, liefern Untersuchungen im Vorschulalter mittlerweile erste Anhaltspunkte über das Zusammenspiel aller drei Indikatoren – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis. Demnach scheinen sprachliche Kompetenzen zusätzlich eine vermittelnde Rolle für einzelne Effekte des Arbeitsgedächtnisses auf mathematisches Lernen einzunehmen. So konnten Röhm und Kollegen (2017) feststellen, dass neben einem direkten Zusammenhang zwischen der zentralen Exekutive und den mathematischen Basiskompetenzen auch indirekte Zusammenhänge der phonologischen Schleife über die sprachlichen Kompetenzen (hier: Morphologie, Syntax) mit den mathematischen Basiskompetenzen bestehen. Kytällä und Kollegen (2013) fanden ebenfalls einen indirekten Zusammenhang der phonologischen Schleife sowohl mit bildlich als auch mündlich gemessenem numerischen Wissen über lexikalische und grammatikalische Maße. Jedoch lassen die beiden Untersuchungen aufgrund der verwendeten querschnittlichen Studiendesigns keine tatsächlichen Rückschlüsse auf die Richtung der berichteten Zusammenhänge zu. Ergebnisse einer Längsschnittstudie an Grundschulen (Hoese 2017) können dem Anspruch kausaler Aussagen zumindest für das Zusammenspiel zwischen mathematischen Kompetenzen (hier: Geometrie, Arithmetik, Sachrechnen) und grundlegenden kognitiven Fähigkeiten (gemessen durch den KFT; Abou-Koura et al. 2005; Heller und Perleth 2000) gerecht werden. Wie bereits für das

Zusammenspiel zwischen Arbeitsgedächtnis und Wortschatz belegt (Gathercole et al. 1992), finden sich in der Studie von Hoese (2017) wechselseitige Zusammenhänge zwischen den gemessenen kognitiven Fähigkeiten und den erhobenen mathematischen Kompetenzen. Diese Zusammenhänge stellen sich aber, anders als beim Wortschatzaufbau (Gathercole et al. 1992), im längsschnittlichen Verlauf zwischen allen Erhebungswellen bidirektional dar. Die Befunde zum längsschnittlichen Zusammenspiel kognitiver Fähigkeiten und mathematischer Kompetenzen (Hoese 2017) können als Hinweis auf kausale Zusammenhänge zwischen den drei hier interessierenden Domänen – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – interpretiert werden. Der nonverbale Teil des KFT lässt die Abbildung indirekter Messungen der beiden Arbeitsgedächtnismaße zentrale Exekutive und visuell-räumlicher Notizblock vermuten¹³ (vgl. auch Engel de Abreu et al. 2010). Gleichzeitig bildet der verbale Teil des KFT auch (rezeptive) Sprachmaße ab. Dennoch erlauben die zur Verfügung stehenden Informationen – aufgrund der verwendeten Operationalisierung im Kontext des Forschungsinteresses der beschriebenen Untersuchung – keine differenzierte Abgrenzung aller drei hier interessierenden Komponenten, welche zur Aufklärung vorhandener Interdependenzen im Zusammenspiel von Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis notwendig wären. Die Annahme, dass kognitive Fähigkeiten für den Wissensaufbau notwendig sind und umgekehrt, bereits bestehendes Wissen die kognitive Leistungsfähigkeit erhöht, scheint durch die beschriebenen Befunde von Hoese (2017) jedoch zumindest für den mathematischen Kompetenzerwerb im Schulalter bestätigt.

Ziel der vorliegenden Untersuchung

Durch die Darlegung des bestehenden Forschungsstandes konnte eine hohe Komplexität des Einflusses sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen und unter Beachtung des in diese Lernprozesse eingebundene kognitiven Systems des Arbeitsgedächtnisses identifiziert werden. Dabei erweist sich die Frage nach der Gesamtheit dieses komplexen Beziehungsgefüges hinsichtlich bestehender Interdependenzen innerhalb der Entwicklungsspanne mathematischen Lernens vom Kindergarten bis in die Grundschule noch als unbeantwortet (vgl. Abb. 1). Aufgrund der Notwendigkeit allgemeingültige Aussagen bezüglich dieses komplexen Beziehungsgefüges zu erreichen, verspricht die Durchführung quantitativer Analysen mittels eines aussagekräftigen Paneldatensatzes einen Erkenntnisgewinn. Dabei sollen in Anlehnung an den bereits vorhandenen

¹³ Die Lösung herkömmlich eingesetzter Matrizen-Tests zur nonverbalen Messung der fluiden Intelligenz benötigt Gedächtnisleistungen, die auch bei der Lösung von Spannenaufgaben zur Messung des Arbeitsgedächtnisses angesprochen werden. Einerseits wird eine visuelle Speicherkomponente zur Aufrechterhaltung der Informationen benötigt. Zur weiteren Verarbeitung sind zudem zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisfunktionen erforderlich (Engel de Abreu et al. 2010).

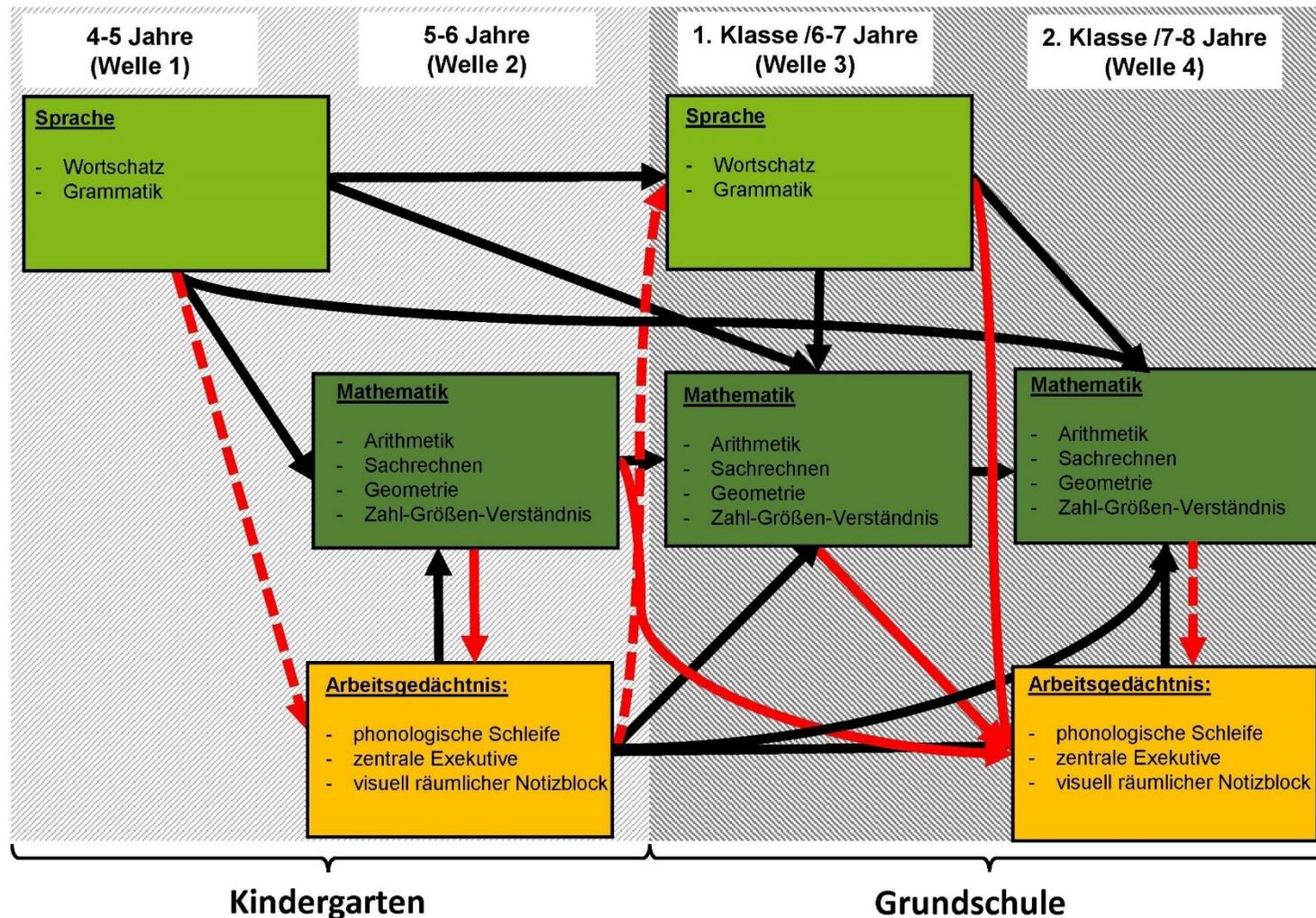


Abb. 1 Rahmenmodell angenommener Zusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis der bei NEPS (SC 2) verfügbaren Variablen vom Kindergarten (4-5 Jahre) bis in die zweite Klassenstufe (7-8 Jahre). Anmerkungen. Bereits bekannte Zusammenhänge des Forschungsfelds werden schwarz dargestellt, unbekannte Zusammenhänge rot, teilweise bekannte rot-gestrichelt.

Forschungsstand verfügbare Kompetenzdaten der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS) in ein Rahmenmodell des beschriebenen Beziehungsgefüges integriert werden. Die beschriebene Integration hebt die Möglichkeit der Verwendung dieses längsschnittlichen Datensatzes als vielversprechend hervor (vgl. Abb. 1). Zudem erlauben vorhandene Informationen zu Migrationshintergrund, sozioökonomischem Status sowie der zuhause gesprochenen Sprache Beeinflussungen dieses komplexen Beziehungsgefüges zu kontrollieren. Das übergeordnete Ziel der vorliegenden Untersuchung ist folglich, zugrundeliegende vermittelnde Effekte im Zusammenspiel sprachlicher und mathematischer Kompetenzentwicklung unter Verwendung von Daten der Startkohorte 2 des Nationalen Bildungspanels (NEPS) näher zu betrachten. Einen ersten Schritt stellt die (1) *Identifizierung direkter Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im Vorschul- und Grundschulalter* dar. Aufbauend auf Erkenntnissen vorheriger Studien – welche kognitive Verarbeitungsprozesse des Arbeitsgedächtnisses mit einbeziehen – (vgl. 1.5), ist daraufhin den Fragen nachzugehen (2a) *welche wechselseitigen Einflüsse im Aufbau sprachlicher Kompetenzen zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und der Ausprägung sprachlicher Kompetenzen selbst bestehen* bzw. (2b) *welche wechselseitigen Einflüsse im Aufbau mathematischer Kompetenzen zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und der Ausprägung mathematischer Kompetenzen selbst vorliegen*. In Anlehnung an die Untersuchungen von Gathercole und Kollegen (1992) zum Wortschatzaufbau im Vorschulalter sowie den Ergebnissen der Studie von Hoese (2017) zum mathematischen Lernen im Grundschulalter werden wechselseitige Einflüsse zwischen sprachlichen (Wortschatz und Grammatik) wie auch mathematischen und direkt bzw. indirekt gemessenen Arbeitsgedächtniskomponenten (vgl. 3.2) angenommen. Dabei soll speziell ein eventuelles Fortbestehen dieser bidirektionalen Einflüsse vom Vorschul- bis ins Grundschulalter hinterfragt werden.

Aufbauend auf modelltheoretischen Hintergründen zur Entwicklung eines tieferen Zahlenverständnisses (Krajewski 2014; von Aster 2013) sowie des engen Zusammenhangs der Entwicklung sprachlicher Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten (z. B. Kempert et al. 2018) soll darüber hinaus untersucht werden, (3a) *welche Rolle sprachliche Kompetenzen innerhalb der angenommenen wechselseitigen Entwicklungszusammenhänge zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses spielen* und (3b) *welche Rolle die angenommenen wechselseitigen Entwicklungszusammenhänge (zwischen sprachlichen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses sowie zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses) für den direkten Einfluss von Sprache auf mathematisches Lernen im Vor- und Grundschulalter einnehmen*.

Methoden

Stichprobe

Grundlage der verwendeten Stichprobe bilden die Kompetenzdaten der Gruppe 3 („Längsschnitt“) der Startkohorte 2 (SC2) des Nationalen Bildungspanels (NEPS) (Blossfeld et al. 2011) des Messzeitraums vom Vorschulalter (4-5 Jahre) bis zum Ende der zweiten Klassenstufe (7-8 Jahre) ($n = 504$). Ergänzend wurden Daten zur Abbildung von Schülermerkmalen hinzugezogen, welche im Rahmen von Befragungen der Eltern und pädagogischen Fachkräfte sowie der Leitungen der Kindergärten bzw. Schulen erhoben wurden.

Im Rahmen eines organisatorisch begründeten Testabbruchs¹⁴ wurden zur weiteren Vergleichbarkeit der Daten 78 Personen ausgeschlossen ($n = 426$). Nach Kontrolle der Subgruppe, bei welcher es zum Testabbruch kam, kann der Testabbruch auf ein rein systematisches Problem zurückgeführt werden. Zudem wurden nur Daten derjenigen Kinder in die Analysen aufgenommen, bei denen sichergestellt werden konnte, dass keine die Testungen beeinträchtigende Behinderung wie bspw. Hör- oder Sehschwäche vorlag ($n = 371$). Daten von Kindern mit auffälligem kognitivem Profil ($< -1.5 SD$) wurden exkludiert ($n = 354$). Für das Vorliegen einer Behinderung wie auch für die Verteilung des kognitiven Profils ist nicht anzunehmen, dass diese durch weitere Drittvariablen vorhersagbar sind. Demnach wurde von einer Imputation zum Erhalt der Ausgangsstichprobengröße abgesehen (Garson 2015). Der verwendete Datensatz der vorliegenden Analysen weist damit eine Stichprobengröße von $n = 354$ (weiblich = 50 %) auf.

Instrumente

Kompetenzmessungen wurden in altersangepasster Form in Einzel- (Vorschulalter) bzw. Gruppensettings (Grundschulalter) unter Verwendung der im Folgenden aufgeführten Instrumente durchgeführt. Abhängig von der Testanfälligkeit für Memoryeffekte wurden die den Analysen zugrunde liegenden Daten unter Nutzung des Anker-Item bzw. Anker-Gruppen-Design verlinkt (Fischer et al. 2016). Die berichtete interne Konsistenz unter Verwendung von Cronbachs Alpha

¹⁴ Im Rahmen von Kompetenztestungen des Grammatikverständnisses innerhalb der 3. Welle (1. Klasse) kam es bei 12,9 Prozent der Testteilnehmenden aus organisatorischen Gründen zu einem frühzeitigen Testabbruch (vgl. https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/3-0-0/NEPS_SC2_Competences_W3_de.pdf). Die bei NEPS dokumentierten Prozentangaben des Testabbruchs gehen auf die Gesamtstichprobe zurück, welche nach der Datenauffrischung zum Grundschuleintritt (Gruppe 1, $n = 6733$) vorlag. Der Ausschluss der Fälle mit frühzeitigem Testabbruch vermindert, abzüglich der fehlenden Angaben ($n = 16$), die hier verwendete Stichprobe der Gruppe 3 („Längsschnitt“) der Startkohorte 2 um 12.7 % ($n = 62$).

(α) bezieht sich auf die ausgewählte Stichprobe ($n = 354$)¹⁵.

Sprache. Sprachliche Kompetenzen wurden sowohl auf Wort- (Wortschatz) wie auch auf Satzebene (Grammatik) anhand international anschlussfähiger Verfahren rezeptiv erfasst: Eine adaptierte Form des Peabody Picture Vocabulary Tests (PPVT; Dunn und Dunn 2007) (Welle 1: $\alpha = .85$; Welle 3: $\alpha = .79$) wurde zur Erhebung von Wortschatzkompetenzen eingesetzt. Gemessene grammatische Kompetenzen (Welle 1: $\alpha = .82$; Welle 3: $\alpha = .80$) basieren auf einer gekürzten Version der deutschen Übersetzung des Test for Reception of Grammar von Bishop (1989) (TROG-D; Fox 2006). Zudem wurde die sprachliche Vorläuferfähigkeit der *phonologischen Bewusstheit* im Rahmen von drei Untertests mit 5-6 Jahren erhoben. Eingesetzte Untertests bilden das *Oneset-Reim-Synthetisieren* aus dem TPB (Fricke und Schäfer 2008; $\alpha = .93$), die *Reime* aus dem BISC (Jansen et al. 2002; $\alpha = .66$) sowie die *Identifikation von Phonemen* aus dem MÜSC (Mannhaupt 2006; $\alpha = .80$). Alle drei Skalen der Untertests wurden für die Analysen gleichwertig zusammengefasst. Zur Abbildung schriftsprachlicher Kompetenzen wurde in der zweiten Klassenstufe eine Kurzversion des ELFE-Tests 1-6 (Lenhard und Schneider 2006) eingesetzt, welche als Maß der frühen Lesekompetenz das *Textverständnis* ($\alpha = .88$) abbildet.

Mathematik. Mathematische Kompetenzen (Welle 2: $\alpha = .79$; Welle 3: $\alpha = .75$; Welle 4: $\alpha = .79$) wurden in Anlehnung an die Konzeption des „*Mathematical Literacy*“ (wie u. a. bei PISA definiert) sowie die Bildungsstandards der Mathematik mittels eines eigens durch NEPS konzipierten Tests erhoben (vgl. Neumann et al. 2013). Gemessene Kompetenzen umfassen dabei Teilbereiche der Arithmetik, des Sachrechnens und der Geometrie.

Kognitive Fähigkeiten. Im Rahmen der Erhebungen zur phonologischen Informationsverarbeitung wurden zwei Subkomponenten des Arbeitsgedächtnisses abgebildet (Berendes et al. 2013). Damit liegen im Vorschulbereich Daten der phonologischen Schleife („Zahlenspanne vorwärts“, vgl. *Kaufman Assessment Battery for Children*; K-ABC; Melchers und Preuß 2009; $\alpha = .74$) sowie der zentralen Exekutiv („Zahlenspanne rückwärts“, vgl. *Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III*; HAWK-III; Tewes et al. 1999; $\alpha = .50$) vor. Die gering ausgeprägte interne Konsistenz der beiden Tests ist auf eine niedrige Anzahl an Items zurückzuführen (z. B. Bortz und Döring 2006), welche besonders in die Reliabilitätsanalyse der zentralen Exekutiv eingeflossen ist. Als Maße der kognitiven Grundfähigkeiten wurden zwei Teilkomponenten im Vor- und Grundschulalter nonverbal erfasst. Die Wahrnehmungsgeschwindigkeit (Welle 2: $\alpha = .82$; Welle 4: $\alpha = .74$) wurde im Rahmen eines „*Bilder-Zeichen-Test*“ (NEPS-BZT) als Weiterentwicklung des „*Digit-Symbol-Tests (DST)*“ aus der *Wechsler-Familie* (Lang et al. 2007) erhoben. Durch Einsatz eines klassischen

¹⁵ Eine genaue Dokumentation der bei NEPS eingesetzten Kompetenztests findet sich unter: <https://www.neps-data.de/dede/datenzentrum/datenunddokumentation/startkohortekindergarten/dokumentation.aspx>

Reasoning-Tests als Matrizen-test konnten Maße des schlussfolgernden Denkens (Welle 2: $\alpha = .73$; Welle 4: $\alpha = .70$) abgebildet werden. Beide Skalen der kognitiven Grundfähigkeiten wurden für die vorliegenden Analysen zusammengefasst.

Die bei NEPS eingesetzten nonverbalen Testungen der kognitiven Grundfähigkeiten ermöglichten es, diese als zusätzliche indirekte Maße des Arbeitsgedächtnisses (zentrale Exekutive, visuelle Speicherkomponente) im Vor- und Grundschulalter zu interpretieren (z. B. Engel de Abreu et al. 2010). Die im Ergebnisteil noch als allgemeine kognitive Grundfähigkeiten bezeichneten Fähigkeiten wurden im Diskussionsteil dann spezifisch als indirektes Maß der „zentralen Exekutive“ benannt. Diese indirekten Maße beinhalten zudem die Abbildung einer visuellen Speicherkomponente (ebd.).

Die verwendeten Maße für die mathematischen Kompetenzen standen als längsschnittlich verankerte Personenparameter (WLEs) zur Verfügung, was eine direkte Abbildung der im Fokus stehenden mathematischen Entwicklung ermöglichte. Angaben zu sprachlichen Kompetenzen und kognitiven Fähigkeiten gehen hingegen auf Skalenmittelwerte zurück, welche nur als Summenwerte mit unterschiedlicher Itemanzahl vorlagen. Aufgrund des Forschungsinteresses, die einzelnen Werte sprachlicher Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten im Zusammenhang mit der mathematischen Entwicklung abbilden zu können, wurden die einzelnen Summenwerte standardisiert.

Kovariaten. Angaben zur sprachlichen Lernschwäche (0 = nein/1 = ja) wurden unter gleichwertiger Verwendung sprachlicher Kompetenzdaten (Wortschatz und Grammatik) des ersten Messzeitpunkts (Welle 1) im Vorschulalter gebildet ($< -1 SD$). Individuelle Merkmale wie Geschlecht (1 = männlich/2 = weiblich), Migration (≤ 3.5 Generationen: 1 = vorhanden/0 = nicht vorhanden) sozioökonomischer Status (ISEI-08; Ganzeboom 2010) und Deutsch als überwiegend zuhause gesprochene Sprache (0 = nein/1 = ja) wurden Angaben der Elternbefragungen entnommen.

Auswertung

Zur Beantwortung der vorliegenden Fragestellungen wurden mit Hilfe des Datenverarbeitungsprogramms Mplus 5.21 (Muthen und Muthen 2009) Pfadanalysen durchgeführt. Vertiefende Mediationsanalysen wurden zur Aufdeckung indirekter Effekte berechnet. Für die Analysen wurde robuste Schätzverfahren wie Maximum-Likelihood mit robusten Standardfehlern (MLR) bzw. Bootstrapping genutzt (Christ und Schlüter 2012). Die Zusammenhänge der einzelnen Kompetenzen wurden hinsichtlich möglicher Indikatoren sprachlicher Beeinflussung durch weitere Drittvariablen kontrolliert. Somit konnte ausgeschlossen werden, dass Zusammenhänge innerhalb der Kompetenzentwicklung durch sprachliche Defizite aufgrund einer bestehenden sprachlichen Lernschwäche, der zuhause gesprochenen Sprache, dem Vorliegen eines Migrationshintergrunds oder eines niedrigen sozioökonomischen Hintergrunds verzerrt werden können. Da Einflüsse der Kontrollvariablen auf die gemessenen Kompetenzen

nicht den Fokus der vorliegenden Untersuchung darstellen, wurden sie in das Modell nicht integriert. Zur Kontrolle direkter vs. indirekter Effekte wurden im Rahmen der vertiefenden Analysen zusätzliche sprachliche Variablen (phonologische Bewusstheit, Textverständnis) zur Kontrolle eingesetzt, die nicht im Gesamtmodell enthalten sind. Vorangehende deskriptive Analysen erfolgten mit SPSS 25. Für die kognitiven Grundfähigkeiten, die hier ergänzende, indirekte Maße des Arbeitsgedächtnisses bilden (vgl. Diskussion), werden im Ergebnisteil die genuinen Bezeichnungen (kognitive Grundfähigkeiten) verwendet.

Ergebnisse

Tabelle 1 stellt die Zusammenhänge interessierender Variablen aller vier Messzeitpunkte mittels bivariater Korrelationen dar ($p < .05$). Erwartungsgemäß zeigen sich hohe Interkorrelationen der einzelnen Messungen derselben Konstrukte ($r \geq .55, p < .01$). Zwischen den Indikatoren sprachlicher Kompetenzen (phonologische Bewusstheit, Wortschatz, Grammatik, Textverständnis) bestehen mittlere bis hohe Zusammenhänge ($r \geq .20, p < .01$). Diese korrelieren sowohl mit mathematischen Kompetenzen ($r \geq .34, p < .01$) wie auch mit kognitiven Fähigkeiten (kognitive Grundfähigkeiten, phonologische Schleife, zentrale Exekutive) ($r \geq .15, p < .01$). Eine Ausnahme bildet der Zusammenhang zwischen dem vorschulischen Wortschatz und den kognitiven Grundfähigkeiten dieser Altersstufe ($r = .10, p > .05$). Zudem hängen kognitive Grundfähigkeiten und Arbeitsgedächtnis bedeutend mit mathematischen Kompetenzen zusammen ($r \geq .34, p < .01$). Die aufgrund ihrer Rolle als mögliche Risikofaktoren sprachlicher Defizite eingesetzten Kontrollvariablen zeigen negative (Vorliegen einer/s sprachlichen Lernschwäche, Migrationshintergrunds; $r \leq -.13, p < .01$) bzw. positive (Deutsch als überwiegend zuhause gesprochenen Sprache, sozioökonomischer Status; $r \geq .14, p < .01$) Korrelationen mit sprachlichen und mathematischen Kompetenzen.

Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen

Anhand des in Abbildung 2 dargestellten Pfadmodells zeigt sich, dass sprachliche Kompetenzen die Entwicklung mathematischen Lernens grundlegend beeinflussen. So sagt insbesondere die Grammatik im Vorschulalter (4-5 Jahre) mathematische Leistungen im Vorschul- (5-6 Jahre: $.33^{***}$) und Schulalter (Klasse 1: $.19^{***}$; Klasse 2: $.12^*$) vorher. Dagegen scheinen frühe Wortschatzkenntnisse ($.23^{***}$) vorwiegend auf den Erwerb früher mathematischer Kompetenzen Einfluss zu nehmen. Innerhalb der ersten Klassenstufe hängen Sprachkenntnisse auf Wort- ($.11^*$) und auf Satzebene ($.16^{**}$) mit den mathematischen Leistungen zusammen.

Tabelle 1.
Bivariate Korrelationen aller interessierenden Variablen

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1 LS																	
2 Sprache	-.38**																
3 Migration	-.25**	.48**															
4 SES (ISEI)	-.18**	.21**	-.14*														
5 Geschlecht	.03	.03	.06	.04													
Welle 1																	
6 Wortschatz	-.72**	.42**	-.34**	.23**	-.09												
7 Grammatik	-.70**	.32**	-.23**	.23**	-.02	.62**											
Welle 2																	
8 PB	-.27**	.08	-.06	.26**	.05	.33**	.43**										
9 PS	-.16**	.07	-.04	.16**	.08	.20**	.29**	.42**									
10 ZE	-.21**	.03	-.01	.20**	.03	.18**	.34**	.47**	.38**								
11 KG	-.08	.01	.05	.03	.17**	.10	.15**	.33**	.27**	.32**							
12 Mathematik	-.32**	.20**	-.17**	.21**	-.12*	.42**	.44**	.52**	.34**	.46**	.40**						
Welle 3																	
13 Wortschatz	-.57**	.30**	-.24**	.29**	-.07	.66**	.59**	.37**	.24**	.29**	.17**	.46**					
14 Grammatik	-.40**	.22**	-.14**	.31**	.12*	.50**	.55**	.51**	.45**	.40**	.20**	.46**	.64**				
15 Mathematik	-.35**	.14**	-.13*	.32**	-.11*	.41**	.50**	.46**	.37**	.40**	.32**	.66**	.48**	.52**			
Welle 4																	
16 KG	-.12**	.04	-.01	.18**	.04	.17**	.17**	.28**	.13*	.25**	.35**	.31**	.20**	.14**	.31**		
17 Mathematik	-.27**	.13*	-.10	.27**	-.11*	.36**	.44**	.45**	.34**	.40**	.39**	.64**	.43**	.45**	.70**	.40**	
18 Textverst.	-.18**	.06	-.04	.18**	.14*	.22**	.30**	.35**	.26**	.27**	.26**	.37**	.32**	.38**	.42**	.32**	.47**

Anmerkungen. fett gedruckte Werte stellen signifikante Zusammenhänge dar; * $p < .05$, ** $p < .01$; SES = sozioökonomischer Status; PB = phonologische Bewusstheit, PS = phonologische Schleife; ZE = zentrale Exekutive; KG = kognitive Grundfähigkeiten; Textverst. = Textverständnis.

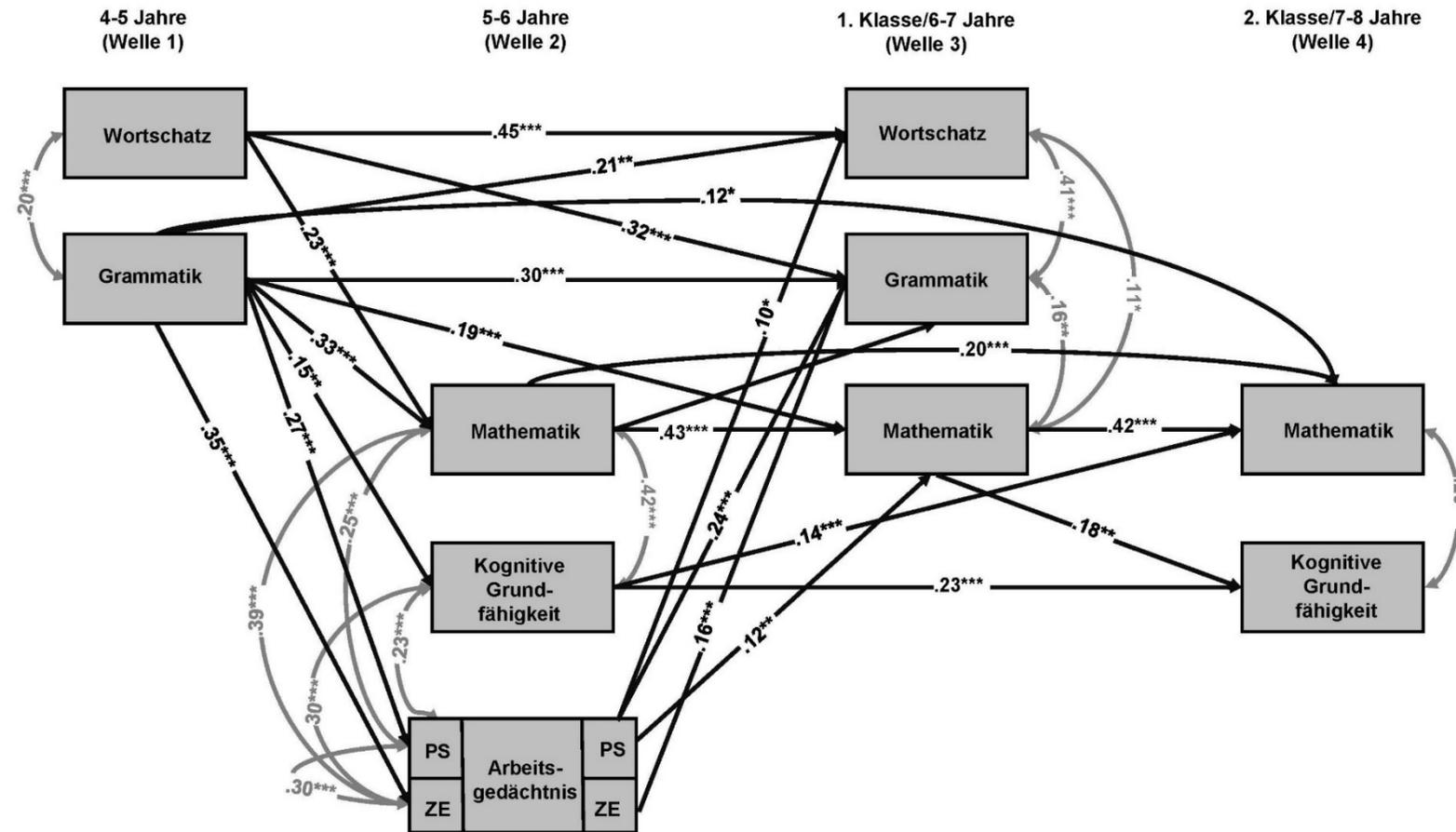


Abb. 2 Einflüsse sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen unter Betrachtung kognitiver Einflüsse vom Kindergarten (4-5 Jahre) bis zum Ende der zweiten Klassenstufe (7-8 Jahre). Anmerkungen. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive; $\chi^2 = .31$; $df = 25$; $CFI = .996$; $RMSEA = .027$; $n = 254$; * = $p < .05$, ** = $p \leq .01$, *** = $p \leq .001$. Die schwarzen Pfeile stellen Regressionseffekte, die grauen Pfeile Korrelationen dar.

Mediierte Effekte sprachlicher Kompetenzen auf mathematische Kompetenzen

Das Grammatikverständnis im Vorschulalter (4-5 Jahre) – welches mathematische Leistungen im Vorschul- (5-6 Jahre) und frühen Schulalter (6-7 Jahre; 1. Klasse) direkt beeinflusst (vgl. 4.1) – wirkt lediglich indirekt auf mathematische Kompetenzen der zweiten Klassenstufe ein.

Mediationen bestehen einerseits über die vorangehenden mathematischen Kompetenzen selbst (Mathematik Welle 2 (5-6 Jahre): $B = .07$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.03, .12]; Mathematik Welle 3 (6-7 Jahre): $B = .08$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.04, .13]; Mathematik Welle 2 (5-6 Jahre) über Mathematik Welle 3 (6-7 Jahre): $B = .05$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.01, .09]). Andererseits werden gering ausgeprägte Effekte über sprachliche Kompetenzen (Grammatik Welle 3 (6-7 Jahre) über mathematische Kompetenzen Welle 3 (6-7 Jahre): $B = .05$, $SE(B) = .01$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.03, .07]) wie auch über kognitive Fähigkeiten (zentrale Exekutive Welle 2 (5-6 Jahre) über mathematische Kompetenzen Welle 2 (5-6 Jahre): $B = .05$, $SE(B) = .01$, $p < .002$, 95 %, KI für B [.01, .07]) mediiert. Vergleichbare Mediationen zeigen sich auch, zusätzlich zu dem direkten Einfluss (vgl. 4.1) des Grammatikverständnisses im Vorschulalter (4-5 Jahre), auf die mathematischen Kompetenzen des ersten Schuljahres (6-7 Jahre). Diese werden über die vorschulischen mathematischen Kompetenzen ($B = .14$, $SE(B) = .03$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.10, .20]), die Grammatikleistungen der ersten Klassenstufe ($B = .04$, $SE(B) = .02$, $p < .007$, 95 %, KI für B [.02, .08]) wie auch über Einflüsse kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter (phonologische Schleife: $B = .03$, $SE(B) = .02$, $p < .063$, 95 %, KI für B [.03, .06]; zentrale Exekutive über mathematische Kompetenzen Welle 2: $B = .06$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.03, .09]) mediiert. Dieses Muster bestätigt sich nicht für Leistungen des Grammatikverständnisses der ersten Klassenstufe auf die Mathematikleistungen des kommenden Schuljahres. Hier fungieren einzig mathematische Kompetenzen der ersten Klassenstufe ($B = .23$, $SE(B) = .03$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.16, .30]) sowie zur Kontrolle hinzugezogene weitere sprachliche Kompetenzen (Textverständnis Welle 4, 7/8 Jahre: $B = .06$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.04, .10]) als Mediatoren. Kognitive Fähigkeiten besitzen jedoch keinerlei Einfluss. Vertiefende Analysen zeigen, dass auch der Wortschatz der ersten Klassenstufe nur indirekt die Mathematikleistungen der zweiten Klassenstufe beeinflusst. Auch hier wirken als Mediatoren einzig mathematische Kompetenzen der ersten Klassenstufe ($B = .20$, $SE(B) = .04$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.13, .28]) sowie das Textverständnis ($B = .05$, $SE(B) = .01$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.02, .08]) als sprachliches Kontrollmaß.

Beziehungen zwischen sprachlichen Kompetenzen und kognitiven Fähigkeiten

Vorschulisch gemessene Leistungen des Grammatikverständnisses (4-5 Jahre) beeinflussen positiv phonologische (.27***) wie auch zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisleistungen (.35***) kurz vor

Schuleintritt (5-6 Jahre). Diese wiederum wirken sich prädiktiv (phonologische Schleife: .24***; zentrale Exekutive: .16***) auf das Grammatikverständnis des ersten Schuljahres aus. Der Einfluss des frühen Grammatikverständnisses (4-5 Jahre) auf kognitive Grundfähigkeiten im Vorschulalter (5-6 Jahre) kann unter Kontrolle durchgeführter Mediationsanalysen einzig indirekt über die Zusammenhänge mit dem zur Kontrolle eingesetztem Sprachmaß der phonologischen Bewusstheit ($B = .11$, $SE(B) = .03$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.06, .17]) sowie der zentralen Exekutive ($B = .08$, $SE(B) = .02$, $p < .001$, 95 %, KI für B [.04, .13]) erklärt werden. Auch zeigen sich keinerlei direkte Zusammenhänge zwischen dem Arbeitsgedächtnis bzw. den kognitiven Grundfähigkeiten und der Entwicklung des rezeptiven Wortschatzes im Vorschulalter und in der Grundschule. Diese werden lediglich über andere sprachliche sowie kognitive Maße mediiert.

Beziehungen zwischen mathematischen Kompetenzen und kognitiven Fähigkeiten

Innerhalb des Altersbereichs zwischen 5 und 8 Jahren zeigen sich wechselseitige Einflüsse zwischen den einzelnen Messungen mathematischer Kompetenzen und den kognitiven Grundfähigkeiten: Neben den Zusammenhängen beider Kompetenzbereiche innerhalb einzelner Altersstufen indizieren diese einen Einfluss vorschulisch gemessener kognitiver Grundfähigkeiten auf die mathematischen Leistungen der zweiten Klassenstufe (.14***). Ebenso scheinen mathematische Leistungen des ersten Schuljahres die kognitiven Grundfähigkeiten der zweiten Klassenstufe vorherzusagen (.18**). Daneben zeigt sich ein Einfluss der vorschulisch gemessenen phonologischen Schleife auf mathematische Leistungen der ersten Klassenstufe (.12**). Die zentrale Exekutive dagegen scheint auf diese keinen direkten Einfluss zu nehmen.

Die Rolle der Sprache im Zusammenspiel mathematischer und kognitiver Fähigkeiten

In einem weiteren Schritt werden die angenommenen wechselseitigen Entwicklungszusammenhänge zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit direkter (phonologische Schleife, zentrale Exekutive) bzw. indirekter (kognitive Grundfähigkeiten) Maße des Arbeitsgedächtnisses (vgl. 4.4) auf indirekte Effekte überprüft. Im Rahmen der Überprüfung wird speziell die Rolle der sprachlichen Kompetenzen innerhalb der angenommenen Entwicklungszusammenhänge zwischen mathematischen Kompetenzen und der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses geklärt. Dazu wurden bestehende längsschnittliche Effekte durch Berechnung vertiefender Mediationsanalysen derselben Daten kontrolliert (vgl. Abb. 3a-e). Querschnittliche Mediationsanalysen der zweiten und vierten Erhebungswelle konnten aufgrund paralleler Messungen mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten hinzugenommen werden (vgl. Abb. 3a, 3e). Die Richtung von Zusammenhängen wurde im Theorieteil (vgl. 1.5) begründet, wodurch sich Einzelmodelle beider möglichen Richtungen (mathematische Kompetenzen auf kognitive Fähigkeiten vs. kognitive Fähigkeiten auf mathematische

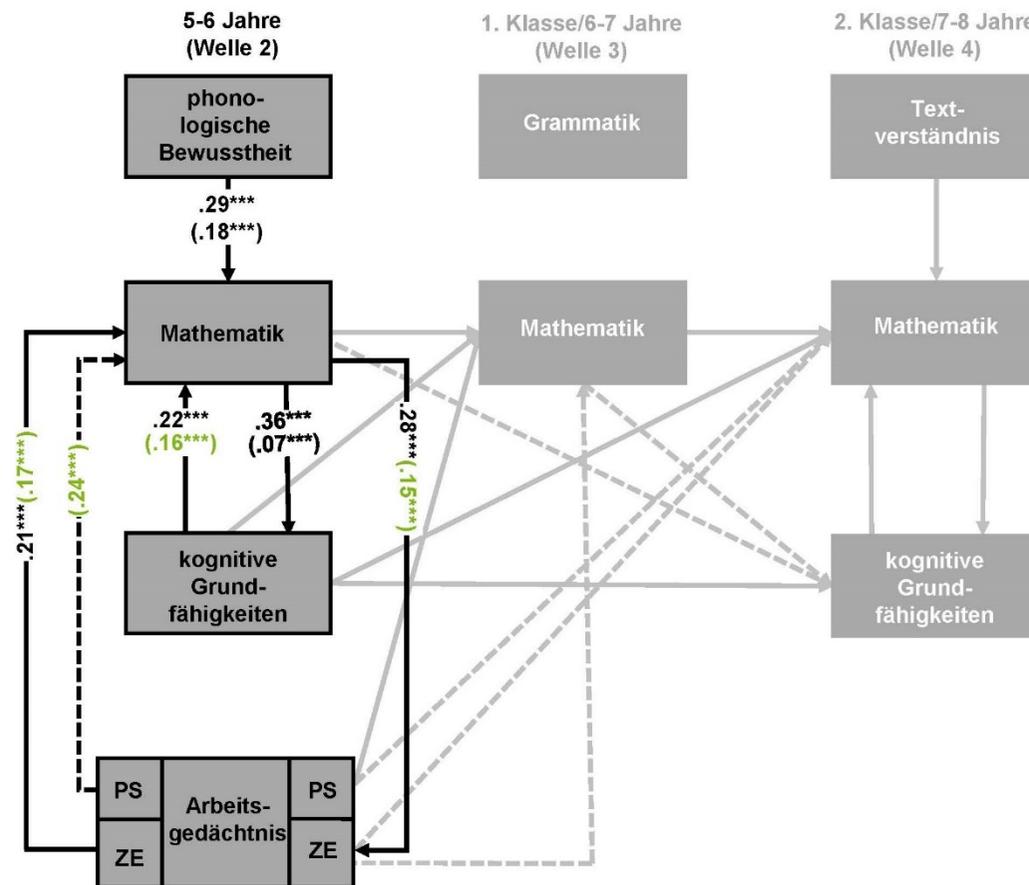


Abb. 3a Direkte und indirekte Effekte innerhalb der Welle 2 (5-6 Jahre) im Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten unter Beachtung sprachlicher Mediatoren. Anmerkungen. Überprüfung der im Gesamtmodell (vgl. Abb. 2) bestehenden Pfade anhand querschnittlicher Mediationsanalysen mit Mplus. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive. Gestrichelte Linien bilden indirekte, durchgezogene Linien direkte Effekte ab. In Klammern gesetzte Werte stellen indirekte Einflüsse dar. Hervorgehobene Werte in Klammern verdeutlichen indirekte Einflüsse, welche (z. T.) durch sprachliche Kompetenzen mediiert werden (vgl. Tab. 2, Welle 2).

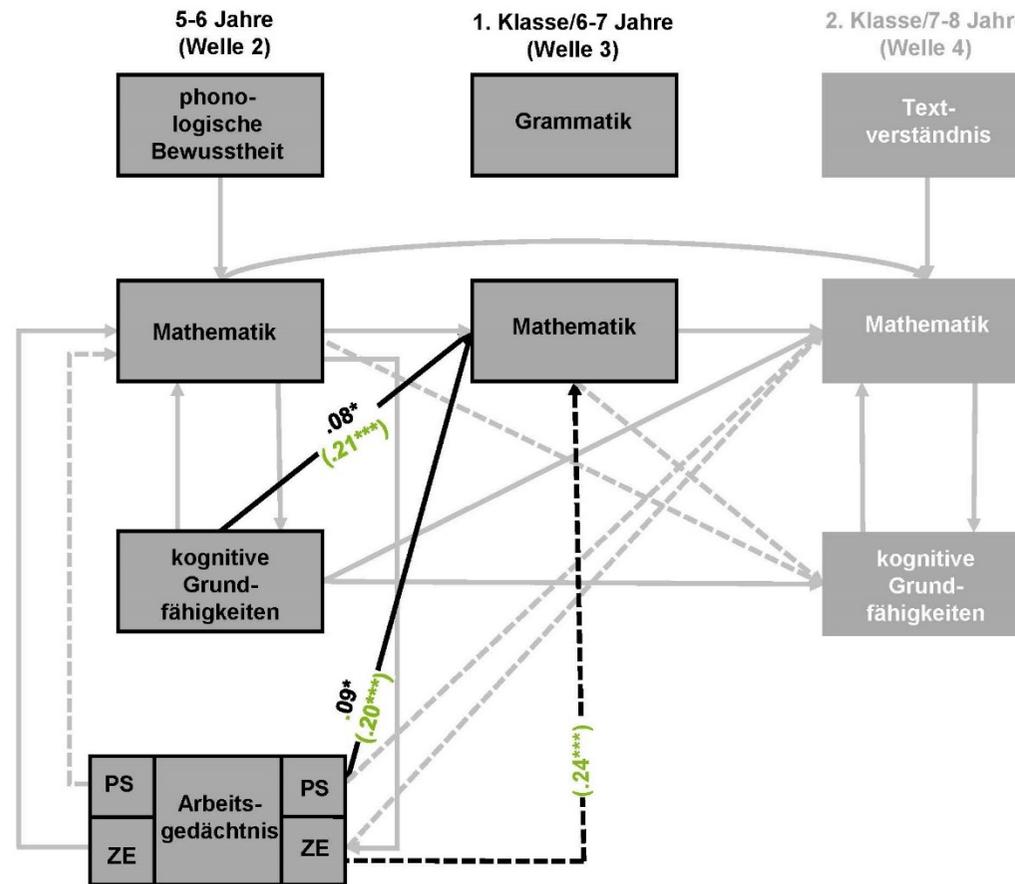


Abb. 3b Direkte und indirekte Effekte zwischen Welle 2 (5-6 Jahren) und Welle 3 (6-7 Jahren) im Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten unter Beachtung sprachlicher Mediatoren. Anmerkungen. Überprüfung der im Gesamtmodell (vgl. Abb. 2) bestehenden Pfade anhand längsschnittlicher Mediationsanalysen mit Mplus. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive. Gestrichelte Linien bilden indirekte, durchgezogene Linien direkte Effekte ab. In Klammern gesetzte Werte stellen indirekte Einflüsse dar. Hervorgehobene Werte in Klammern verdeutlichen indirekte Einflüsse, welche (z. T.) durch sprachliche Kompetenzen mediiert werden (vgl. Tab. 2, Welle 2). Auf die Abbildung des Wortschatzes im vorliegenden Modell wurde aufgrund fehlender Bedeutung als Mediator im Zusammenspiel zwischen mathematischen und kognitiven Kompetenzen verzichtet.

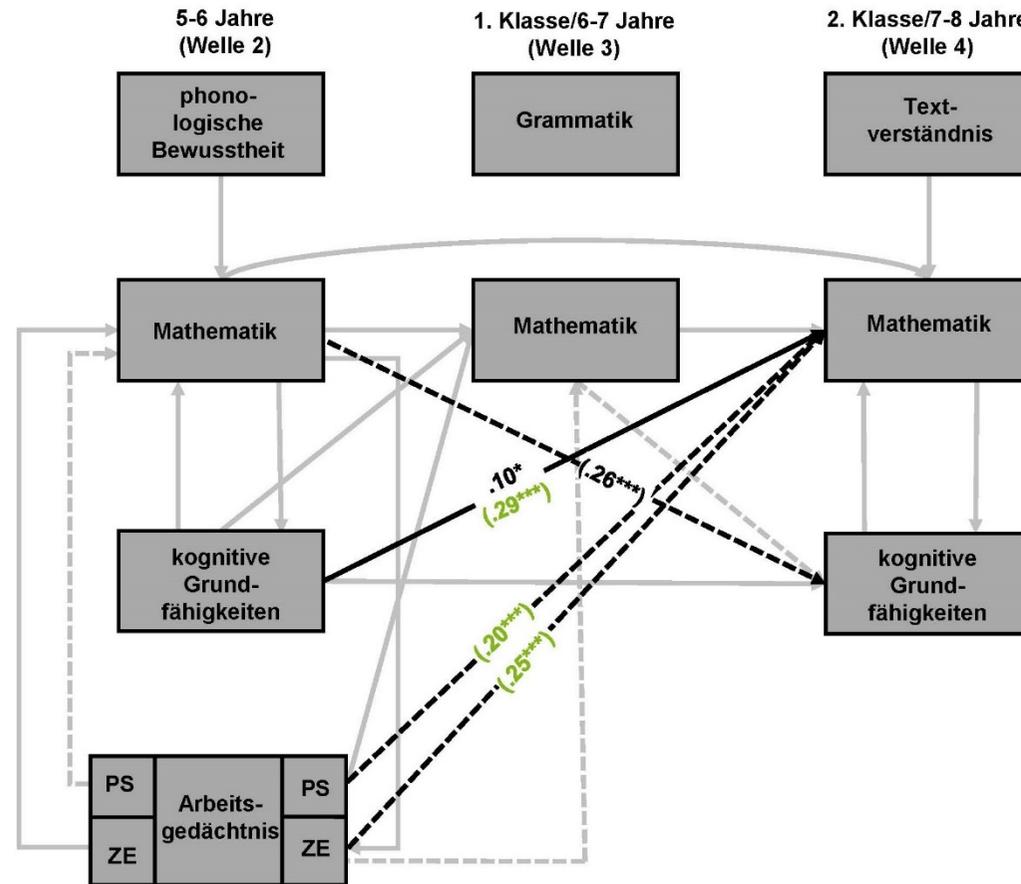


Abb. 3c Direkte und indirekte Effekte zwischen Welle 2 (5-6 Jahren) und Welle 4 (7-8 Jahren) im Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten unter Beachtung sprachlicher Mediatoren. Anmerkungen. Überprüfung der im Gesamtmodell (vgl. Abb. 2) bestehenden Pfade anhand längsschnittlicher Mediationsanalysen mit Mplus. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive. Gestrichelte Linien bilden indirekte, durchgezogene Linien direkte Effekte ab. In Klammern gesetzte Werte stellen indirekte Einflüsse dar. Hervorgehobene Werte in Klammern verdeutlichen indirekte Einflüsse, welche (z. T.) durch sprachliche Kompetenzen mediiert werden (vgl. Tab. 2, Welle 2). Auf die Abbildung des Wortschatzes im vorliegenden Modell wurde aufgrund fehlender Bedeutung als Mediator im Zusammenspiel zwischen mathematischen und kognitiven Kompetenzen verzichtet.

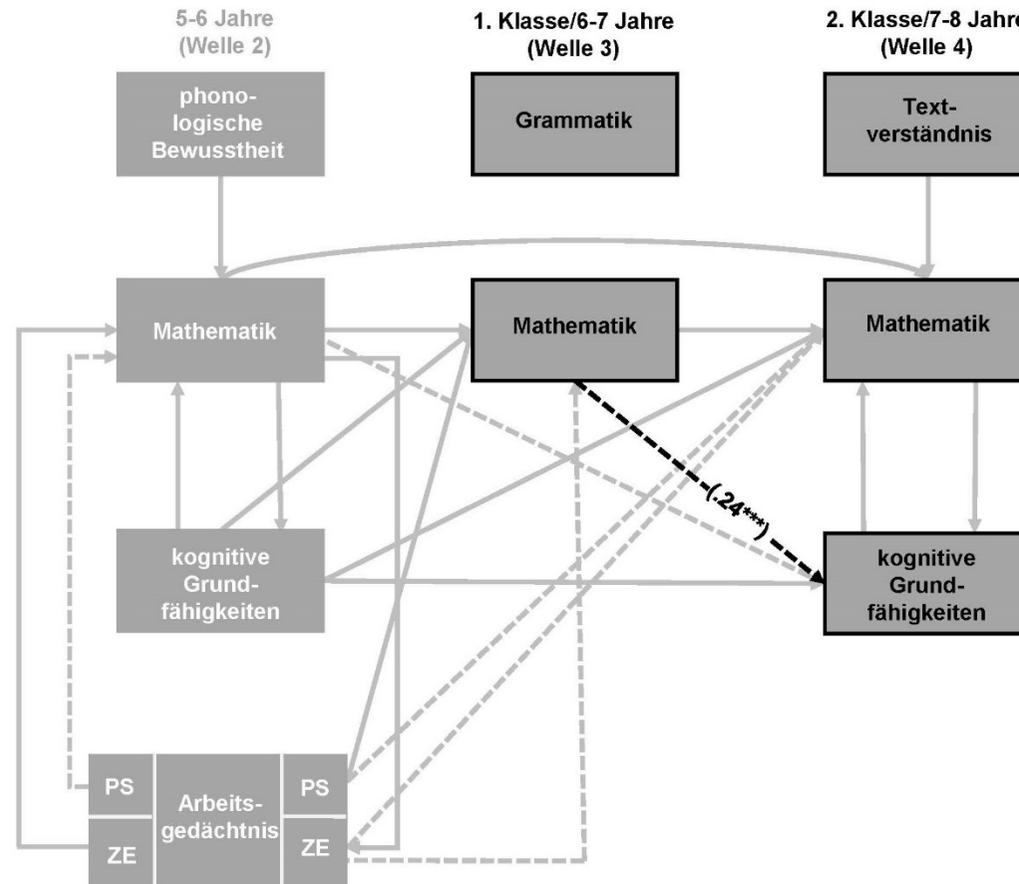


Abb. 3d Direkte und indirekte Effekte zwischen Welle 3 (6-7 Jahren) und Welle 4 (7-8 Jahren) im Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten unter Beachtung sprachlicher Mediatoren. Anmerkungen. Überprüfung der im Gesamtmodell (vgl. Abb. 2) bestehenden Pfade anhand längsschnittlicher Mediationsanalysen mit Mplus. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive. Gestrichelte Linien bilden indirekte, durchgezogene Linien direkte Effekte ab. In Klammern gesetzte Werte stellen indirekte Einflüsse dar. Hervorgehobene Werte in Klammern verdeutlichen indirekte Einflüsse, welche (z. T.) durch sprachliche Kompetenzen mediiert werden (vgl. Tab. 2, Welle 2). Auf die Abbildung des Wortschatzes im vorliegenden Modell wurde aufgrund fehlender Bedeutung als Mediator im Zusammenspiel zwischen mathematischen und kognitiven Kompetenzen verzichtet.

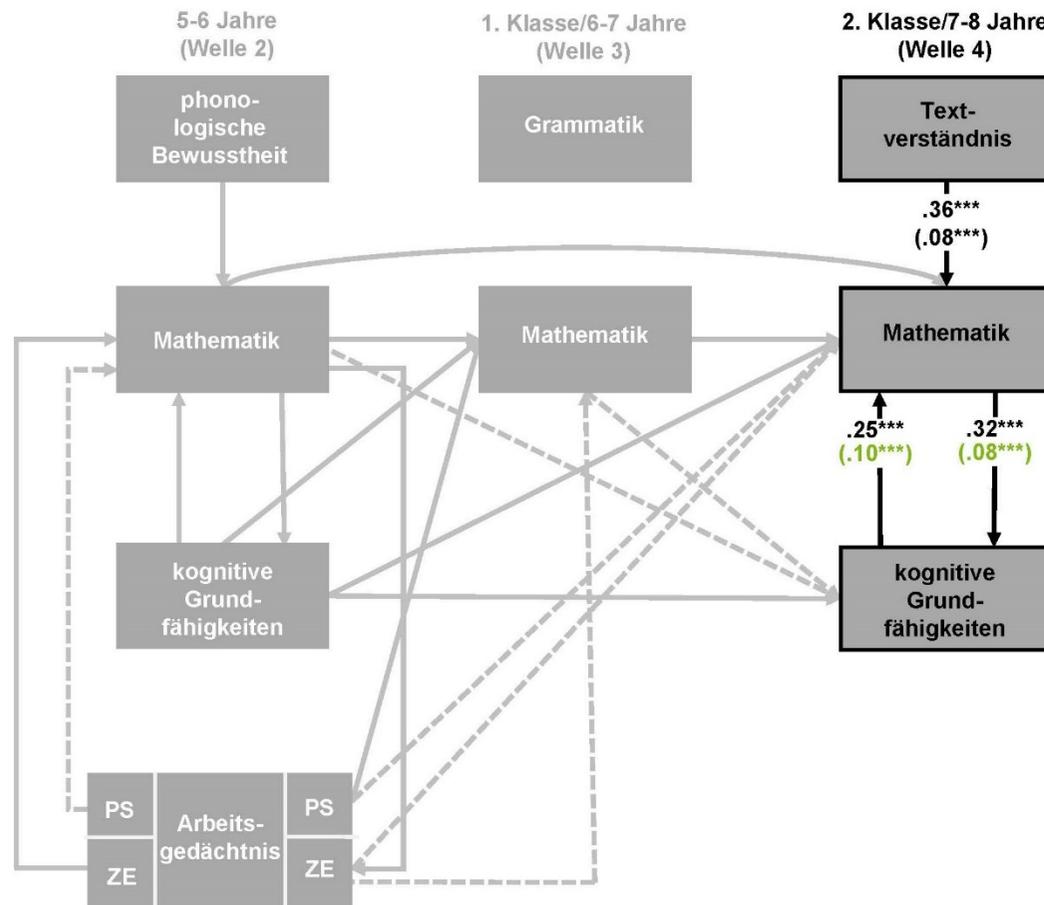


Abb. 3e Direkte und indirekte Effekte innerhalb der Welle 4 (7-8 Jahre) im Zusammenspiel mathematischer Kompetenzen und kognitiver Fähigkeiten unter Beachtung sprachlicher Mediatoren. Anmerkungen. Überprüfung der im Gesamtmodell (vgl. Abb. 2) bestehenden Pfade anhand querschnittlicher Mediationsanalysen mit Mplus. PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive. In Klammern gesetzte Werte stellen indirekte Einflüsse dar. Hervorgehobene Werte in Klammern verdeutlichen indirekte Einflüsse, welche (z. T.) durch sprachliche Kompetenzen mediiert werden (vgl. Tab. 2, Welle 2).

Kompetenzen) ableiten lassen. Direkte und indirekte Zusammenhänge wurden unter Kontrolle weiterer sprachlicher Kompetenzen dieser beiden Erhebungswellen (Welle 2: phonologische Bewusstheit; Welle 4: Textverständnis) identifiziert.

Innerhalb beider Erhebungswellen der querschnittlichen Analysen (Welle 2, Welle 4) lassen sich direkte wechselseitige Zusammenhänge zwischen kognitiven Fähigkeiten und mathematischen Kompetenzen identifizieren (vgl. Abb. 3a, 3e). So beeinflussen sowohl vorhandene kognitive Grundfähigkeiten innerhalb beider Erhebungswellen direkt mathematische Kompetenzen (Welle 2: .22***; Welle 4: .25***) wie auch mathematische Kompetenzen direkt die Ausprägung kognitiver Grundfähigkeiten (Welle 2: .36***; Welle 4: .32***). Vorhandene Wechselbeziehungen bilden innerhalb der zweiten Erhebungswelle (vgl. Abb. 3a) auch direkte Zusammenhänge zwischen Leistungen der zentralen Exekutiv- und mathematischen Kompetenzen ab (.21***/.28***). Einzig die phonologische Schleife im Vorschulalter hängt nur indirekt über sprachliche Kompetenzen und kognitive Fähigkeiten (kognitive Grundfähigkeiten, zentrale Exekutive) mit mathematischen Leistungen der gleichen Altersstufe zusammen. Innerhalb beider Erhebungswellen stellen sich auch sprachliche Maße als Mediatoren zwischen kognitiven Fähigkeiten und mathematischen Kompetenzen dar. Vorhandene Mediationseffekte werden aufgrund der Komplexität in Tabelle 2 gesondert dargestellt, wobei sprachliche Maße hervorgehoben werden. So spielt innerhalb der zweiten Erhebungswelle die phonologische Bewusstheit, innerhalb der vierten Erhebungswelle das Textverständnis eine vermittelnde Rolle.

Längsschnittlich bestätigt sich, dass vorschulische kognitive Grundfähigkeiten die mathematischen Leistungen der ersten (vgl. Abb. 3b) und zweiten Klassenstufe (vgl. Abb. 3c) direkt beeinflussen. Dagegen besteht der Einfluss vorschulisch gemessener mathematischer Kompetenzen auf kognitive Grundfähigkeiten im zweiten Schuljahr nur indirekt. Als Mediatoren fungieren die vorschulischen kognitiven Grundfähigkeiten und mathematische Kompetenzen in der ersten und zweiten Klassenstufe. Ähnliches zeigt sich für den Einfluss mathematischer Kompetenzen im ersten Schuljahr auf die kognitiven Grundfähigkeiten der zweiten Klassenstufe (vgl. Abb. 3d). Dieser Effekt lässt sich einzig über die mathematischen Kompetenzen der zweiten Klassenstufe erklären (vgl. Tab. 2). Vereinzelt stellen sich auch die phonologische Bewusstheit und/oder die Grammatik als Mediatoren zwischen kognitiven Fähigkeiten (kognitive Grundfähigkeiten, phonologische Schleife, zentrale Exekutive) und mathematischen Kompetenzen der ersten und zweiten Klassenstufe dar.

Diskussion

Ziel der vorliegenden Untersuchung war es, vermittelnde Effekte sprachlicher Einflüsse auf mathematisches Lernen des Entwicklungszeitraums vom Vorschulalter bis in die Grundschule zu identifizieren. Dabei galt es, neben der Aufdeckung direkter Effekte sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen auch die ihnen zugrundeliegenden Interdependenzen aufzudecken. Durch

Nutzung vorhandener Kompetenzdaten des Nationalen Bildungspanels war es möglich, zusätzlich die Rolle des kognitiven Systems des Arbeitsgedächtnisses innerhalb des Zusammenspiels sprachlicher und mathematischer Entwicklung näher zu betrachten. Dabei sollte insbesondere auch die Rolle sprachlicher Kompetenzen innerhalb mit mathematischem Lernen in Verbindung stehenden kognitiven Vorgängen des Arbeitsgedächtnisses offengelegt werden. Zudem wurden weitere, die Sprache beeinflussende, Indikatoren (sprachliche Lernschwäche, die zuhause gesprochene Sprache, Migrationshintergrund, sozioökonomischer Hintergrund) kontrolliert.

Die Ergebnisse legen nahe, dass sprachliche Kompetenzen und dabei insbesondere das Grammatikverständnis, das mathematische Lernen langfristig beeinflussen. Der Wortschatz scheint dagegen nur beim frühen mathematischen Kompetenzerwerb relevant zu sein. Zwar hängt dieser innerhalb der einzelnen Altersstufen im Grundschulalter mit der Ausprägung mathematischer Leistungen zusammen, nimmt aber – im Gegensatz zu den grammatikalischen Kompetenzen – keinen direkten Einfluss auf die weitere mathematische Entwicklung im Schulalter. Dieser Befund deutet auf eine höhere sprachliche Komplexität beim mathematischen Lernen im Schul- gegenüber dem Vorschulalter hin, wenn mathematische Fachwörter sowie die Unterscheidung von Alltags- und Bildungssprache an Bedeutung gewinnen (u. a. Bochnik 2017; Prediger et al. 2019).

Zudem scheint das Grammatikverständnis im Vorschulalter eng im Zusammenhang mit der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses zu stehen. Ein gutes Arbeitsgedächtnis begünstigt einerseits die Entwicklung weiterer mit dem mathematischen Lernen vorteilhaft in Zusammenhang stehender grammatikalischer Sprachkompetenzen im Grundschulalter. Zudem scheinen bereits bestehende vorschulische Kompetenzen in der Grammatik die Leistungsfähigkeit dieses Systems durch eine Entlastung dessen begrenzter Kapazität zu verbessern (vgl. Hasselhorn und Gold 2006). Nach unserem Wissen konnte dies in vorherigen Untersuchungen bisher nur für den Wortschatz nachgewiesen werden (Gathercole et al. 1992). Auch bestätigt sich der Einfluss des vorschulischen Arbeitsgedächtnisses auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vor- und Grundschulalter (vgl. Grube und Seitz-Stein 2012).

Die Ergebnisse vertiefender Mediationsanalysen heben weitere Funktionen von Sprache hervor, welche in die kognitiven Prozesse mathematischen Lernens eingebunden scheinen. Aufgedeckte Mediationsprozesse im Aufbau mathematischen Lernens (d. h. Sprache als Mediator zwischen der kognitiven Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und den mathematischen Kompetenzen aber auch die kognitive Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses als Mediator für den Einfluss von Sprache auf mathematische Kompetenzen) weisen auf unterschiedliche Prozesse innerhalb des komplexen Zusammenspiels aller drei Domänen – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – hin. Auch hier bestätigt sich insbesondere die Relevanz des Grammatikverständnisses: Erstens spielen sprachliche Kompetenzen für die vorschulische Ausbildung von Gedächtnisfunktionen, wie sie für die Zahlenverarbeitung notwendig sind (vgl. von Aster 2013) eine Rolle. Dabei zeigt

Tabelle 2.

Mediatoren indirekter Effekte zwischen kognitiven Fähigkeiten und mathematischem Lernen unter Kontrolle eingesetzter Kovariaten

Welle 2 (5-6 Jahre)		Effekte (direkt/indirekt)	Mediatoren indirekter Effekte
KG (W2) → Mathe (W2)	direkt: $B = .22, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%$, KI für B [.13, .34] indirekt: $B = .16, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.11, .22]		PB: $B = .09, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.06, .14]; ZE: $B = .07, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .11]
Mathe (W2) → KG (W2)	direkt: $B = .36, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%$, KI für B [.26, .45] indirekt: $B = .07, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.03, .12]		ZE: $B = .07, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.03, .12]
PS → Mathe (W2)	direkt: -/ indirekt: $B = .24, SE(B) = .04, p < .001, 95 \%$, KI für B [.16, .31]		PB: $B = .10, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.06, .16]; ZE: $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .12]; KG (W2): $B = .06, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .11]
ZE → Mathe (W2)	direkt: $B = .21, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%$, KI für B [.11, .30] indirekt: $B = .17, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.12, .23]		PB: $B = .09, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.06, .14]; KG (W2): $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.05, .13]
Mathe (W2) → ZE	direkt: $B = .28, SE(B) = .06, p < .001, 95 \%$, KI für B [.18, .40] indirekt: $B = .15, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.09, .21]		PB: $B = .10, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.06, .15]; KG (W2): $B = .05, SE(B) = .02, p = .01, 95 \%$, KI für B [.02, .10]
PB → Mathe (W2)	direkt: $B = .29, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%$, KI für B [.19, .38] indirekt: $B = .18, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.13, .25];		ZE: $B = .10, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.05, .15]; KG (W2): $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.05, .14]
Welle 2 (5-6 Jahre) auf Welle 3 (6-7 Jahre)			
KG (W2) → Mathe (W3)	direkt: $B = .08, SE(B) = .04, p = .03, 95 \%$, KI für B [.004, .16] indirekt: $B = .21, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.15, .28]		Mathe (W2): $B = .19, SE(B) = .03, p = .00, 95 \%$, KI für B [.13, .25]; minimale Effekte über PB auf Mathe
PS → Mathe (W3)	direkt: $B = .09, SE(B) = .04, p = .04, 95 \%$, KI für B [-.01, .16] indirekt: $B = .20, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.14, .27]		GR (W3): $B = .07, SE(B) = .02, p = .00, 95 \%$, KI für B [.04, .11]; Mathe 1: $B = .13, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.08, .19]
ZE → Mathe (W3)	direkt: -/ indirekt: $B = .24, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%$, KI für B [.18, .30]		GR (W3): $B = .04, SE(B) = .01, p < .001, 95 \%$, KI für B [.02, .07]; Mathe (W2): $B = .20, SE(B) = .03, p < .010, 95 \%$, KI für B [.14, .25]
Welle 2 (5-6 Jahre) auf Welle 4 (7-8 Jahre)			
Mathe (W2) → KG (W4)	direkt -/ indirekt: $B = .26, SE(B) = .04, p = .00, 95 \%$, KI für B [.18, .34]		Mathe (W4): $b = .09, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .14]; Mathe (W3/4): $B = .07, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .11]; KG (W2): $B = .10, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.04, .17]
KG (W4) → Mathe (W4)	direkt: $B = .10, SE(B) = .04, p = .02, 95 \%$, KI für B [.01, .17] indirekt: $B = .29, SE(B) = .03, p = .00, 95 \%$, KI für B [.23, .35]		minimale Effekte über PB auf Mathe Mathe (W2): $B = .08, SE(B) = .02, p = .02, 95 \%$, KI für B [.05, .13]; Mathe (W3): $B = .05, SE(B) = .02, p = .02, 95 \%$, KI für B [.01, .08]; Mathe (W2/3): $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.06, .12]; KG (W4): $B = .05, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%$, KI für B [.03, .09]

PS → Mathe (W4)	direkt: -/ indirekt: $B = .20, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.14, .26]$	minimale Effekte über PB auf Mathe; Mathe (W2): $B = .04, SE(B) = .01, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.02, .07]$; Mathe (W3): $B = .07, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.04, .12]$; Mathe (W2/3): $B = .04, SE(B) = .01, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.02, .06]$
ZE → Mathe (W4)	direkt: -/ indirekt: $B = .25, SE(B) = .04, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.17, .33]$	minimale Effekte über PB auf Mathe Mathe (W2): $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.04, .12]$; Mathe (W3): $B = .05, SE(B) = .02, p = .04, 95 \%, KI \text{ für } B [.003, .09]$; Mathe (W2/3): $B = .08, SE(B) = .01, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.05, .10]$; KG (W4): $B = .04, SE(B) = .01, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.02, .08]$

Welle 3 (6-7 Jahre) auf Welle 4 (7-8 Jahre)

Mathe (W3) → KG (W4)	direkt: -/ indirekt: $B = .24, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.16, .35]$	Mathe (W4): $B = .24, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.16, .35]$
----------------------	---	---

Welle 4 (7-8 Jahre)

KG (W4) → Mathe (W4)	direkt: $B = .25, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.16, .34]$ / indirekt: $B = .10, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.06, .15]$	Textverständnis: $B = .10, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.06, .15]$
Mathe (W4) → KG (W4)	direkt: $B = .32, SE(B) = .06, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.22, .42]$ / indirekt: $B = .08, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.03, .14]$	Textverständnis: $B = .08, SE(B) = .03, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.03, .14]$
Textverständnis → Mathe (W4)	direkt: $B = .36, SE(B) = .05, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.27, .45]$ / indirekt: $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.05, .12]$	KG (W4): $B = .08, SE(B) = .02, p < .001, 95 \%, KI \text{ für } B [.05, .12]$

Anmerkungen. Ermittelte direkte und indirekte Effekte (vgl. Abb. 3a-e) unter Berechnung vertiefender Mediationsanalysen (Mplus) zwischen und innerhalb der einzelnen Erhebungswellen. Mediiierende Variablen indirekter Effekte werden einzeln dargestellt, fett gedruckte Werte heben vorhandene Einflüsse sprachlicher Kompetenzen innerhalb der indirekten Effekte hervor; KG (W2) = kognitive Grundfähigkeiten Welle 2; KG (W4) = kognitive Grundfähigkeiten Welle 4; GR (W3) = Grammatik Welle 3; PB = phonologische Bewusstheit, PS = phonologische Schleife, ZE = zentrale Exekutive; Mathe (W2) = Mathematik Welle 2; Mathe (W3) = Mathematik Welle 3; Mathe (W4) = Mathematik Welle 4.

sich überraschenderweise nur ein Einfluss des Grammatikverständnisses. Der allgemeine Wortschatz hingegen erscheint vergleichsweise irrelevant. Hier zeigt sich die fachliche Spezifität des Wortschatzes, welcher bereits für die Entwicklung des Zahlenverständnisses, insbesondere der Zahlwortreihe, erforderlich ist (Schindler et al. 2019). Zweitens kann der Einfluss der Sprache innerhalb der Wechselbeziehung zwischen Arbeitsgedächtnis und mathematischen Kompetenzen (vgl. Tab. 2) auch auf eine mögliche vorschulische Nutzung sprachlicher Kompetenzen zur (Zwischen-)Speicherung mathematischer Inhalte hinweisen (Lorenz 2012). Im weiteren Grundschulbereich sind diese Mediationseffekte durch Sprache rückläufig. Die Rückläufigkeit sprachlicher Mediationseffekte innerhalb dieser Altersstufe legt nahe, dass die Möglichkeit, mathematische Inhalte sprachlich zu speichern, mit ansteigendem Alter seltener von den Kindern genutzt wird. Diese Beobachtung wäre durch eine zunehmende Automatisierung innerhalb mathematischer Lernprozesse (ebd.) zu erklären. Drittens scheinen die bestehenden sprachlichen Fähigkeiten im Vorschulalter eine allgemeine Voraussetzung darzustellen, mathematische Aufgabenstellungen im Vor- und Grundschulalter besser zu verarbeiten (s. o.). Darauf weisen sowohl der direkte Einfluss von Sprache auf mathematische Kompetenzen wie aber auch die medierten Effekte der Grammatikleistungen auf mathematische Kompetenzen über kognitive Prozesse des Arbeitsgedächtnisses hin. Die Größe des Wortschatzes scheint auch hier, im Gegensatz zur Grammatik, nicht relevant. Die starke Gewichtung des Einflusses grammatikalischer Fähigkeiten auf mathematische Lernprozesse steht in Übereinstimmung mit vorherigen Befunden zum Lernen im Mathematikunterricht, welche speziell Kompetenzen komplexerer sprachlicher Register wie Fach- oder Bildungssprache als Voraussetzung für erfolgreiche mathematische Leistungen im Grundschulalter identifizieren konnten (z. B. Paetsch 2016; Prediger et al. 2019).

Zudem erlangen kognitive Fähigkeiten auch unabhängig von den sprachlichen Kompetenzen einen großen Einfluss zur Erklärung mathematischen Lernens im Vor- und Grundschulalter. Dies belegen die Ergebnisse unabhängig davon, ob es sich um direkte Maße des Arbeitsgedächtnisses handelt oder indirekte, welche auch als kognitive Fähigkeiten im weiteren Sinne interpretiert werden können. Erstere zeigen im Einklang mit vorherigen Untersuchungen (z. B. Ehlert 2007) altersabhängige Veränderungen, welche auf Automatisierungen innerhalb mathematischer Lernprozesse schließen lassen (ebd.). Eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit kognitiver Prozesse durch eine Kapazitätsentlastung im Schulalter lässt sich jedoch innerhalb dieser Studie nicht direkt durch zuvor bestehendes mathematisches Wissen erklären. Dies konnte eigentlich aufgrund von Ergebnissen einer Studie zu kreuzverzögerten Effekten zwischen mathematischen und kognitiven Fähigkeiten im Schulalter erwartet werden (Hoese 2017). Vertiefende Analysen zeigen jedoch, dass Einflüsse vorschulischer Mathematikleistungen auf kognitive Grundfähigkeiten in der zweiten Klassenstufe über den Zusammenhang mit vorschulischen kognitiven Grundfähigkeiten wie auch über späteres mathematisches Wissen mediiert werden. Sprachliche Kompetenzen spielen – wie bereits erwähnt – als Mediatoren innerhalb dieses längsschnittlichen Beziehungsmusters kaum eine Rolle, sondern nur für den starken Zusammenhang, welcher zwischen kognitiven Fähigkeiten und mathematischen Kompetenzen innerhalb der einzelnen Altersstufe direkt vorhanden ist. Insgesamt stellt sich zudem heraus, dass frühe mathematische Kompetenzen, unabhängig von den gesamten beschriebenen Interdependenzen, ihren direkten Einfluss auf mathematisches Lernen bis ins weitere Grundschulalter beibehalten (vgl. auch Krajewski 2014). Die adäquate Entwicklung dieser frühen mathematischen Kompetenzen wird jedoch von zahlreichen sprachlichen und kognitiven Fähigkeiten mitbeeinflusst.

Limitationen

Die Abbildung komplexer Beziehungsmuster umfassender Kompetenzen im Vorschul- und Schulalter, unter Verwendung eines zur Verfügung stehenden Datensatzes, erforderte einige Kompromissbereitschaften: Einerseits berücksichtigen die Messungen von Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis der Startkohorte 2 des NEPS keine kontinuierliche Erhebung aller hier interessierenden Parameter zu jedem Zeitpunkt, was Aussagen bidirektionaler Zusammenhänge der drei Kompetenzen über alle Altersstufen hinweg ausschloss. Speziell das Arbeitsgedächtnis wurde direkt nur im Rahmen einer altersspezifischen Erhebung zur sprachlichen Informationsverarbeitung kurz vor Schuleintritt erfasst, was auch die fehlende Messung der visuell-räumlichen Komponente erklärt. Zudem wiesen die direkten Maße der zentralen Exekutive aufgrund des Schwierigkeitsgrades des Tests eine eingeschränkte interne Konsistenz auf. Genauere und wiederholte Maße der zentralen Exekutive (inklusive einer visuell-räumlichen Speicherkomponente) konnten dadurch nur auf Grundlage indirekter Messungen über kognitive Grundfähigkeiten gewonnen werden. Deren vollständige Abgrenzung vom ursprünglichen Messkonstrukt kann aufgrund möglicher Konfundierungen jedoch nicht garantiert werden. Aufgrund der Abbildung mathematischer Kompetenzen als eindimensionales Konstrukt konnten keine Aussagen über einzelne mathematische Teilbereiche getroffen werden, wie dies für Sprache möglich war. Durch den Einbezug der Konzeption des *Mathematical Literacy* in das Messkonstrukt mathematischer Kompetenz bei NEPS (vgl. 3.2) ist zudem automatisch eine mehr oder weniger ausgeprägte Sprachnähe gegeben.

Fazit

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung lassen ein komplexes Zusammenspiel deutlich werden, welches sich hinter dem Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen abzeichnet. Dabei wird der Einfluss von Sprache in unterschiedlichen Funktionen deutlich, welche sich – neben ihrem direkten Einfluss auf mathematisches Lernen – sowohl in der „Voraussetzung“ wie auch in der „Mediation“ kognitiver, mit mathematischem Lernen in Zusammenhang stehender Prozesse, erkennen lässt. Auch wird die Bedeutung früher mathematischer Kompetenzen selbst für späteres mathematisches Lernen durch ihre engen Entwicklungszusammenhänge mit sprachlichen Kompetenzen direkt untermauert. Dabei scheinen bereits komplexere sprachliche Fertigkeiten im Vorschulalter dominant. Die Rolle der Sprache für frühe mathematische Kompetenzen wird zudem durch deren spezielle Bedeutung innerhalb kognitiver Prozesse des Erwerbs früher mathematischer Kompetenzen verstärkt. Aufgrund ihres Einflusses über die zahlreichen beschriebenen Ebenen innerhalb mathematischer Lernprozesse scheint Sprache somit – auch unter Kontrolle weiterer, die Sprachkompetenz beeinflussender Faktoren – einen wesentlichen Bestandteil mathematischen Lernens auszumachen. Dies legt die Notwendigkeit nahe, die unterschiedlichen Funktionen von Sprache innerhalb des mathematischen Lernens bereits in vorschulischen und später in schulischen Lernprozessen zu berücksichtigen. Bereits bestehende erfolgreiche Ansätze im Vorschulalter durch eine integrierte Förderung von Sprache und Mathematik in Kita und Familie (z. B. Böning und Thöne 2017) sowie die Umsetzung eines entsprechend sprachsensiblen Unterrichts in Schulen (z. B. Sprachensible Schulentwicklung 2017) bestätigen die Forderung einer Etablierung und Weiterentwicklung dieses Bereichs. Dabei sollte gerade im Hinblick auf die notwendige Anschlussfähigkeit an schulisches Lernen (z. B. Gasteiger 2017) auch vorschulisch bereits einer Etablierung

komplexerer sprachlicher Fähigkeiten in mathematische Lernsituationen Rechnung getragen werden. Insbesondere eine Fokussierung auf grammatikalische Strukturen scheint dabei bereits vorschulisch angeraten. Überdies würde die Beachtung einer „Vielfalt von Sprache“ dem Einsatz eines breitgefächerten mathematischen Lernmaterials nur entsprechen (Tiedemann 2017). Bei der Auswahl dieses Materials sollten jedoch im Hinblick auf das kapazitätsbegrenzte und für mathematisches Lernen relevante Arbeitsgedächtnis Anpassungen vorgenommen werden, indem eine Überlastung der Ressourcen durch die Vermeidung unnötiger Informationen vermieden wird (Krajewski und Ennemoser 2010).

Diese Arbeit nutzt Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, doi:10.5157/NEPS:SC2:8.0.1. Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Literatur

- Abou-Koura, K., Perleth, C. (2005). Kognitiver Fähigkeitstest (KFT 1-2R): bislang unveröffentlichte Revision. Rostock: Universität Rostock.
- Adams, A.-M., Gathercole, S. E. (1996). Phonological working memory and spoken language development in young children. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49 A(1), 216–233.
- Aster, M. von (2013). Wie kommen Zahlen in den Kopf und was kann sie daran hindern? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 15–38). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Baddeley, A. (2000). Working memory. *Current Biology*, 20 (4), 136-140.
- Berendes, K., Weinert, S., Zimmermann, S., Artelt, C. (2013). Assessing language indicators across the lifespan within the German National Educational Panel Study (NEPS). *Journal for Educational Research Online*, 5(2), 15–49.
- Beyer, R., Gerlach, R. (2018). *Sprache und Denken* (2. Auflage). Lehrbuch. Wiesbaden: Springer.
- Bishop, D. V. (1989). TROG – Test for Reception of Grammar. Abingdon: Thomas Leach Ltd.
- Blossfeld, H.-P., Roßbach, H.-G. Maurice, J. von. (2011). Education as a lifelong process. *Zeitschrift Für Erziehungswissenschaften, Sonderheft 14*, 19-34.
- Bochnik, K. (2017). Sprachbezogene Merkmale als Erklärung für Disparitäten mathematischer Leistung. Differenzierte Analysen im Rahmen einer Längsschnittstudie in der dritten Jahrgangsstufe. Münster: Waxmann.
- Böning, D., Thöne, B. (2017). Integrierte Förderung von Sprache und Mathematik in Kita und Familie. In S. Schuler, C. Streit & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 27–39). Wiesbaden: Springer.
- Bortz, J., Döring, N. (2015). *Forschungsmethoden und Evaluation: Für Human- und Sozialwissenschaftler* (5. Aufl.). Berlin: Springer.
- Christ, O., Schlüter, E. (2012). *Strukturgleichungsmodelle mit Mplus: Eine praktische Einführung*. München: Oldenbourg.
- Cornu, V., Schiltz, C., Romain, Hornung, C. (2017). Visuo-spatial abilities are key for young children's verbal number skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 604-620. doi. 10.1016/j.jecp.2017.09.006
- Dunn, L. M., Dunn, D. M. (2007). *Peabody picture vocabulary test, fourth edition (PPVT-4)*. Upper Saddle River: Pearson.
- Ehlert, A. (2007). *Arbeitsgedächtnis und Rechnen im Vorschulalter: Die Entwicklung eines Arbeitsgedächtnistests und eines Untersuchungsverfahrens für mathematische Kompetenzen zur Überprüfung des Einflusses des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley auf mathematische Fertigkeiten im Vorschulalter (Dissertation)*. Humboldt Universität, Berlin.
- Engel de Abreu, P. M. J., Conway, A. R. A., Gathercole, S. E. (2010). Working memory and fluid intelligence in young children. *Intelligence*, 38(6), 552–561.
- Fischer, L., Rohm, T., Gnambs, T., Carstensen, C. H. (2016). Linking the data of the competence test. Verfügbar unter <https://www.neps-data.de>. Gesehen 11. Dezember 2018.
- Fox, A. V. (2006). *TROG-D Test zur Überprüfung des Grammatikverständnisses*. Idstein: Schulz-Kirchner.

- Fricke, S., Schäfer, B. (2008). Test für phonologische Bewusstheitsfähigkeiten (TPB). Idstein: Schulz-Kirchner.
- Ganzeboom, H. B.G. (2010). A new international socio-economic index [ISEI] of occupational status for the international standard classification of occupation 2008 [ISCO-08] constructed with data from the ISSP 2002-2007. Annual Conference of International Social Survey Programme, Lisbon.
- Garson, G. D. (2015). Missing values analysis & data imputation. North Carolina: Statistical Associates Publishing.
- Gasteiger, H. (2017). Frühe mathematische Bildung – sachgerecht, kindgemäß, anschlussfähig. In S. Schuler, C. Streit & G. Wittmann (Hrsg.), Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule (S. 9–26). Wiesbaden: Springer.
- Gathercole, S. E., Willis, C. S., Emslie, H., Baddeley, A. D. (1992). Phonological memory and vocabulary development during the early school years: A longitudinal study. *Developmental Psychology*, 28(5), 887–898.
- Götze, B., Hasselhorn, M., Kiese-Himmel, C. (2000). Phonologisches Arbeitsgedächtnis, Wortschatz und morpho-syntaktische Sprachleistungen im Vorschulalter. *Sprache & Kognition*, 19(1/2), 15–21.
- Grube, D., Seitz-Stein, K. (2012). Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.). Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses (S. 145–157). Göttingen: Hogrefe.
- Hasselhorn, M., Gold, A. (2006). Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren. Stuttgart: Kohlhammer.
- Heller, K.A., Perleth, C. (2000). Kognitiver Fähigkeitstest für 4. bis 12. Klassen: Revision (KFT 4-12+R). Göttingen: Beltz.
- Hoefl, M., Wendt, H., Kasper, D. (2015). Familiäre Lebensumwelten in Europa - Zusammenhänge formeller und informeller häuslicher Aktivitäten zwischen Eltern und Kindern im Vorschulalter in den Förderdimensionen Early Literacy und Early Numeracy. In H. Wendt, T. C. Stubbe, K. Schwippert, & W. Bos (Hrsg.), 10 Jahre international vergleichende Schulleistungsforschung in der Grundschule: Vertiefende Analysen zu IGLU und TIMSS 2001 bis 2011 (S. 135–160). Münster: Waxmann.
- Halliday, M. A. K. (2004). An introduction to functional grammar (3rd ed.). London: Arnold.
- Heinze, A., Herwartz-Emden, L., Reiss, K. (2007) Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik*, 53 (4), 562-581.
- Hoese, D. (2017). Kognitive Fähigkeiten und Mathematikleistungen im Grundschulalter: Kreuzverzögerte Effekte über vier Messzeitpunkte. Universität Rostock, Rostock. doi.10.18453/rosdok_id00002521
- Jansen, H., Mannhaupt, G., Marx, H., Skowronek, H. (2002). Bielefelder Screening zur Früherkennung von Leserechtschreibschwierigkeiten (BISC). Göttingen: Hogrefe.
- Kaufmann, L., Aster, M. von. (2012). Diagnostik und Intervention bei Rechenstörung. *Deutsches Ärzteblatt*, 109(45), 767–778.
- Kempert, S., Schalk, L., Saalbach, H. (2018). Sprache als Werkzeug des Lernens: Ein Überblick zu den kommunikativen und kognitiven Funktionen der Sprache und deren Bedeutung für den fachlichen Wissenserwerb. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 65. doi: 10.2378/peu2018.art19d
- Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., Leseman, P. P. M. (2014). Involvement of working memory in longitudinal development of number-magnitude skills. *Infant and Child Development*, 23(1), 36–50.
- Krajewski, K. (2014). Förderung des Zahlverständnisses. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Eds.), Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis (2. Aufl., S. 199–208). Göttingen: Hogrefe.

- Krajewski, K., Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trollenier, W. Lenhard & P. Marx (Eds.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung. Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven* (S. 337–360). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Küspert, P., Schneider, W. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., Hautamäki, J. (2013). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 34(6), 674–696.
- Lang, F. R., Weiss, D., Stocker, A., von Rosenblatt, B. (2007). Assessing cognitive capacities in computer-assisted survey research: Two ultra-short tests of intellectual ability in the German socio-economic panel (SOEP). *Journal of Applied Social Science Studies*, Heft 127, 183–192.
- Lenhard, W., Schneider, W. (2006). *ELFE 1-6 Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler*. Göttingen: Hogrefe.
- Lorenz, J. H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik: Frühe mathematische Bildung und Förderung. Entwicklung und Bildung in der Frühen Kindheit*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Maier, H., Schweiger, F. (2008). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Verfügbar unter <https://wwwmath.uni-muenster.de/reine/u/mollerh/data/MaierSchweig11.pdf>. Gesehen 11. Dezember 2018.
- Mannhaupt, G. (2006). *Münsteraner Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten*. Berlin: Cornelsen.
- Melchers, P., Preuß, U. (2009). *Kaufmann assessment battery for children (K-ABC)* (8. unveränderte Aufl.). Frankfurt: Pearson.
- Muthén, B. O., Muthén, L. K. (2009). *Mplus 5.21 [Computer Software]*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Neumann, I., Duchhardt, C., Grüßing, M., Heinze, A., Knopp, E., Ehmke, T. (2013). Modeling and assessing mathematical competence over the lifespan. *Journal for educational research online*, 5 (2), S. 80-109. Verfügbar unter: https://www.pedocs.de/volltexte/2013/8426/pdf/JERO_2013_2_Neumann_et_al_Modeling_and_assessing_mathematical_competencies.pdf. Gesehen 27. November 2019.
- Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache*. Dissertation, Freie Universität Berlin.
- Prediger, S., Erath, K., Moser Opitz, E. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. Haase, P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of math learning difficulties: From the laboratory to the classroom* (S. 437–455). Cham: Springer.
- Röhm, A., Starke, A., Ritterfeld, U. (2017). Die Rolle von Arbeitsgedächtnis und Sprachkompetenz für den Erwerb mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 64(2), 81–93. doi: 10.2378/peu2016.art26d
- Schindler, V., Moser Opitz, E., Cadonau-Bieler, M., Ritterfeld, U. (2019). Überprüfung und Förderung des mathematischen Fachwortschatzes der Grundschulmathematik – eine empirische Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(1), 1-35. doi: 10.1007/s13138-018-0135-2
- Schröder, A., Ritterfeld, U. (2014). Zur Bedeutung sprachlicher Barrieren im Mathematik-unterricht der Primarstufe: Wissenschaftlicher Erkenntnisstand und Reflexion in der (För-der-)Schulpraxis. *Forschung Sprache E-Journal für Sprachheilpädagogik, Sprachtherapie und Sprachförderung*, 2(1), 49–69. [http://doi: 10.2443/skv-s-2014-](http://doi:10.2443/skv-s-2014-)

57020140104

- Sfard, A., Kieran, C. (2008). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8(1), 42-76.
- Sprachsensible Schulentwicklung (2017). Das Projekt „Sprachsensible Schulentwicklung“. Erfahrungen und Konzepte zur Umsetzung in Schulen. Verfügbar unter https://www.stiftung-mercator.de/media/downloads/3_Publikationen/2017/November/Das_Projekt_Sprachsensible_Schulentwicklung_Erfahrungen_und_Konzepte_zur_Umsetzung_in_Schulen_Publikation_November_2017.pdf. Gesehen 6. Juni 2019.
- Tewes, U., Rossmann, P., Schallberger, U. (1999). Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III (HAWIK-III). Bern: Huber Verlag.
- Tiedemann, K. (2017). Beschreibungen im Prozess. Eine Fallstudie zur fachbezogenen Sprachentwicklung im Kontext unterschiedlicher Darstellungen. In A. Neumann, M. Hagena, K. Schwippert & D. Leiss (Hrsg.), *Mathematik und Sprache. Empirischer Forschungsstand und unterrichtliche Herausforderungen* (S. 63-68). Münster: Waxmann.
- Weinert, S. (2010). Beziehungen zwischen Sprachentwicklung und Gedächtnisentwicklung. In H.-P. Trollenier, W. Lenhard, & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung: Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven* (S. 147–170). Göttingen: Hogrefe.
- Wen, Z. (2012). Working memory and second language learning. *International Journal of Applied Linguistics*, 22(1), 1–22.
- Diaz-Barriga Yanez, A., Carroll, D. J., Matthews, D. (2016). Exploring the role of working memory components in mathematical skills in 5-6 years old children. University of Sheffield.
- Zheng, X., Swanson, H. L., Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children's mathematical word problem solving. *Journal Experimental Child Psychology*, Heft 110, 481–498. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.06.0>

11 Gesamtdiskussion

Das hier vorliegende Forschungsprojekt verfolgte das Ziel, Erkenntnisse zu den *Zusammenhängen zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Lernen vom Vorschulalter bis zum Ende des Grundschulalters unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses* zu gewinnen. Die Beantwortung der mit dem Forschungsinteresse einhergehenden Fragestellungen wurde mittels einer Durchführung von vier Teilstudien auf Basis von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS) kumulativ ermöglicht (vgl. Kapitel 7-10). Durch einen akkumulierten Aufbau des Gesamtprojekts mittels der vier Teilstudien konnten im Verlauf des vorliegenden Forschungsprojekts bereits aufkommende Forschungsdesiderata des übergeordneten Forschungsinteresses gewinnbringend beantwortet werden (vgl. Kapitel 6).

Im Folgenden werden die Ergebnisse der vier Teilstudien im Rahmen der zwei zentralen Fragestellungen des übergeordneten Forschungsinteresses (vgl. Kapitel 3) diskutiert. Fragestellung 1 gruppiert zentrale Ergebnisse zu den *Zusammenhängen zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Lernen*. Unter diesem Fragenkomplex werden sowohl die Entwicklungszusammenhänge der beiden Domänen Sprache und Mathematik angesprochen wie auch die Rolle des Arbeitsgedächtnisses für die Entwicklungsverläufe beider Domänen diskutiert. Fragestellung 2 fokussiert die Aufdeckung von bestehenden *Interdependenzen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischem Lernen und dem Arbeitsgedächtnis, welche mit dem mathematischen Lernprozess verbunden sind*. Im Rahmen des Fragenkomplexes sollen sowohl zentrale Ergebnisse zu direkten und indirekten Zusammenhängen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischen Kompetenzen und einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten angesprochen wie auch die Richtung von Zusammenhängen zwischen den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und sprachlichen bzw. mathematischen Kompetenzen diskutiert werden. Daran anknüpfend werden die Grenzen der vorliegenden Forschungsarbeit kritisch reflektiert (Kapitel 11.2). Offengebliebene Forschungsfragen sowie Vorschläge zu einem Ausbau der im Rahmen des vorliegenden Forschungsprojekts durchgeführten Analysen sollen abschließend vorgestellt werden.

11.1 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

11.1.1 Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Lernen

11.1.1.1 Zusammenhänge in der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen

Kinder, welche vorschulisch in ihren sprachlichen Leistungen deutliche Differenzen im Vergleich zu ihren unauffälligen Altersgenossen aufweisen, erreichen häufig bis zum Schuleintritt sprachliche Fähigkeiten, welche zumindest im Normbereich anzusiedeln sind (u. a. Rescorla, 2002). Problematischerweise scheint aber der Einfluss der vorschulisch vorhandenen sprachlichen Schwächen die mathematische Entwicklung bis ins spätere Schulalter negativ zu tangieren (vgl. Snowling et al., 2001). Eine negative Beeinflussung mathematischer Leistungen im Schulalter scheint dabei unabhängig davon aufzutreten, ob die vorschulisch vorhandenen sprachlichen Schwächen weiter bestehen bleiben oder aber im Schulalter nahezu überwunden sind (ebd.). Im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit wurden im Einklang mit den zugrundeliegenden Ergebnissen (Bishop & Edmunson, 1987) der zitierten Follow-up-Studie von Snowling und Kollegen (2001) bereits im Vorschulbereich unterdurchschnittliche mathematische Kompetenzen bei Kindern mit spezifischer Sprachschwäche ersichtlich (Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht). Die in Teilstudie 2 durchgeführte längsschnittliche Betrachtung der mathematischen Entwicklungsverläufe ließ deutlich werden, dass die vorschulisch vorhandenen Differenzen mathematischer Kompetenzen zwischen Kindern mit und ohne sprachlichen Schwächen ab dem ersten Messzeitpunkt im dritten Kindergartenjahr (4-5 Jahren) bis zum Ende des Grundschulalters weitgehend persistieren. Mit Rückblick auf die in Kapitel 2.2 vorgestellte Rolle sprachlicher Kompetenzen für die Entwicklung grundlegender mathematischer Kompetenzen scheinen die gefundenen Ergebnisse kaum verwunderlich. Bilden doch die im Vorschulalter zugrunde gelegten mathematischen Kompetenzen, welche als Verständnis der Zahl-Größen-Beziehung betitelt werden können (u. a. Krajewski, 2014), das Fundament zum Aufbau mathematischer Kompetenzen im Grundschulalter (u. a. Stock et al., 2010). Die einzelnen Entwicklungsschritte (vgl. Krajewski, 2013), welche bis zum Erwerb eines vollständigen Zahl-Größen-Verständnisses zu durchlaufen sind, werden durchgehend von sprachlichen Kompetenzen begleitet (vgl. Kapitel 2.2). Somit kann davon ausgegangen werden, dass sprachliche Schwächen welche während der Aufbauphase dieses „mathematischen Fundaments“ vorhanden sind bereits ausreichen, um eine adäquate Entwicklung mathematischer Kompetenzen längerfristig zu behindern. Ergänzend weisen die Ergebnisse

durchgeführter Pfadanalysen zum Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen und mathematischen Lernens darauf hin (Teilstudie 3 und 4), dass vorschulische Sprachkompetenzen – selbst bei einem unauffälligen Entwicklungsverlauf – langfristig einen direkten Prädiktor mathematischen Lernens im Grundschulalter darstellen können (vgl. Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b).

Den Erwartungen entsprechend zeigte sich im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit eine längerfristig benachteiligte Leistungsfähigkeit mathematischer Kompetenzen nicht nur bei Kindern, welche vorschulisch schwache Mathematikleistungen aufgrund von vorschulischen Sprachschwächen aufweisen. Auch denjenigen Kindern, welche vorschulisch mathematikspezifische Schwächen (Teilstudie 1; Viesel-Nordmeyer et al., 2019) oder auch kombinierte Schwächen der beiden Domänen Sprache und Mathematik besitzen (Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht), scheint ein Aufholen der bereits vorschulisch schwachen Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit kaum noch zu gelingen. Es ist davon auszugehen, dass Defizite im Bereich grundlegender mathematischer Kompetenzen – darauf weisen bereits die Befunde vorheriger Längsschnittstudien aus weiteren europäischen Ländern hin (vgl. Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Geary, Nicholas, Li, & Sun, 2017) – auch im Rahmen der Möglichkeiten eines Schulsystems schwer zu kompensieren sind. Zumindest scheint aber, dass lassen die hier durchgeführten Untersuchungen auf Basis von Daten aus dem deutschen Bildungssystem ersichtlich werden, ein weiteres Auseinanderdriften der Leistungsunterschiede in der Mathematik zwischen unterschiedlich leistenden Kindern im Verlauf des Grundschulalters auffangbar.

Eine nicht adäquate Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter scheint auch für einen Teilbereich der sprachlichen Entwicklung ein gewisses Risiko zu bergen. So wurde im Rahmen einer Längsschnittstudie (vgl. Jordan & Hanich, 2003) deutlich, dass spezifisch mathematikschwache Kinder im Vergleich zu ihren unauffälligen Altersgenossen im Grundschulbereich zunehmend auch in der Entwicklung ihrer Leseleistungen zurückfallen. Anhand von Analysen zweier Teilstudien (Teilstudie 1, Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., 2019; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht) der hier vorliegenden Forschungsarbeit ließen sich vergleichbare Ergebnisse erstmals auch für das Grammatikverständnis identifizieren. Sowohl Kinder mit vorschulisch unterdurchschnittlichen mathematischen Voraussetzungen (bei einem Gruppenvergleich von Kindern mit unterschiedlichen mathematischen Voraussetzungen im Vorschulalter, vgl. Teilstudie 1) wie auch Kinder mit vorschulisch spezifischer Mathematikschwäche (bei einem Vergleich von Kindern mit spezifischer Sprach-, spezifischer

Mathematik- und kombinierter Schwäche beider Domänen, vgl. Teilstudie 2) zeigten beim Eintritt ins Grundschulalter einen starken Abfall ihrer Leistungen im Grammatikverständnis. Dieser Leistungsabfall war weder bei Kindern mit vorschulisch spezifischer Sprachschwäche noch mit vorschulisch kombinierter Schwäche sprachlicher und mathematischer Kompetenzen vorzufinden. Die spezifisch sprachschwachen Kinder wie auch die Kinder mit kombinierter Schwäche beider Kompetenzdomänen tendierten im Grundschulalter eher dazu, im Grammatikverständnis an die Leistungen ihrer unauffälligen Altersgenossen anzuschließen. Diese positive Entwicklungstendenz von Kindern mit spezifischer Sprachschwäche wie auch von Kindern mit kombinierter Schwäche in beiden Kompetenzdomänen ließ sich in den Analysen der hier vorliegenden Forschungsarbeit auch für die Leistungen im Wortschatzverständnis wiederfinden (Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht). Die auf Grundlage vorangehender Studien berichtete Tendenz von Kindern mit vorschulisch bestehender Sprachschwäche, ihren Leistungsabstand im Grundschulalter bis hin zum Normbereich aufholen zu können (u. a. Rescorla, 2002), scheint nach den hier aufgedeckten Ergebnissen auch für Kinder mit kombinierter Lernschwäche vorhanden. Um die Diskrepanz zu erklären, welche dagegen für die Entwicklung des Grammatikverständnisses bei Kindern mit vorschulischer Mathematikschwäche gegeben scheint (vgl. Teilstudie 1 und Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., 2019; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht), werden zukünftige Analysen benötigt, welche sich auf die Suche weiterer erklärender Faktoren begeben. So ist zumindest im Hinblick auf Ergebnisse neurokognitiver Untersuchungen anzunehmen, dass mathematisches Lernen wie aber auch der Erwerb der fortgeschrittenen Sprachkompetenz Lesen auf eine Vielzahl von gemeinsamen kognitiven Prozessen zurückzuführen ist (z. B. Arbeitsgedächtnis, Aufmerksamkeit, kognitive Kontrolle, visuelle Wahrnehmung, Automatisierung des prozeduralen Wissens; Prado, 2018). Ob und auch welche kognitiven Prozesse für den Zusammenhang von Schwächen im Bereich mathematischen Lernens und spezifischer sprachlicher Kompetenzen verantwortlich sind, konnte bisher nicht eindeutig geklärt werden (vgl. ebd.). Vorherige Verhaltensstudien weisen insbesondere auf Defizite in der Leistungsfähigkeit des kognitiven Systems des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit mathematischen (u. a. Geary et al., 2007) wie auch sprachlichen (u. a. Schuchardt, Kunze, Grube, Hasselhorn, 2006) Lernschwächen hin. Aufschlussreiche Erkenntnisse zur Rolle unterschiedlicher Teilbereiche (vgl. Kapitel 3.2.1) des Arbeitsgedächtnisses im Bereich mathematischen wie auch sprachlichen Lernens, welche im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit gewonnen werden konnten, sollen im Folgenden vorgestellt werden (Kapitel 11.1.1.2). Als Take Home Message des hiermit abschließenden Unterkapitels

soll jedoch zunächst noch mitgenommen werden, dass speziell Störungen im Aufbau fundamentaler mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter – gleich welcher Art und auch unabhängig der spezifischen Ursache – für die weitere Bildungslaufbahn des einzelnen Individuums besonders prägend scheinen.

11.1.1.2 Die Rolle des Arbeitsgedächtnisses in der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen

Wie im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit gezeigt werden konnte, scheint die Ausprägung der bereits vorschulisch bestehenden Unterschiede im Bereich mathematischer Kompetenzen langfristig zu bestehen (vgl. Teilstudie 1 und 2; Viesel-Nordmeyer et al., 2019; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht). Im Bereich sprachlicher Kompetenzen scheinen sich die vorschulisch schwächer leistenden Gruppen zwar im Laufe der Grundschulzeit – ausgenommen der mathematikschwachen Kinder in der Grammatikentwicklung – an die Leistungen der unauffälligen Altersgenossen anzunähern, Gruppendifferenzen lassen sich aber auch hier nicht eliminieren. Ergebnisse vorheriger Untersuchungen (u. a. Mähler & Schuchardt, 2012) zeigen, dass lernschwache Kinder neben den Leistungsauffälligkeiten in der jeweiligen Domäne (Sprachschwäche, Mathematikschwäche) auch eine trotz unauffälligem IQ vorhandene, verminderte Leistungsfähigkeit im kognitiven System des Arbeitsgedächtnisses aufweisen. Zudem scheinen bereits vorschulisch erhobene Arbeitsgedächtnismaße (zentrale Exekutive, phonologische Schleife, visuell-räumlicher Notizblock) als Diagnoseinstrument später auftretender sprachlicher und/oder mathematischer Lernschwäche/n einsetzbar (vgl. Fischbach et al., 2012), was eine langfristige Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses für die Ausbildung einer Lernschwäche vermuten lässt. Unseres Wissens nach lagen zum Zeitpunkt der hier durchgeführten Forschungsarbeit dennoch keinerlei belastbare Befunde vor, welche parallel den Entwicklungsverlauf sprachlicher wie auch mathematischer Kompetenzen unter der Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses ab dem folglich prädiktiven Vorschulalter (vgl. ebd.) bis zum Ende des Grundschulalters abbilden könnten. Mit Fokus auf die Betrachtung der sprachlichen und mathematischen Entwicklung stellte sich zudem die Auswahl der Sprachkompetenzen Wortschatz und Grammatik, welche hier auch zur Spezifikation bereits vorschulisch vorhandener Sprachschwächen Verwendung fand, als wegweisend dar. Einerseits gehen Kompetenzen des Wort- (Wortschatz) und Satzverständnisses (Grammatik) fortgeschrittenen Sprachkompetenzen des Lesens und Rechtschreibens voraus, in welchen dann im späteren Schulalter die sprachlichen Lernschwächen spezifiziert werden (u. a. Connelly, Critte, Dockrell, Walter, & Lindsay, 2010). Dies scheint gerade für die hier betrachteten rezeptiven Maße des Wort- (Wortschatz) und

Satzverständnis so gegeben (vgl. Berendes et al., 2013). Andererseits können auf Grundlage vorangehender Studien (u. a. Paetsch, 2016) speziell die Kompetenzen des Wort- und Satzverständnisses als wichtige Voraussetzungen gesehen werden, um mit den zahlreichen Ansprüchen mathematischen Lernens, welche im Schulalter gestellt werden, mitzuhalten.

Die in der vorliegenden Forschungsarbeit durchgeführte Untersuchung der Entwicklungsverläufe sprachlicher und mathematischer Kompetenzen unter Kontrolle vorschulisch gemessener Arbeitsgedächtnismaße (phonologische Schleife; zentrale Exekutive inklusive der visuell-räumlichen Speicherkomponente) führte entsprechend den zuvor begründeten Annahmen zu einer Minimierung der Leistungsabstände zwischen den Gruppen mit spezifischen, kombinierten und ohne Lernschwächen im Zeitraum zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters. Diejenigen Gruppen, welche bereits vom ersten Messzeitpunkt an am stärksten in ihren Leistungen zurücklagen, profitierten besonders und auch durchgehend während des betrachteten Entwicklungszeitraums von der Kontrolle der vorschulisch erhobenen Arbeitsgedächtnismaße. Somit scheint unabhängig des IQs die Ausprägung der Leistungsfähigkeit einzelner Arbeitsgedächtnismaße in Anlehnung an die Ergebnisse vorheriger Untersuchungen (u. a. Fischbach et al., 2012; Mähler & Schuchardt, 2012) eng mit schwachen Sprach- und Mathematikleistungen zu unterschiedlichen Entwicklungszeitpunkten assoziiert. Zudem lässt sich auf Grundlage der hier vorliegenden Forschungsarbeit für die Rolle des Arbeitsgedächtnisses im Rahmen der Sprach- und Mathematikentwicklung vermuten, dass verminderte Arbeitsgedächtnisleistungen nicht nur eng mit Sprach- und Mathematikleistungen einzelner Messzeitpunkte korrelieren (vgl. ebd.), sondern auch die Aufrechterhaltung von längerfristigen Leistungsunterschieden sprachlicher und mathematischer Kompetenzen provozieren. Für welche Gruppe von Kindern der Zusammenhang zwischen der Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses und der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen besonders problematisch erscheint, soll im Folgenden thematisiert werden.

11.1.1.3 Die Rolle des Arbeitsgedächtnisses bei der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen von Kindern mit spezifischen vs. kombinierten Lernschwächen

Kombinierte Lernschwächen mathematischer und sprachlicher Kompetenzen, welche im Schulalter diagnostiziert werden, scheinen das größte Risiko zu bergen, dass Kinder trotz eines unauffälligen IQs längerfristig in den Leistungen sprachlicher und mathematischer Kompetenzen zurückfallen (u. a. Andersson, 2010; Jordan & Hanich, 2003; Jordan, Wylie, & Mulhern, 2015). Kinder mit spezifischer Lernschwäche scheinen dagegen selbst in ihrer als problematisch diagnostizierten Lerndomäne (d. h. Sprache bei spezifischer Sprachschwäche;

Mathematik bei spezifischer Mathematikschwäche) nur den Rang der am zweit schlechtesten leistenden Gruppe hinter denjenigen Kindern mit kombinierter Lernschwäche einzunehmen. Die beschriebene Leistungsverteilung zwischen den Gruppen mit unterschiedlichen Lernschwächen konnte anhand der Ergebnisse bisheriger Untersuchungen sowohl für Altersabschnitte im Grundschulalter (u. a. Jordan & Hanich, 2003; Jordan et al., 2015) wie auch beim Übergang zum Sekundarschulalter (u. a. Andersson, 2010) offengelegt werden. Wie die in Kapitel 2 dargelegten theoretischen Überlegungen jedoch verdeutlichen, scheinen bereits vorschulische Sprach- wie auch Mathematikschwächen den Grundstock zu bilden für Lernschwächen, welche meist erst im Schulalter diagnostiziert werden (u. a. Krajewski, 2014; Kühn, 2010). Parallele Erkenntnisse über Unterschiede im sprachlichen und mathematischen Entwicklungsverlauf zwischen Kindern mit spezifischen, kombinierten und ohne Lernschwächen, welche den Entwicklungszeitraum von Beginn des Vorschulalters bis zum Ende des Grundschulalters mit abbilden, konnten erstmalig in der hier vorliegenden Forschungsarbeit gewonnen werden. Konsistent mit den Ergebnissen vorheriger Untersuchungen, welche aber nur spezifische Abschnitte im Grundschulalter (u. a. Jordan & Hanich, 2003; Jordan et al., 2015) sowie beim Übergang zum Sekundarschulalter (Andersson, 2010) fokussierten, ließ auch die Betrachtung der Entwicklungsspanne zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters das folgende Muster deutlich werden: Kinder mit kombinierter Lernschwäche scheinen im Gruppenvergleich (nahezu) durchgängig die schwächsten Leistungen zu vollbringen und zwar unabhängig davon, ob unterschiedliche sprachliche Kompetenzen¹⁶ oder mathematische Kompetenzen im Fokus der Betrachtung stehen. Bereits vorschulisch auftretende kombinierte Lernschwächen, das ließ speziell die hier vorliegende Forschungsarbeit deutlich werden, scheinen ein großes Risiko zu bergen langfristig in unterschiedlichen sprachlichen wie auch mathematischen Leistungsrückständen zu persistieren. Gerade in der Mathematik aber, dies wurde bereits im Rahmen vorheriger Untersuchungen ersichtlich (u. a. Dornheim, 2008), scheinen die Benachteiligungen von Kindern mit kombinierter Lernschwäche besonders dramatisch. Zeigen doch die Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit, dass den Kindern mit kombinierter Lernschwäche ein Aufholen bereits vorschulischer Differenzen in der mathematischen Entwicklung zu den unauffälligen Altersgenossen auch nicht zu Teilen gelingt (Teilstudie 4; Viesel-

¹⁶ Wie bereits in Abschnitt 11.1.1.2 erwähnt, zeichnet sich diese Arbeit dadurch aus, dass die Sprachmaße des Wort- (rezeptiver Wortschatz) und Satzverständnisses (rezeptive Grammatik) zur Betrachtung sprachlicher Entwicklung Verwendung fanden und nicht wie bei Studien, welche Lernschwächen im bzw. ab dem Grundschulalter fokussieren, das Lesen und/oder die Rechtschreibung (bspw. Jordan & Hanich, 2003; Jordan et al., 2015).

Nordmeyer et al., 2020b). Selbst vorhandene Förderprogramme, welche versuchen differenzierte Bereiche mathematischen Lernens umfassend abzudecken, scheinen spezifisch mathematikschwache Kinder deutlich stärker zu erreichen als Kinder, welche von kombinierten Schwächen sprachlicher und mathematischer Kompetenzen betroffen sind (u. a. Wißmann, Heine, Handl, & Jacobs, 2013). Für diese Gruppe von Kindern konnte anhand der Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit zudem ein besonders ausgeprägter Einfluss vorhandener Arbeitsgedächtnisleistungen auf die sprachliche und mathematische Entwicklung ermittelt werden (Teilstudie 2; Viesel-Nordmeyer et al., eingereicht). Eine unter Kontrolle des Arbeitsgedächtnisses erfolgende Minimierung der Leistungsabstände zwischen den Gruppen (vgl. Abschnitt 11.1.1.2) begünstigte insbesondere den Entwicklungsverlauf sprachlicher und mathematischer Kompetenzen bei denjenigen Kindern, welche von einer kombinierten Sprach- und Mathematikschwäche betroffen waren. Damit stehen die hier gewonnenen Ergebnisse im Einklang mit aktuellen Befunden einer noch unveröffentlichten Studie (vgl. Brandenburg & Hasselhorn, 2019), welche die Spezifität von Lernschwächen im Rahmen einer distinkten Zuordnung der ICD-11 (World Health Organization, 2020) und des DSM-5 (Falkai et al., 2018) diskutiert. Sofern durch die Ergebnisse der von Brandenburg und Hasselhorn (2019) berichteten Studie eine einheitliche Gruppierung spezifischer Lernschwächen nach ICD-11 (World Health Organization, 2020) oder DSM-5 (Falkai et al., 2018) auch fragwürdig ist, zeigt sich bezüglich der Kinder mit kombinierten Lernschwächen ein einheitliches Bild. Ein Bild darüber, dass kombinierte Lernschwächen – wie auch in der hier vorliegenden Forschungsarbeit ermittelt – mit einem umfassenden kognitiven Defizit verbunden scheinen. Dieses kognitive Defizit, welches insbesondere eine verminderte Leistungsfähigkeit differenzierter Arbeitsgedächtniskomponenten widerspiegelt (vgl. Brandenburg & Hasselhorn, 2019), scheint bereits vorschulisch als Cut-off-Kriterium kombinierter Lernschwächen einsetzbar (vgl. Knievel, Petermann, & Daseking, 2011).

Schließlich sei an dieser Stelle zu erwähnen, dass verminderte Arbeitsgedächtnisleistungen zwar auffällig eng mit dem Auftreten kombinierter Lernschwächen assoziiert zu sein scheinen (u. a. ebd.; Fischbach et al., 2012), erwartungsgemäß aber nicht das einzige begünstigende Kriterium zur Entwicklung einer kombinierten Schwäche sprachlicher und mathematischer Kompetenzen abbilden. Im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit wurde insbesondere ersichtlich, dass Kinder, welche von einer kombinierten Lernschwäche betroffen sind, auffällig häufig aus sozial benachteiligten Familien stammen. Zwar fielen bereits bei den spezifisch lernschwachen Kindern niedrige Werte im familiär bedingten sozialen Hintergrund

auf, die Abweichungen der Werte im Vergleich zu denen der unauffälligen Peers zeigten sich aber deutlich geringer. Ein Zusammenhang zwischen dem sozialen Hintergrund der Kindsfamilie und den auftretenden Lernschwächen des Kindes wurde bereits in vorherigen Untersuchungen zu spezifischen Lernschwächen ersichtlich (u. a. Aro et al., 2009). Belastbare Ergebnisse, welche eine Auskunft darüber geben könnten, inwiefern ein ausgeprägter sozial benachteiligter Hintergrund mit kombinierten Lernschwächen zusammenhängt und ob Differenzen hinsichtlich des angenommenen Zusammenhangs zwischen sozial benachteiligtem Hintergrund und spezifischen Lernschwächen bestehen, war uns zuvor nicht bekannt. Die hier gewonnenen Erkenntnisse, welche einen zunehmenden sozial benachteiligten Hintergrund mit einer ansteigenden Schwere der Lernschwäche in Form von kombiniert = schwer assoziieren, könnten durch ein Aufaddieren sprachlicher und mathematischer Schwächen (u. a. Landerl, Fussenegger, Moll, & Willburger, 2009) erklärt werden. Von einer vertiefenden Diskussion zur Bedeutung des familiären Hintergrunds für die Entwicklung schulischer Lernschwächen soll an dieser Stelle abgesehen werden, da der soziale Hintergrund – auch wenn scheinbar untrennbar mit der Entwicklung sprachlicher und mathematischer Kompetenzen verbunden (u. a. Walzebug, 2015) – nicht den Fokus der hier vorliegenden Forschungsarbeit bildet. Stattdessen soll auf aktuelle Erkenntnisse im Rahmen des NEPS verwiesen werden, welche speziell diese Forschungslücke mittels der Betrachtung von „home-numeracy“ und „home-literacy“ gewinnbringend beleuchtet (vgl. Attig & Bachsleitner, 2019; Karwath, Attig, von Maurice & Weinert, 2019).

11.1.2 Interdependenzen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischem Lernen und dem Arbeitsgedächtnis

11.1.2.1 Die Bedeutung spezifischer Entwicklungszeiträume

Wie die in Abschnitt 2.4.1 dargelegten theoretischen Überlegungen auf Grundlage des Lösungsprozesses einer mathematischen Testaufgabe für den frühen Grundschulbereich verdeutlichen (vgl. Abb. 13), scheinen sprachliche und mathematische Kompetenzen wie aber auch die Leistungsfähigkeit einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten (vgl. Baddeley, 2012) im mathematischen Lernprozess untrennbar miteinander verknüpft. Im Vorschulbereich angesiedelte querschnittliche Untersuchungen, welche das Zusammenspiel zwischen den drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – widerspiegeln (u. a. Kytälä et al., 2013; Röhm, Starke, & Ritterfeld, 2017), geben erste Hinweise darauf, dass die Beziehungen zwischen den drei Komponenten nicht gleichmäßig verteilt sind. Einheitlich scheinen zwar

direkte Zusammenhänge unterschiedlicher sprachlicher und mathematischer Kompetenzen vorhanden (ebd.), wie sie sich auch im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit bei der Betrachtung aller drei Komponenten replizieren ließen (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b). Unterschiede im Zusammenhang zwischen allen drei Komponenten scheinen aber insbesondere dahingehend zu bestehen, welche Subkomponente des Arbeitsgedächtnisses direkt mit den mathematischen Kompetenzen im Zusammenhang steht oder aber lediglich über eingesetzte sprachliche Parameter mit den mathematischen Kompetenzen verbunden ist (vgl. Kyttälä et al., 2013; Röhm et al., 2017). Im Rahmen der hier vorliegenden Forschungsarbeit sollten deshalb erstmals parallele Zusammenhangskonstellationen zwischen sprachlichen Kompetenzen, mathematischen Kompetenzen und einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten über das Vorschulalter hinaus betrachtet werden (Teilstudie 3: 4/5 Jahre bis 6/7 Jahre; Teilstudie 4: 4/5 Jahre bis 7/8 Jahre). Unterschiede, welche sich innerhalb des betrachteten Entwicklungszeitraums (4/5 Jahre bis 6/7 bzw. 7/8 Jahre) für die Beziehungen zwischen einzelnen Arbeitsgedächtnismaßen und den mathematischen Kompetenzen zeigen lassen vermuten, dass die Beteiligung der jeweiligen Arbeitsgedächtniskomponenten im mathematischen Lernprozess altersabhängig ist. So ließ sich im Einklang mit den zuvor berichteten querschnittlichen Untersuchungen (vgl. Kyttälä et al., 2013; Röhm et al., 2017) ein direkter Zusammenhang zwischen der zentralen Exekutive und den mathematischen Kompetenzen einzig im Vorschulalter nachweisen. Auch der lediglich indirekte Zusammenhang zwischen der phonologischen Schleife und den mathematischen Kompetenzen – vermittelt über die eingesetzten sprachlichen Parameter (vgl. ebd.) – schien einzig im Vorschulalter zu bestehen. Beim Übergang zum Grundschulbereich, so spiegeln es die Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit wider, scheint sich das Verhältnis aber zu wandeln und einzig direkte Einflüsse der phonologischen Schleife und indirekte Einflüsse der zentralen Exekutive auf mathematische Kompetenzen im Schulalter zu bestehen. Vorherige Längsschnittuntersuchungen, welche den Einfluss einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten auf den mathematischen Lernprozess – ohne die Hinzunahme von Sprache – betrachteten (u. a. Ehlert, 2007), konnten eine altersabhängige Veränderung der Zusammenhänge einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten und der mathematischen Kompetenzen durch eine entwicklungsintensive Zeitspanne im Bereich mathematischer Kompetenzen kurz vor dem Übergang zum Grundschulalter erklären. Als ein zu berücksichtigender Faktor, welcher zu einem besseren Verständnis der altersabhängigen Beteiligung einzelner Komponenten des Arbeitsgedächtnisses herangezogen werden kann, ist hier insbesondere die Automatisierung von Abläufen einzelner mathematischer Fähigkeiten im Laufe

des mathematischen Kompetenzerwerbs zu erwähnen. Entwicklungsmodelle grundlegender mathematischer Fähigkeiten (u. a. Krajewski & Ennemoser, 2013) legen im Verlauf des Vorschulalters bis hin zum Schuleintritt eine bedeutende Entwicklung der Zählfähigkeit nahe (vgl. Kapitel 2.1), deren Beherrschung die Durchführung schnellerer Rechenstrategien im Grundschulalter nach sich zieht (u. a. Koponen et al., 2013). Beim Schuleintritt mit etwa sechs Jahren scheint einem Großteil der Kinder der Zählprozess bis zu einer Anzahl von 20 (vgl. Hasemann & Gasteiger, 2014) nahezu automatisch zu gelingen. Ein längeres Nachdenken über die aufeinanderfolgenden Zahlen beispielsweise durch Herleiten, was spezifische Verarbeitungskapazitäten der zentral-exekutiven Komponente des Arbeitsgedächtnisses erfordert, scheint in dieser Altersspanne kaum noch notwendig (vgl. Ehlert, 2007). Folglich ist davon auszugehen, dass mit dem Schuleintritt weniger zentral-exekutive Leistungen des Arbeitsgedächtnisses zur Verarbeitung einer Aufgabe (die einen Zählprozess vorausgesetzt) benötigt werden als in der Altersspanne zuvor, in welcher Kinder beim Zählen eher noch unsicher sind. Dagegen scheint beim Zählprozess mit sechs Jahren, und folglich während der Lösung einer mathematischen Aufgabenstellung die einen Zählprozess erfordert, die Beteiligung der phonologischen Schleife deutlich zuzunehmen (ebd.). Die phonologische Schleife scheint zwar im jüngeren Alter auch schon zu Teilen in den Zählprozess involviert (vgl. Grube, 2006), jedoch nur im Zahlenraum in welchem das Zählen auch in dieser Altersspanne schon relativ sicher gelingt. Ausbleibende Ergebnisse zum Einfluss der phonologischen Schleife im Vorschulalter können durch eine dominante Rolle der zentralen Exekutive aufgrund des noch starken Herleitens vermutet werden. Ein Wechsel des Erklärungswerts der beiden Arbeitsgedächtniskomponenten zentrale Exekutive und phonologische Schleife beim Lösen mathematischer Aufgabenstellungen zwischen Vor- und Grundschulalter – wie er in der hier vorliegenden Forschungsarbeit deutlich wurde – scheint demnach speziell bei Aufgaben, welche Fähigkeiten des Zählprozesses voraussetzen, nahezu vorgegeben.

Abschließend soll der Fokus auf die bereits anfangs postulierte Rolle sprachlicher Kompetenzen innerhalb des mathematischen Lernprozesses gelenkt werden. Ein besonderes Augenmerk gilt der auf Grundlage vorangehender Studien (u. a. Kyttälä et al., 2013; Röhm et al., 2017) anzunehmenden vermittelnden Rolle sprachlicher Kompetenzen im Zusammenhang zwischen einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und dem mathematischen Lernen, welche sich im Rahmen der hier durchgeführten Betrachtung einer längeren Entwicklungsspanne – wie bereits für das Vorschulalter erwähnt – replizieren ließ (vgl. Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b). Eine vermittelnde Rolle sprachlicher Parameter scheint auf

Grundlage von Ergebnissen hier durchgeführter Analysen unabhängig dessen zu bestehen, ob die einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten zu den jeweiligen Entwicklungsphasen direkt oder indirekt mit den mathematischen Kompetenzen interagieren. Die Befunde, welche auf eine dominante Rolle sprachlicher Kompetenzen im Zusammenspiel zwischen Arbeitsgedächtnis und mathematischem Lernen hinweisen, könnten einerseits mit der Verwendung von Testmaßen zusammenhängen, die eine Konfundierung mit sprachlichen Parametern provozieren (für eine Diskussion vgl. Kapitel 11.2). Andererseits scheint, auf Grundlage vorangehender Untersuchungen, ein ausgeprägter Zusammenhang zwischen kognitiven Fähigkeiten der Informationsverarbeitung und Sprache dispositioniert (für eine Diskussion siehe Teilstudie 3-4; Kapitel 9-10). Da sowohl phonologische wie auch zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisleistungen mit der Leistungsfähigkeit zahlreicher hier betrachteter sprachlicher Parameter (phonologische Bewusstheit, Wortverständnis, Grammatikverständnis, Textverständnis; vgl. Teilstudie 4) verbunden scheinen (u. a. Wen, 2012), die eng mit den mathematischen Fähigkeiten des hier eingesetzten Messkonstrukts zusammenhängen (vgl. Kapitel 2.4.1), ist eine Mediatorrolle der Sprache im Zusammenspiel zwischen den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und den mathematischen Leistungen kaum verwunderlich. Letztlich bleibt jedoch noch offen – und das gilt für die Beziehung zwischen allen drei hier betrachteten Komponenten – inwieweit die Richtung der Zusammenhänge zwischen den einzelnen Parametern bereits vorgegeben ist.

11.1.2.2 Die Richtung von Zusammenhängen

Berichtete indirekte Effekte bei der parallelen Betrachtung der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis (Teilstudie 3 und 4; vgl. Abschnitt 10.1.2.1) scheinen nicht nur in der Beziehung zwischen einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten und mathematischen Kompetenzen zu bestehen. Wie in der längsschnittlichen Betrachtung der wiederholt gemessenen sprachlichen und mathematischen Parameter ersichtlich, scheinen vorangehende Leistungen der jeweiligen Domäne (d. h. das „Vorwissen“) nicht nur direkt (Abb. 34) mit der darauffolgenden Leistung in Verbindung zu stehen (bspw. sprachliches Vorwissen mit den darauffolgenden sprachlichen Kompetenzen). So zeigen die im Rahmen der Teilstudie 3 und 4 gewonnenen Ergebnisse, dass das Grammatikverständnis im Vorschulalter die Grammatikleistungen der ersten Klassenstufe auch indirekt über die zentral-exekutiven und phonologischen Arbeitsgedächtnisleistungen prädiziert. Ein vergleichbares Muster (Teilstudie 4) scheint für die Beziehungen zwischen den wiederholt gemessenen mathematischen Kompetenzen vom Vor- bis zum Ende des Grundschulalters gegeben, wobei die Mediatorrolle aufgrund der Datenlage hier nur indirekte Maße des Arbeitsgedächtnisses (zentralen Exekutive inklusive der

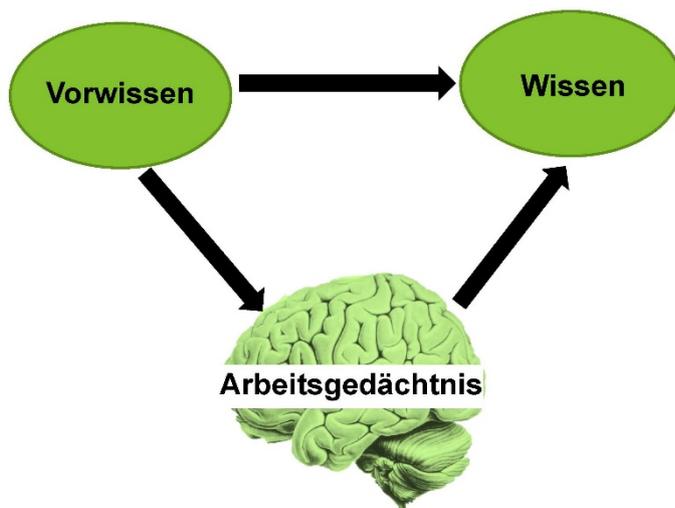


Abbildung 34. Direkte und indirekte Einflüsse des Vorwissens auf den weiteren Wissenserwerb.

visuellen Speicherkomponente; vgl. Kapitel 5) betrifft.

Die Mediation des sprachlichen bzw. mathematischen Vorwissens über die kognitiven Parameter des Arbeitsgedächtnisses gibt zu verstehen, dass die in Kapitel 2.4 berichtete Beziehung zwischen Arbeitsgedächtnis und der jeweiligen Domäne (Sprache, Mathematik) scheinbar nicht nur einseitig ist. Hinsichtlich des Wissens über die eingeschränkte Kapazität des Arbeitsgedächtnisses (u. a. Heidler, 2013) kann angenommen werden, dass bereits bestehendes Vorwissen in der betrachteten Domäne (Sprache, Mathematik) dazu in der Lage ist, die Leistungsfähigkeit des kapazitätsbegrenzten Systems des Arbeitsgedächtnisses grundlegend zu entlasten (vgl. auch Krajewski & Ennemoser, 2010). Durch die Entlastung der Arbeitsgedächtniskapazität ist eine Freisetzung neuer Ressourcen zu vermuten, welche als begünstigend für den weiteren Wissensaufbau in der jeweiligen Domäne angenommen werden kann. Folglich kann einerseits – wie bereits in zahlreichen Studien identifiziert (u. a. Grube & Hasselhorn, 2006) – ein direkter Einfluss des Vorwissens auf die weitere Entwicklung sprachlicher wie auch mathematischer Kompetenzen erwartet werden. Zudem scheint aber auch, wie anhand der Analysen der hier vorliegenden Forschungsarbeit offengelegt, ein indirekter Einfluss des Vorwissens über die Entlastung von Arbeitsgedächtniskapazitäten vorhanden (vgl. Abb. 34).

Durch die beschriebene Umkehrung von Zusammenhängen zwischen Sprache bzw. Mathematik und Arbeitsgedächtnis, welche sich aufgrund der „gedächtnisentlastenden“ Funktion des Vorwissens ergibt (vgl. Abb. 34), ist eine längerfristige wechselseitige Beeinflussung

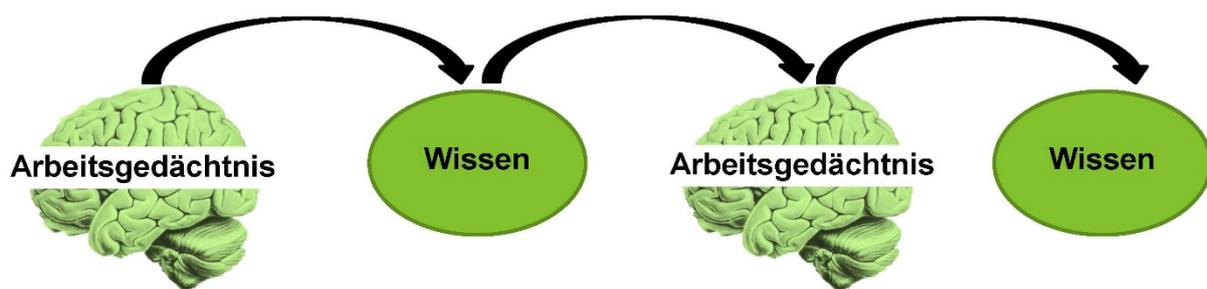


Abbildung 35. Wechselseitige Beeinflussung zwischen Arbeitsgedächtnis und Wissen.

im Aufbau sprachlicher bzw. mathematischer Kompetenzen über die Entwicklungsspanne zwischen Vor- und Ende des Grundschulalters zu erwarten (Abb. 35). Auf Grundlage einer Metaanalyse (vgl. Peng & Kievit, 2020) wurde die angenommene Wechselbeziehung bereits für die Zusammenhänge zwischen unterschiedlichsten kognitiven Fähigkeiten (schlussfolgerndes Denken, IQ, Arbeitsgedächtnis, exekutive Funktionen) und sprachlichen bzw. mathematischen Kompetenzen diskutiert (vgl. ebd.). Belastbare Ergebnisse, welche einer Betrachtung der angenommenen Wechselbeziehungen (Sprache/Mathematik – Arbeitsgedächtnis – Sprache/Mathematik; vgl. Abb. 35) unter Berücksichtigung des Zusammenspiels der drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – eines längeren Entwicklungszeitraums entstammen, waren uns jedoch bis zum Zeitpunkt der hier durchgeführten Forschungsarbeit nicht bekannt. Da jedoch auf Grundlage zuvor berichteter Ergebnisse davon auszugehen ist (vgl. Abschnitt 11.1.2.1), dass alle drei Komponenten im Laufe der mathematischen Entwicklung miteinander interagieren (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b), verlangt ein besseres Verständnis der Interdependenzen zwischen den drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – im Rahmen mathematischen Lernens auch eine Spezifizierung angenommener Wechselbeziehungen zwischen Arbeitsgedächtnis und den beiden Domänen Sprache und Mathematik.

Aufgrund der Komplexität sollen zunächst die Befunde der angenommenen **Wechselbeziehungen zwischen den sprachlichen Kompetenzen und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten** betrachtet werden. Die Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit lassen eine wechselseitige Beeinflussung zwischen dem Grammatikverständnis und dem Arbeitsgedächtnis zwischen Vor- und Grundschulalter erkennen, wie sie auch bei der Untersuchung von Gathercole und Kollegen (1992) zum Wortschatzaufbau im Vorschulalter vorzufinden ist. In den hier durchgeführten Analysen scheinen aber, anders als bei Gathercole und Kollegen (1992), der rezeptive Wortschatz und die Arbeitsgedächtnisleistungen nicht direkt miteinander zu interagieren. Sowohl die zentrale Exekutive wie aber auch die phonologische Schleife scheinen auf Grundlage der hier durchgeführten Analysen eher mit komplexeren sprachlichen Kompetenzen wie der Grammatik assoziiert. Einerseits könnte eine Konfundierung aufgrund der parallelen Erhebung von Wortschatz und Grammatik (Hörverstehen auf Wort- und Satzebene, vgl. Kapitel 4.3.1) fehlende Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und Wortschatz in der hier vorliegenden Forschungsarbeit erklären. Andererseits können aber auch abweichende Instrumente zur Erhebung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten einen Unterschied bewirken (u. a. Gray, 2003). So fand bei der Untersuchung von Gathercole

und Kollegen (1992) ein Testinstrument zum „Kunstwörter-Nachsprechen“ Verwendung (vgl. ebd.), welches nach dem Verständnis des Arbeitsgedächtnismodells nach Baddeley (2012) einzig den phonetischen Speicher der phonologischen Schleife wiedergibt (vgl. Seitz-Stein et al., 2012). In der hier vorliegenden Forschungsarbeit wurde dagegen ein Maß der „Ziffernspanne“ (K-ABC; Melchers & Preuß, 2009) eingesetzt, welches zur Abbildung der Gesamtkapazität der phonologischen Schleife (phonetischer Speicher, artikulatorischer Kontrollprozess) geeignet ist (vgl. Seitz-Stein et al., 2012). Auch wenn davon auszugehen ist, dass zumindest im Altersabschnitt des Vorschulbereichs der artikulatorische Kontrollprozess der phonologischen Schleife (vgl. Kapitel 2.3.1) noch nicht vollständig entwickelt ist (u. a. Gathercole, Adams, & Hitch, 1994), kann vermutet werden, dass auch im Vorschulbereich bei den beiden Instrumenten „Kunstwörter-Nachsprechen“ und „Ziffernspanne“ nicht nur der phonetische Speicher abgebildet wird. Beispielsweise ist bei Verwendung der Ziffernspanne zu kritisieren, dass diese auch eng mit Kenntnissen der Zahlenreihe verbunden ist (vgl. Dornheim, 2008). Abhängig davon, ob das „Kunstwörter-Nachsprechen“ oder die „Ziffernspanne“ als Maß der phonologischen Schleife eingesetzt wird, sind folglich abweichende Ergebnisse zu Zusammenhängen mit unterschiedlichen Sprachmaßen (bspw. Wortschatz oder Grammatik) kaum verwunderlich.

Auch für die abweichenden Ergebnisse hinsichtlich des längsschnittlichen **Zusammenspiels zwischen mathematischen Kompetenzen und dem Arbeitsgedächtnis**, welche im Kontrast zu den gewonnenen Ergebnissen der hier vorliegenden Forschungsarbeit stehen, können differenziert eingesetzte Testmaße eine Erklärung bieten. Zwar zeigten die Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit (Teilstudie 4) zwischen Vorschulalter und zweiter Klassenstufe wechselseitige Zusammenhänge zwischen mathematischen Kompetenzen und der zentral-exekutiven Komponente des Arbeitsgedächtnisses, wie sie auch in der Studie von Miller-Cotto und Byrnes (2019) zu finden sind. Abweichende Befunde lassen sich aber im Rahmen weiterer Untersuchungen (vgl. Dornheim, 2008; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld, Lüke, & Bos, 2019) hinsichtlich der dominanten Rolle der spezifischen Arbeitsgedächtniskomponente erkennen, welche im Altersbereich zwischen vier und sechs Jahren mit den mathematischen Kompetenzen interagiert. Wechselseitige Zusammenhänge mit den mathematischen Kompetenzen wurden sowohl in einer Untersuchung von Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld und Kollegen (2019) wie auch bei Dornheim (2008) einzig für die phonologische Schleife – gemessen durch ein Maß der Ziffernspanne – offensichtlich. Ein Blick in das entsprechende Studiendesign lässt erkennen, dass nicht nur die abweichend erhobenen Arbeitsgedächtnismaße für die heterogenen Studienergebnisse zu den Wechselbeziehungen zwischen Sprache bzw. Mathematik und

Arbeitsgedächtnis erklärend sind. Die eingesetzten Instrumente der jeweiligen Domäne – je nach untersuchter Wechselbeziehung Sprache oder Mathematik – scheinen (wie zuvor schon für die Erhebung differenzierter Sprachmaße gegenüber einer Erhebung von nur einer Sprachkompetenz beschrieben) zumindest eine ebenso große Rolle zu spielen. So liegen den Studien, welchen einzig eine Wechselbeziehung zwischen mathematischen Kompetenzen und der phonologischen Schleife des Arbeitsgedächtnisses vorweisen (Dornheim, 2008; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld, et al., 2019), mathematische Testungen zugrunde, die stärker Fähigkeiten des frühen Zahlenverständnisses ansprechen (Zahlverständnis: Dornheim, 2008; MARKO-D; Ricken, Fritz-Stratmann, & Balzer, 2013; Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld et al., 2019:). Dagegen scheinen Studien, welche ein umfassenderes Konstrukt mathematischer Fähigkeiten abbilden (ECLS-K; Miller-Cotto & Byrnes, 2019; NEPS; Viesel-Nordmeyer et al., 2020b), eher eine Wechselbeziehung mit der zentralen Exekutive aufzuzeigen. Gerade im Bereich mathematischer Kompetenzen kann davon ausgegangen werden, darauf weisen aktuelle Befunde vorangehender Studien bereits hin (vgl. Brandenburg, Jörns, Schuchardt, & Hasselhorn, 2018), dass die Spezifität des betrachteten Fähigkeitsbereichs bedeutend mit der Einbindung der jeweiligen Arbeitsgedächtniskomponenten zusammenhängt.

Resümierend sei zu den angenommenen Wechselbeziehungen festzuhalten, dass zum Verständnis des Zusammenspiels zwischen Sprache bzw. Mathematik und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten einerseits das gemessene Konstrukt der jeweiligen Domäne oder gar eine Aufschlüsselung in einzelne Fähigkeitsbereiche von Bedeutung ist (dies gilt für Sprache, Mathematik aber auch für das Arbeitsgedächtnis), andererseits aber auch die Auswahl des spezifisch verwendeten Instruments zur Abbildung der einzelnen Domänen bezüglich bestehender Konfundierungen. Da weder eine völlig „reibungsfreie“ Operationalisierung der einzelnen Konstrukte (Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis) möglich erscheint wie auch eine parallele Betrachtung zahlreicher einzelner Fähigkeitsbereiche der Domänen Sprache und Mathematik kaum umsetzbar ist, kann keine abschließende Klärung der Wechselbeziehungen zwischen sprachlichen bzw. mathematischen Kompetenzen und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten erfolgen. Ein möglichst großer Erkenntnisgewinn sei jedoch von der Betrachtung eines längeren Entwicklungszeitraums aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – zu erwarten, wenn zudem eine ausreichende Ausdifferenzierung der einzelnen Komponenten möglich ist.

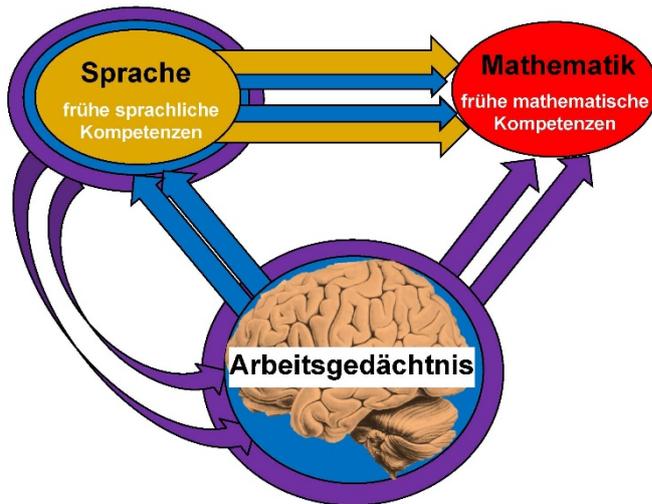


Abbildung 36. Die unterschiedlichen Funktionen sprachlicher Kompetenzen im Zusammenspiel der drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – während des mathematischen Lernprozesses. Die gelben Pfeile stellen die direkten Effekte sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen dar; die violetten Pfeile verdeutlichen einen Mediationseffekte (Sprache → Arbeitsgedächtnis → Mathematik) in welchem Sprache als gedächtnisentlastend vermutet wird; die blauen Pfeile zeigen einen Mediationseffekt (Arbeitsgedächtnis → Sprache → Mathematik) in dem sprachliche Kompetenzen Einflüsse des Arbeitsgedächtnisses auf mathematisches Lernen vermitteln.

gedächtniskomponenten prädiziert, deren Einflüsse somit auch über die sprachlichen Parameter auf den mathematischen Lernprozess einwirken. Den jeweiligen sprachlichen Kompetenzen, welche den mathematischen Lernprozess beeinflussen, scheint in ihrer Entwicklung ein komplexes Zusammenspiel mit den Arbeitsgedächtniskomponenten vorauszugehen, bei welchem vorherige sprachliche Kompetenzen („Vorwissen“) auch entlastend auf die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses einzuwirken scheinen (vgl. Abb. 34). Die vom sprachlichen Vorwissen scheinbar ausgehende Entlastung der Arbeitsgedächtniskapazität kann auf Grundlage von Ergebnissen vorangehender Studien (Gathercole et al., 1992) wie aber auch der hier vorliegenden Forschungsarbeit (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a, 2020b) als förderlich für den Aufbau weiterer Sprachkompetenzen deklariert werden. Eine tiefere Betrachtung im Rahmen der Analysen (Teilstudie 3 und 4) lässt zudem erahnen, dass die angenommene Entlastung des Arbeitsgedächtnisses durch vorangehende sprachliche Kompetenzen auch auf den Erwerb neuen mathematischen Wissens einwirkt (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b). Diese Annahme steht im Einklang mit Erkenntnissen der neurowissenschaftlichen Forschung, nach welchen ein großer Pool an hoch entwickelten

Schließlich soll der Blick noch einmal auf das Beziehungsgefüge aller drei Komponenten (Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis) gelenkt werden (Abb. 36), in dessen Rahmen die bestehenden Wechselbeziehungen zwischen Sprache bzw. Mathematik und den einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten zuvor betrachtet wurden. Wie in Abschnitt 11.1.1 dargelegt, weisen die Ergebnisse der hier vorliegenden Forschungsarbeit vermehrt darauf hin, dass sprachliche Kompetenzen mathematisches Lernen langfristig direkt beeinflussen (Teilstudie 3 und 4; Viesel-Nordmeyer et al., 2020a; 2020b). Sprachliche Kompetenzen wiederum scheinen von unterschiedlichen Arbeits-

sprachlichen Kompetenzen eine effiziente Zerlegung von abstrakt kognitiven Problemstellungen zu fördern scheint (vgl. Kievit et al., 2017), welche speziell auch dem mathematischen Lernen inbegriffen sind (u. a. Riss & Schmidt, 2011). Letztendlich kann, auf Grundlage der gewonnenen Ergebnisse des hier vorliegenden Gesamtprojekts, ein komplexes Zusammenspiel zwischen allen drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – vermutet werden, in welchem Sprache in unterschiedlichsten Funktionen (vgl. auch Schröder & Ritterfeld, 2014) auftritt.

11.2 Limitationen und zukünftige Forschungsfragen

Trotz einer Vielzahl von hilfreichen Erkenntnissen, welche zum Zusammenspiel sprachlicher Kompetenzen, mathematischen Lernens und des Arbeitsgedächtnisses vom Vorschulalter bis zum Ende des Grundschulalters gewonnen werden konnten, bleiben noch zahlreiche Fragen offen: Fragen, die mit der Problematik verbunden sind, dass ein zuvor gehegtes Forschungsinteresse unter Nutzung von Sekundäranalysen selten wie angedacht umsetzbar ist (vgl. Kapitel 5), aber auch Fragen, welche einer hohen Komplexität im Zusammenspiel aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – geschuldet sind (vgl. Kapitel 11.1.2), deren erschöpfende Beantwortung unter alleiniger Nutzung von Daten aus Verhaltensstudien kaum zu bewerkstelligen scheint. Die Limitationen der vorliegenden Forschungsarbeit, welche den offengebliebenen Fragestellungen vorausgehen, wurden in den vorangehenden Kapiteln bereits angerissen und auch in den Teilstudien der hier vorliegenden Forschungsarbeit ansatzweise diskutiert (vgl. Kapitel 7-10). Um auf zukünftige Forschungsfragen hinleiten zu können, wird zu Teilen eine erneute Aufführung der bereits diskutierten Limitationen notwendig werden.

Zu Beginn soll der Blick auf die verwendete Darstellung der einzelnen Konstrukte sprachlicher Kompetenzen, mathematischer Kompetenzen und des Arbeitsgedächtnisses gelenkt werden. Inwiefern die interessierenden Konstrukte in der zugrundeliegenden Studie der Sekundäranalyse umgesetzt wurden, scheint eng mit der Möglichkeit verbunden, die zuvor angesprochene Komplexität im Zusammenspiel aller drei Komponenten ausreichend abbilden zu können. An dieser Stelle sei aber vorwegzunehmen, dass die Studie, welcher die Daten entstammen, in ihrem Ursprung als Bildungsstudie ausgelegt ist (u. a. Roßbach & von Maurice, 2016). Sprachliche und mathematische Kompetenzen, wie dem vorliegenden Forschungsinteresse inbegriffen, sind als Schwerpunkte durchaus in den Bildungswissenschaften zu verorten. Eine starke Fokussierung des Arbeitsgedächtnisses aber über die Nutzung als Kontrollvariable

hinaus – wie es das hier vorliegende Forschungsinteresse auch verlangt – scheint in den Bildungswissenschaften eher untypisch. Informationen zu kognitiven Fähigkeiten, welche im Rahmen einer ausreichenden Abbildung von bildungswissenschaftlich relevanten Kontrollvariablen nicht automatisch gegeben sind, können folglich bei Nutzung von Bildungsdaten nicht vorausgesetzt werden.

Zunächst sollen die primär im Fokus stehenden mathematischen Kompetenzen angesprochen werden. Zwar wird das in der hier vorliegenden Forschungsarbeit genutzte Messkonstrukt mathematischer Kompetenzen des NEPS, wie bereits im Methodenteil differenzierter beschrieben (vgl. Kapitel 4.3.2), dem in dieser Forschungsarbeit vorliegenden Verständnis mathematischer Kompetenz (vgl. Kapitel 2) gerecht. Die Sprachnähe des Konstrukts, welche durch den Einbezug der Konzeption der *mathematical literacy* im mathematischen Kompetenzverständnis automatisch vorhanden scheint, sollte dennoch kritisch reflektiert werden. Auf Grundlage vorangehender Studien sind erste Ansatzpunkte gegeben der Erhebung mathematischer Kompetenzen möglichst sprachfrei begegnen zu können (u. a. Greisen, Hornung, Baudson, Muller, Martin, & Schiltz, 2018). Nonverbale Messmethoden mathematischer Kompetenzen, die in derartigen Studien angedacht sind (vgl. ebd.), scheinen gerade im Hinblick einer getrennten Betrachtung aller drei Komponenten – wie sie das hier vorliegende Forschungsinteresse verlangt – zukünftig eine neue Chance zu eröffnen. Die Eindimensionalität des mathematischen Konstrukts, welche trotz des ursprünglich mehrdimensionalen Ansatzes im NEPS gegeben ist (vgl. Ehmke et al., 2009), scheint im Kontrast zu einer detaillierten Beantwortung der hier vorliegenden Forschungsfrage zu stehen. Hinweise aus vorangegangenen Studien, welche eine unterschiedliche Beteiligung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten bei der Verwendung einzelner mathematischer Fähigkeiten vermuten lassen (vgl. Brandenburg et al., 2018), können durch die Eindimensionalität des Konstrukts keine Berücksichtigung finden. Die gleiche Problematik ergibt sich für den Einfluss sprachlicher Kompetenzen am mathematischen Lernprozess. Auf Grundlage vorangehender Studien (vgl. SOKKE; Heinze, Herwartz-Emden, & Reiss, 2007) scheint es sinnvoll, auch den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf die Entwicklung einzelner mathematischer Teilbereiche gesondert zu betrachten. Die Verwendung eines umfassenden Messkonstrukts mathematischer Kompetenzen, welches eine differenzierte Auswertung einzelner Teilbereiche erlaubt, scheint zukünftig für eine bessere Transparenz der Zusammenhänge der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis vielversprechend zu sein.

Richten wir nun unseren Fokus auf die zur Verfügung stehenden sprachlichen Maße,

(vgl. Kapitel 4.3.1). In zukünftigen Studien wäre eine Ergänzung der wiederholt gemessenen rezeptiven Sprachmaße des Wortschatzes und der Grammatik um eine jeweilige Messung expressiver Maße anzuraten. Erst eine Differenzierung rezeptiver und expressiver Sprachmaße im Zusammenspiel aller drei Komponenten scheint – wie Viesel-Nordmeyer, Ritterfeld und Kollegen (2019) im Rahmen einer Untersuchung auf Grundlage einer kleineren Studie mit elaborierterem Design (Lüke, Ritterfeld, Grimminger, Liszkowski, & Rohlfing, 2017) bereits feststellen konnten – die Aufdeckung tatsächlich bestehender direkter Einflüsse rezeptiver Sprachmaße (und folglich dann auch expressiver Sprachmaße) auf mathematisches Lernen gegenüber indirekten Einflüssen zu ermöglichen. Gerade in der Altersspanne im Grundschulbereich, welche einen bedeutenden Anteil des betrachteten Entwicklungszeitraums der hier vorliegenden Forschungsarbeit ausmacht, scheinen speziell produktive (also expressive) Sprachkompetenzen (u. a. Beschreibung von mathematischen Sachverhalten) bedeutend, um die Rolle von Sprache am mathematischen Lernprozess umfassend verstehen zu können (u. a. Paetsch, 2016).

Wie in Kapitel 2.3.1 dargelegt, orientiert sich das Verständnis des Arbeitsgedächtnisses der vorliegenden Forschungsarbeit am Mehrkomponentensystem nach Baddeley (vgl. Kapitel 2.3.1). Eine Umsetzung des Arbeitsgedächtnisses in solch ausdifferenzierter Form liegt jedoch auf Grundlage der verwendeten Daten nicht vor. Bereits in den einzelnen Teilstudien vermehrt kritisiert, war in den jeweils durchgeführten Analysen eine Abbildung des visuell-räumlichen Notizblocks (vgl. Kapitel 4.3.3) aufgrund einer fehlenden Messung nicht möglich. Im Hinblick auf ein Forschungsinteresse wie das hier vorliegende, welches differenzierte Informationen zum Zusammenspiel aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis – verlangt, und zudem primär die mathematische Kompetenzentwicklung fokussiert, sollten Informationen zur visuell-räumlichen Speicherkomponente des Arbeitsgedächtnisses nicht fehlen (u. a. Baddeley, 2012). Überdies könnte eine zusätzlich ausdifferenzierte Abbildung der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten, wie bspw. in der Arbeitsgedächtnisbatterie von Hasselhorn gegeben (AGBT-5-12; Hasselhorn et al., 2012), weitere bedeutende Informationen zum Zusammenspiel der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis gewährleisten (vgl. Seitz-Stein et al., 2012). Letztendlich verlangte das ursprüngliche Ziel des hier vorliegenden Gesamtprojekts, alle drei Komponenten längsschnittlich zu betrachten. Gerade mit dem Hintergrundwissen einer fortlaufenden Entwicklung des Arbeitsgedächtnisses im hier betrachteten Entwicklungszeitraum (u. a. Cowan & Alloway, 2009) scheint eine wiederholte Messung auch der Komponente Arbeitsgedächtnis in zukünftigen Studien

richtungsweisend. Die lediglich vorschulische direkte Messung des Arbeitsgedächtnisses im Rahmen der zugrundeliegenden Studie der Sekundäranalysen verlangte eine indirekte Abbildung des Arbeitsgedächtnisses über weitere kognitive Maße (vgl. Kapitel 5.2), um den Grundschulbereich mit abdecken zu können. Eine alleinig theoretische Absicherung für eine indirekte Abbildung des Arbeitsgedächtnisses über weitere kognitive Maße – wie in den betroffenen Teilstudien herangezogen (Teilstudie 2, Teilstudie 4) – ist jedoch an dieser Stelle zu kritisieren. Soweit in zukünftigen Studien eine Verwendung indirekter Maße zur Abbildung des Arbeitsgedächtnisses nicht umgangen werden kann, ist eine Überprüfung mittels konfirmatorischer Faktorenanalysen zwingend anzuraten. Eine Nutzung derartiger Analyseverfahren scheint geeignet, um aufzudecken, inwieweit eine indirekte Abbildung einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten über die dafür verwendeten Maße tatsächlich ermöglicht werden kann. Zudem könnte bei einer erneuten Betrachtung des hier vorliegenden Forschungsinteresses der Einsatz explorativer Faktorenanalysen bei der Auswahl von direkten Arbeitsgedächtnismaßen unterstützend wirken. Mögliche Konfundierungen der Arbeitsgedächtnismaße mit parallel betrachteten sprachlichen bzw. mathematischen Fähigkeitsbereichen – dessen Problematik gerade für die parallele Betrachtung von Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis bereits in Kapitel 11.1.2 diskutiert wurde – könnten unter Einsatz von explorativen Faktorenanalysen transparent werden.

Weitere Limitationen, welche einer idealen Passung zwischen Forschungsinteresse und bereits vorhandenem Forschungsdesign der zugrundeliegenden Studie geschuldet sind, sollen im Folgenden aufgeführt werden. Wie bereits in Kapitel 5.2.1 ausführlich beschrieben, fehlte es an einer durchgehend parallelen Messung der wiederholten Sprach-, Mathematik- und Arbeitsgedächtnismaße über den gesamten zu betrachtenden Entwicklungszeitraum hinweg. Diese Problematik stellte neben der zu diesem Zeitpunkt fehlenden Verankerung der wiederholt gemessenen Sprachdaten der SC 2 im NEPS eines der größten Hindernisse zur Beantwortung der einzelnen Forschungsfragen der Teilstudien des Gesamtprojekts dar. Die jeweilig gefundene Alternativlösung (vgl. Kapitel 5) ermöglichte zwar bedeutende innovative Erkenntnisse des hier vorliegenden Forschungsinteresses auf Basis der zur Verfügung stehenden Daten, dennoch wäre eine Ergänzung der Erkenntnisse auf Grundlage zukünftiger Forschung unter einem überarbeiteten Design wie folgt wünschenswert: Vorangehende Studien weisen auf die Chancen einer längsschnittlichen und parallelen Messung aller im Fokus stehenden Variablen hin, welche eine Aufdeckung von kreuzverzögerten Effekten durch Auspartialisieren zeitgleicher Korrelationen zwischen den einzelnen Variablen zulässt (u. a. Hoese, 2017).

Zudem ermöglichen parallel gemessene und längsschnittlich verankerte Maße aller im Fokus stehenden Parameter eine Betrachtung inter- und intraindividuelle Entwicklungsunterschiede über den zu betrachtenden Entwicklungszeitraum hinweg (vgl. Berry & Willoughby, 2017). Da Entwicklung keinen statisch vorgegebenen Prozess darstellt, welcher sich für alle Kinder mit der gleichen Geschwindigkeit und auf den gleichen Wegen entfaltet (vgl. Peters & Ansari, 2019) – unabhängig davon welcher Leistungsgruppe die Kinder in einer bestimmten Altersphase zugeordnet sind – scheint eine Unterscheidung der beiden Ebenen „inter- und intraindividuell“ bei der Erforschung von Entwicklungsprozessen zukunftsweisend.

Letztendlich sei an dieser Stelle noch auf Grenzen hinzuweisen, welche bei der Beantwortung offengebliebener Fragestellungen zum Zusammenspiel der drei Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis bestehen, und welche auf Grundlage einer Forschungsarbeit mittels Daten aus Verhaltensstudien wie der hier vorliegenden nicht ausreichend beantwortet werden können. Unabhängig der beschriebenen Limitationen, deren Ursachen der Spezifität der hier genutzten Daten wie auch genutzter Analysemöglichkeiten dieser Arbeit entstammen, sind der Datengewinnung und dem Erkenntnisgewinn mittels Verhaltensstudien – wie bei anderen Disziplinen auch – Grenzen gesetzt. Die Grenzen werden besonders deutlich, wenn es um die Aufdeckung komplexer Entwicklungszusammenhänge geht, denen neuro-kognitive Prozesse – darauf weist nicht zuletzt die Beteiligung des Arbeitsgedächtnisses hin (u. a. Prado, 2018) – zugrunde liegen. Die Abbildung solch latent messbarer kognitiver Konstrukte auf Basis von Verhaltensstudien kann zwar erste Hinweise zu abgrenzbaren Teilbereichen geben, welche in die kognitiven Prozesse involviert sind, erlaubt aber keine spezifische Aufdeckung tatsächlich ablaufender Prozesse auf Gedächtnisebene. Für eine tiefergehende Klärung offengebliebener Fragestellungen ist eine Erweiterung des hier verwendeten Forschungsansatzes um neuro-kognitiv bildgebende Verfahren vorzuschlagen, durch welche direkte Einblicke in zugrundeliegende Gedächtnisvorgänge sprachlicher und mathematischer Leistungen ermöglicht werden können (vgl. Peters & Ansari, 2019). Von einer alleinigen Anwendung neuro-kognitiver Verfahren ist aufgrund einer Generalisierbarkeit daraus gewonnener Ergebnisse, welche gerade im Vergleich zu groß angelegten Verhaltensstudien im Bildungskontext durch Stichprobenumfang und Untersuchungskontext eingeschränkt ist, ebenfalls keine erschöpfende Beantwortung des hier vorliegenden Forschungsinteresses zu erwarten.

11.3 Fazit und Ausblick

Schlussfolgernd sei noch einmal auf das zu Anfang stehende Verständnis

mathematischer Kompetenzen zurückzukommen, welches das Grundgerüst der hier vorliegenden Forschungsarbeit bildet (vgl. Kapitel 2.1). Die Auffassung mathematischer Kompetenzen, welche den Begriff von einer starren Fachspezifik löst und Mathematik in den Kontext der realen Welt rückt (vgl. S. 5), soll an dieser Stelle im Hinblick auf die gewonnenen Ergebnisse reflektiert werden. Unter dem Ziel, den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen unter besonderer Betrachtung des Arbeitsgedächtnisses aufdecken zu können, konnten sowohl gewinnbringende Befunde dazu erlangt werden a) inwieweit sprachliche und mathematische Kompetenzen in ihrer Entwicklung interagieren aber auch b) welche Zusammenhänge aller drei Komponenten – Sprache, Mathematik, Arbeitsgedächtnis – den mathematischen Lernprozess bedingen. Die gewonnenen Ergebnisse spiegeln sowohl die Bedeutung unterschiedlicher sprachlicher Funktionen im mathematischen Lernprozess wider (vgl. Kapitel 11.1.2) als auch die Beteiligung einzelner Komponenten des Arbeitsgedächtnisses am Lernprozess der einzelnen Domänen selbst (Sprache, Mathematik) und an den Zusammenhängen zwischen den beiden Domänen (vgl. Kapitel 11.1.1). Eine Betrachtung des theoretisch fundierten Konzepts (vgl. OECD, 2003) des zugrundeliegenden Verständnisses mathematischer Kompetenz der vorliegenden Forschungsarbeit lässt jedoch zweifeln, inwiefern a) die mit dem mathematischen Kompetenzbegriff verbundenen Fähigkeiten überhaupt getrennt von sprachlichen Kompetenzen und Verarbeitungsprozessen einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten gesehen werden können und ob b) sprachliche Kompetenzen und Verarbeitungsprozesse des Arbeitsgedächtnisses gar dem hier vorliegenden mathematischen Kompetenzbegriff inbegriffen sind. Eine eindeutige Trennbarkeit zwischen den einzelnen Konstrukten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis wird bereits in aktuellen Studien angezweifelt, welche die längsschnittliche Wechselwirkung zwischen jeweils zwei der hier betrachteten Domänen (Sprache und Mathematik, Mathematik und Arbeitsgedächtnis, Sprache und Arbeitsgedächtnis) zum Gegenstand machen (u. a. Peng & Kievit, 2020). Die Auswahl eingesetzter Instrumente zur Erhebung der einzelnen Konstrukte werden meist als ursächlich vermutet (vgl. ebd.), weisen diese doch, wie vorangehend diskutiert, zu Teilen starke Konfundierungen zu Fähigkeiten der weiteren Konstrukte auf (bspw. Zählfähigkeit bei der Ziffernsparne, vgl. auch Dornheim, 2008). Andererseits steht auch zur Debatte, inwiefern Konstrukte tatsächlich Spezifitäten von Domänen abbilden können bzw. inwieweit – zugespitzt gesagt – diese Domänen grundsätzlich existieren. Es kann doch angenommen werden, dass die einzelnen Konstrukte eher im jeweiligen Kontext spezifisch zu betrachten sind. So können Fähigkeiten, die bei einer Anwendung des ursprünglichen Arbeitsgedächtnismaßes der „Ziffernsparne“ angesprochen werden, je nach Fokus auch

der Erkennung sprachlicher (Fähigkeiten zur Lautbildung) oder mathematischer (Ziffernkenntnisse, Kenntnisse der Zahlenfolge) Kenntnisse dienen. Selbst nonverbale Maße mathematischer Kompetenzen (u. a. Greisen et al., 2018) können von derartigen Konfundierungen kaum freigesprochen werden, scheinen doch sprachliche Kompetenzen gar in die Gedächtnisprozesse mathematischer Lösungsvorgänge involviert (u. a. von Aster, 2013). Demnach ist davon auszugehen, dass die Bewältigung von Herausforderungen, welche nach Kenntnissen und Anwendungsfähigkeiten mathematischer Kompetenzen – im Sinne vorherrschender Konstrukte – verlangen (u. a. OECD, 2013), eine Beteiligung von Fähigkeiten aller drei der hier getrennt betrachteten Komponenten Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis, automatisch voraussetzt. Folglich sei im Rahmen mathematischer Lernprozesse, formeller wie auch informeller, und auch gleich welcher Altersstufe, eine Berücksichtigung aller drei Komponenten zwingend anzuraten.

12 Literatur

- Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *102*(1), 115–134. doi: 10.1037/a0016838
- Archibald, L. M. D. (2016). Working memory and language learning: A review. *Child Language Teaching and Therapy*, 1–13. doi: 10.1177/0265659016654206
- Aro, T., Poikkeus, A.-M., Eklund, K., Tolvanen, A., Laakso, M.-L., Viholainen, H., . . . Aho-
nen, T. (2009). Effects of multidomain risk accumulation on cognitive, academic, and be-
havioural outcomes. *Journal of Clinical Child & Adolescent Psychology* *38*(6), 883–898.
doi: 10.1080/15374410903258942
- Artelt, C. (2017). Bildungsprozesse über die Lebensspanne – Das Nationale Bildungspanel
(NEPS). In N. McElvany, W. Bos, H. G. Holtappels, J. Hasselhorn, & A. Ohle-Peters
(Hrsg.), *Dortmunder Symposium der Empirischen Bildungsforschung: Band 2. Bedingun-
gen gelingender Lern- und Bildungsprozesse: Aktuelle Befunde und Perspektiven für die
Empirische Bildungsforschung* (S. 53–74). Münster: Waxmann.
- Attig, M. & Bachsleitner, A. (2019, September). The impact of the home learning environment
on the mathematical competence of 4-year-olds. In K. Schütte, & T. Reinelt (Chair), *It takes
a village: Fostering parental care and children's home learning Environment*. Symposium
im Rahmen der gemeinsamen Tagung der Fachgruppen Entwicklungspsychologie und Päd-
agogische Psychologie (paEpsy), Leipzig.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics
of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4),
699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699
- Aust, F., Burg, J. von der, & Prussog-Wagner, A. (2016). *Methodenbericht: NEPS-Startko-
horte 2 – Individuelle Nachverfolgung in Jahrgangsstufe 4, 2015 (B103)*. Abgerufen von
[https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/6-0-
0/NEPS_FieldReport_SC2_W6_PAPI_follow_up.pdf](https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/6-0-0/NEPS_FieldReport_SC2_W6_PAPI_follow_up.pdf)
- Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends
in Cognitive Science*, *4*(11), 417–423. doi: 10.1016/S1364-6613(00)01538-2
- Baddeley, A. (2003). Working memory: Looking back and looking forward. *Nature Reviews.
Neuroscience*, *4*(10), 829–839. doi: 10.1038/nrn1201
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current Biology*, *20*(4), 136–140. doi:
10.1016/j.cub.2009.12.014
- Baddeley, A. (2012). Working memory: Theories, models, and controversies. *Annual Review
of Psychology*, *63*, 1–29. doi: 10.1146/annurev-psych-120710-100422
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working Memory. *Psychology of Learning and Motiva-
tion*. (8), 47–89. doi: 10.1016/S0079-7421(08)60452-1
- Baddeley, A., Vargha-Khadem, F., & Mishkin, M. (2001). Preserved recognition in a case of

- developmental amnesia: Implications for the acquisition of semantic memory? *Journal of Cognitive Neuroscience*, 13(3), 357–369. doi: 10.1162/08989290151137403
- Becker, R., & Lauterbach, W. (2008). Bildung als Privileg – Ursachen, Mechanismen, Prozesse und Wirkungen. In R. Becker & W. Lauterbach (Hrsg.), *Bildung als Privileg: Erklärungen und Befunde zu den Ursachen der Bildungsungleichheit* (3. Aufl., S. 11–45). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Berendes, K., Weinert, S., Zimmermann, S., & Artelt, C. (2013). Assessing language indicators across the lifespan within the German National Educational Panel Study (NEPS). *Journal for Educational Research Online*, 5(2), 15–49. Abgerufen von https://www.pe-docs.de/volltexte/2013/8423/pdf/JERO_2013_2_Berendes_et_al_Assessing_language_indicators.pdf
- Berendes, K., Linberg, T., Müller, D., Wenz, S.E., Roßbach, H.-G., Schneider, T., & Weinert, S. (2019). Kindergarten and Elementary School: Starting Cohort 2 of the National Educational Panel Study. In H.-P. Blossfeld & H.-G. Roßbach (Hrsg.), *Education as a Lifelong Process: The German National Educational Panel Study (NEPS)* (2. Aufl., S. 215–230). Münster: Waxmann.
- Berry, D., & Willoughby, M. T. (2017). On the practical interpretability of cross-lagged panel models: Rethinking a developmental workhorse. *Child Development*, 88(4), 1186–1206. doi: 10.1111/cdev.12660
- Bishop, D. V. (1989). *TROG – Test for Reception of Grammar*. Abingdon: Thomas Leach Ltd.
- Bishop, D. V. M., & Edmundson, A. (1987). Language-impaired 4-year-olds: Distinguishing transient from persistent impairment. *Journal of Speech and Hearing Disorders*, 52, 156–173.
- Blossfeld, H.-P., Maurice J. von, & Schneider, T. (2019). The National Educational Panel Study: Need, Main Features, and Research Potential. In H.-P. Blossfeld & H.-G. Roßbach (Hrsg.), *Education as a Lifelong Process: The German National Educational Panel Study (NEPS)* (2. Aufl., S. 1–16). Münster: Waxmann.
- Bonett, D. G., & Wright, T. A. (2015). Cronbach's alpha reliability: Interval estimation, hypothesis testing, and sample size planning. *Journal of Organizational Behavior*, 36(1), 3–15. doi: 10.1002/job.1960
- Brandenburg, J., Jörns, C., Schuchardt, K., & Hasselhorn, M. (2018, Februar). Wird der Zusammenhang zwischen dem Arbeitsgedächtnis und komplexen Mathematikleistungen durch die Verfügbarkeit arithmetischen Faktenwissens mediiert? In A. Röhm (Chair), *Verständnis über arithmetisches Lernen vom Kindergarten bis zur Sekundarstufe – Relevanz der Einflussfaktoren Arbeitsgedächtnis und Sprache*. Symposium auf der 6. Tagung der Gesellschaft für Empirische Bildungsforschung (GEBF), Basel, Schweiz.
- Brandenburg, J. & Hasselhorn, M. (2019, September). *A mixture modeling approach to profile cognitive functioning in children with learning disorders*. In M. A. Skeide, (Chair), *Developmental learning disorders – from genes and brains to cognitive*. Symposium im Rahmen der gemeinsamen Tagung der Fachgruppen Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie (paEpsy), Leipzig.

- Cattell, R. B. (1971). *Abilities: Their structure, growth, and action*. Boston, Mass.: Houghton Mifflin.
- Cattell, R. B., & Horn, J. L. (1978). A check on the theory of fluid and crystallized intelligence with description of new subtest designs. *Journal of Educational Measurement*, *15*(3), 139–164. doi: 10.1111/j.1745-3984.1978.tb00065.x
- Connelly, V., Critten, S., Dockrell, J., Walter, K., & Lindsay, G. (2010). *Writing developmental in children with language difficulties and the influence of spelling skill*. Abgerufen von http://psych.brookes.ac.uk/ewsc/SIG%20Writing%202010_spelling.pdf
- Cornu, V., Schiltz, C., Martin, R., & Hornung, C. (2018). Visuo-spatial abilities are key for young children's verbal number skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, *166*, 604–620. doi: 10.1016/j.jecp.2017.09.006
- Courant, R., & Robbins, H. E. (2010). *Was ist Mathematik?* (5., unveränd. Aufl.). Berlin: Springer.
- Cowan, N., & Alloway, T. (2009). Development of working memory in childhood. In M. Courage & N. Cowan (Hrsg.), *Studies in developmental psychology. The development of memory in infancy and childhood* (2. Aufl., S. 303–342). Hove: Psychology Press.
- Cross, A. M., Joanisse, M. F., & Archibald, L. M. D. (2019). Mathematical abilities in children with developmental language disorder. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, *50*(1), 150–163. doi: 10.1044/2018_LSHSS-18-0041
- Daneman, M., & Merikle, P. M. (1996). Working memory and language comprehension: A meta-analysis. *Psychonomic Bulletin & Review*, *3*(4), 422–433. Abgerufen von <https://link.springer.com/content/pdf/10.3758/BF03214546.pdf>
- David, C. V. (2012). Working memory deficits in math learning difficulties: A meta-analysis. *International Journal of Developmental Disabilities*, *58*(2), 67–84. doi: 10.1179/2047387711Y.0000000007
- Davis, P. J., & Hersh, R. (1994). *Erfahrung Mathematik* (2. Aufl.). Basel: Birkhäuser.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1-2), 1–42. doi: 10.1016/0010-0277(92)90049-N
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
- Dunn, L. M., & Dunn, D. M. (2007). *Peabody picture vocabulary test, fourth edition (PPVT-4)*. Upper Saddle River: Pearson.
- Durkin, K., Mok, P. L. H., & Conti-Ramsden, G. (2013). Severity of specific language impairment predicts delayed development in number skills. *Frontiers in Psychology*, *4*, 581. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00581
- Ehlert, A. (2007). *Arbeitsgedächtnis und Rechnen im Vorschulalter: Die Entwicklung eines Arbeitsgedächtnistests und eines Untersuchungsverfahrens für mathematische Kompetenzen zur Überprüfung des Einflusses des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley auf mathematische Fertigkeiten im Vorschulalter* (Dissertation). Humboldt Universität, Berlin.
- Ehmke, T., Duchhardt, C., Geiser, H., Grüßing, M., Heinze, A., & Marschick, F. (2009).

- Kompetenzentwicklung über die Lebensspanne – Erhebung von mathematischer Kompetenz im Nationalen Bildungspanel. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium: Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 313–327). Münster: Waxmann.
- Engel de Abreu, P. M. J., Conway, A. R. A., & Gathercole, S. E. (2010). Working memory and fluid intelligence in young children. *Intelligence*, 38(6), 552–561. doi: 10.1016/j.intell.2010.07.003
- Falkai, P., Wittchen, H.-U., Döpfner, M., Gaebel, W., Maier, W., Rief, W., . . . Zaudig, M. (2018). *Diagnostisches und statistisches Manual psychischer Störungen DSM-5®*. Göttingen: Hogrefe.
- Felbrich, A., Hardy, I., & Stern, E. (2008). Erwerb mathematischer Kompetenzen. In W. Schneider, M. Hasselhorn, & J. Bengel (Hrsg.), *Handbuch der Psychologie: Vol. 10. Handbuch der pädagogischen Psychologie* (S. 597–607). Göttingen: Hogrefe.
- Fischbach, A., Preßler, A.-L., & Hasselhorn, M. (2012). Die prognostische Validität der AGTB 5-12 für den Erwerb von Schriftsprache und Mathematik. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 37–58). Göttingen: Hogrefe.
- Fischer, L., & Durda, T. (2020). *NEPS technical report for receptive vocabulary: Scaling results of starting cohort 2 for kindergarten (wave 1) grade 1 (wave 3) and grade 3 (wave 5)* (NEPS Survey Paper Nr. 65). Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories (LifBi). Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Survey%20Papers/SP_LXV.pdf
- Fischer, L., Rohm, T., Gnambs, T., & Carstensen, C. H. (2016). *Linking the data of the competence test* (NEPS Survey Paper Nr. 1). Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories (LifBi). Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Survey%20Papers/SP_I.pdf
- Fox, A. V. (2006). *TROG-D Test zur Überprüfung des Grammatikverständnisses*. Idstein: Schulz-Kirchner.
- Fricke, S., & Schäfer, B. (2008). *Test für phonologische Bewusstheitsfähigkeiten (TPB)*. Idstein: Schulz-Kirchner.
- Friedrich, G. (2006). *Wenn Kinder ihre Nerven bündeln – Lernen im Zahlenland*. In: M. Textor & A. Bostelmann (Hrsg.), *Das Kita-Handbuch – Online Handbuch*. Abgerufen von <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1471.pdf>
- Fuß, D., Gnambs, T., Lockl, K., & Attig, M. (2019). *Competence Data in NEPS: Overview of Measures and Variable Naming Conventions (Starting Cohorts 1 to 6)*. Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/Kompetenzen/Overview_NEPS_Competence-Data.pdf
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1-2), 43–74. doi: 10.1016/0010-0277(92)90050-R
- Ganzeboom, H. B.G. (2010). *A new international socio-economic index [ISEI] of occupational status for the international standard classification of occupation 2008 [ISCO-08]*

- constructed with data from the ISSP 2002-2007. Vortrag auf der Annual Conference of International Social Survey Programme, Lissabon, Portugal.*
- Garson, G. D. (2015). *Missing values analysis & data imputation*. North Carolina: Statistical Associates Publishing.
- Gathercole, S. E., Adams, A. M., & Hitch, G. J. (1994). Do young children rehearse? An individual-differences analysis. *Memory & Cognition*, 22(2), 201–207. doi: 10.3758/bf03208891
- Gathercole, S. E., Willis, C. S., Emslie, H., & Baddeley, A. D. (1992). Phonological memory and vocabulary development during the early school years: A longitudinal study. *Developmental Psychology*, 28(5), 887–898.
- Geary, D. C., Nicholas, A., Li, Y., & Sun, J. (2017). Developmental change in the influence of domain-general abilities and domain-specific knowledge on mathematics achievement: An eight-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 109(5), 680–693. doi: 10.1037/edu0000159
- Geary, D. C., Hoard, M. K., & Bailey, D. H. (2012). Fact retrieval deficits in low achieving children and children with mathematical learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, 45(4), 291–307.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78(4), 1343–1359. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x
- Gilmore, C., Göbel, S., & Inglis, M. (2018). *An introduction to mathematical cognition. International texts in developmental psychology*. London: Routledge Taylor & Francis Group.
- Gray, S. (2003). Diagnostic accuracy and test–retest reliability of nonword repetition and digit span tasks administered to preschool children with specific language impairment. *Journal of Communication Disorders*, 36(2), 129–151. doi: 10.1016/S0021-9924(03)00003-0
- Greisen, M., Hornung, C., Baudson, T. G., Muller, C., Martin, R., & Schiltz, C. (2018). Taking language out of the equation: The assessment of basic math competence without language. *Frontiers in Psychology*, 9, 1076. doi: 10.3389/fpsyg.2018.01076
- Grube, D., & Hasselhorn, M. (2006). Längsschnittliche Analysen zur Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung im Grundschulalter: zur Rolle von Vorwissen, Intelligenz, phonologischem Arbeitsgedächtnis und phonologischer Bewusstheit. In I. Hosenfeld (Hrsg.), *Schulische Leistung: Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 87–105). Münster: Waxmann.
- Grube, D. (2006). *Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter: Basale Fertigkeiten, Wissensabruf und Arbeitsgedächtniseinflüsse* (Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie: Vol. 52). Münster: Waxmann.
- Grüßing, M. (2012). *Räumliche Fähigkeiten und Mathematikleistung: Eine empirische Studie mit Kindern im 4. Schuljahr* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Vol. 12). Münster: Waxmann.
- Guthke, J., Beckmann, J. F., & Seiwald, B. (2003). Sind Arbeitsgedächtnis und Schlussfolgerndes Denken identisch? In B. Krause & W. Krause (Hrsg.), *Psychologie im Kontext der*

- Naturwissenschaften: Beiträge zur menschlichen Informationsverarbeitung; Festschrift für Friedhart Klix zum 75. Geburtstag* (Abhandlungen der Leibniz-Sozietät: Vol. 12., S. 151–161). Berlin: trafo.
- Hartig, J. & Kühnbach, O. (2006). Schätzung von Veränderung mit „plausible values“ in mehrdimensionalen Rasch-Modellen. In A. Ittel & H. Merckens (Hrsg.), *Veränderungsmessung und Längsschnittstudien in der empirischen Erziehungswissenschaft* (S. 27–44). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik* (3., überarb. und erw. Aufl.). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Berlin: Springer Spektrum. doi: 10.1007/978-3-642-40774-1
- Hasselhorn, M. (2017). Was sind aus psychologischer Perspektive die individuellen Voraussetzungen gelingender Lern- und Bildungsprozesse? In N. McElvany, W. Bos, H. G. Holtappels, J. Hasselhorn, & A. Ohle-Peters (Hrsg.), *Dortmunder Symposium der Empirischen Bildungsforschung: Band 2. Bedingungen gelingender Lern- und Bildungsprozesse: Aktuelle Befunde und Perspektiven für die Empirische Bildungsforschung* (S. 11–30). Münster: Waxmann.
- Hasselhorn, M., & Gold, A. (2013). *Pädagogische Psychologie: Erfolgreiches Lernen und Lehren* (3., neu bearbeitete Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.
- Hasselhorn, M., Grube, D. & Mähler, C. (2000). Theoretisches Rahmenmodell für ein Diagnostikum zur differentiellen Funktionsanalyse des phonologischen Arbeitsgedächtnisses. In M. Hasselhorn, W. Schneider & H. Marx (Hrsg.), *Diagnostik von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Tests und Trends, N. F. Band 1. Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik* (S. 167-181). Göttingen: Hogrefe.
- Hasselhorn, M., Schumann-Hengsteler, R., Gronauer, J., Grube, D., Mähler, C., Schmid, I., Seitz-Stein, K., & Zoelch, C. (2012). *Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren (AGTB 5-12)*. Göttingen: Hogrefe.
- Heidler, M.-D. (2013). *Das Arbeitsgedächtnis: Ein Überblick für Sprachtherapeuten, Linguisten und Pädagogen*. Bad Honnef: Hippocampus.
- Heinze, A., Herwartz-Emden, L., & Reiss, K. (2007). Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik*, 53(4), 562-581. Abgerufen von https://www.pe-docs.de/volltexte/2011/4412/pdf/ZfPaed_2007_4_Heinze_HerwartzEmden_Reiss_Mathematikkenntnisse_Migrationshintergrund_D_A.pdf
- Henson, R. (2001). Neural working memory. In A. Baddeley (Hrsg.), *Working Memory in Perspective* (S. 151–173). Psychology Press.
- Hoese, D. (2017). *Kognitive Fähigkeiten und Mathematikleistungen im Grundschulalter: Kreuzverzögerte Effekte über vier Messzeitpunkte* (Dissertation). Universität Rostock, Rostock. https://doi.org/10.18453/rosdok_id00002521
- Hox, J. J., & Boeije, H. R. (2005). Data Collection, Primary vs. Secondary. *Encyclopedia of Social Measurement* (S. 593 – 599). New York: Elsevier Academic Press.
- Hussy, W. (1986) *Denkpsychologie: Ein Lehrbuch. Urban-Taschenbücher: Vol. 364*. Stuttgart:

- Kohlhammer.
- Hynes-Berry, M., McCray, J. S., & Goldin-Meadow, S. (2019). The role of gesture in teaching and learning math. In J. S. McCray, J.-Q. Chen, & J. Eisenband-Sorkin (Hrsg.), *Eye on education book. Growing mathematical minds: Conversations between developmental psychologists and early childhood teachers* (S. 83–108). New York: Routledge.
- Jakobsen, J. C., Gluud, C., Wetterslev, J., & Winkel, P. (2017). When and how should multiple imputation be used for handling missing data in randomised clinical trials – a practical guide with flowcharts. *BMC Medical Research Methodology*, *17*(1), 162. doi: 10.1186/s12874-017-0442-1
- Jansen, H., Mannhaupt, G., Marx, H., & Skowronek, H. (2002). *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (BISC)*. Göttingen: Hogrefe.
- Jong, P. F. de, & Das-Smaal, E. A. (1995). Attention and intelligence: The validity of the Star Counting Test. *Journal of Educational Psychology*, *87*(1), 80–92. doi: 10.1037/0022-0663.87.1.80
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18*(4), 213–221. doi: 10.1111/1540-5826.00076
- Jordan, J. A., Wylie, J., & Mulhern, G. (2015). Mathematics and reading difficulty subtypes: Minor phonological influences on mathematics for 5-7-years-old. *Frontiers in Psychology*, *6*, 221. Abgerufen von <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4350393/pdf/fpsyg-06-00221.pdf>
- Karwath, C., Attig, M., Maurice, J. von, & Weinert, S. (2019, Spetember). *Effects of social background on early language development in 2-year-old children*. Vortrag im Rahmen der gemeinsamen Tagung der Fachgruppen Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie (paEpsy), Leipzig.
- Kievit, R. A., Lindenberger, U., Goodyer, I. M., Jones, P. B., Fonagy, P., Bullmore, E. T., & Dolan, R. J. (2017). Mutualistic coupling between vocabulary and reasoning supports cognitive development during late adolescence and early adulthood. *Psychological Science*, *28*(10), 1419–1431. doi: 10.1177/0956797617710785
- Klieme, E., & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. *Zeitschrift Für Pädagogik*, *52*(6), 876–903. Abgerufen von https://www.pedocs.de/volltexte/2011/4493/pdf/ZfPaed_2006_Klieme_Leutner_Kompetenzmodelle_Erfassung_Lernergebnisse_D_A.pdf
- Kniesel, J., Petermann, F., & Daseking, M. (2011). Welche Vorläuferdefizite weisen Kinder mit einer kombinierten Rechtschreib- und Rechenschwäche auf? *Diagnostica*, *57*(4), 212–224. doi: 10.1026/0012-1924/a000054
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K., & Aro, T. (2013). Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology*, *105*(1), 162–175. doi: 10.1037/a0029285
- Krajewski, K. (2008). Prävention der Rechenschwäche. In W. Schneider, M. Hasselhorn, & J.

- Bengel (Hrsg.), *Handbuch der Psychologie: Vol. 10. Handbuch der pädagogischen Psychologie* (S. 360-370). Göttingen: Hogrefe
- Krajewski, K. (2013). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn? Ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 155–179). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Krajewski, K. (2014). Förderung des Zahlverständnisses. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (2. Aufl., S. 199–208). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn (Hrsg.), *Tests und Trends: Vol. 11. Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., & Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trollenier, W. Lenhard, & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung. Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven* (S. 337-365). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+). Göttingen: Beltz.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516–531. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.009
- Kühn, P. (2010). *Wie entwickeln sich Late Talkers? Eine Längsschnittstudie zur Prognose der sprachlichen, kognitiven und emotionalen Entwicklung von Late Talkers bis zum Einschulungsalter* (Dissertation), LMU München. Abgerufen von <https://core.ac.uk/download/pdf/11031777.pdf>
- Kultusministerkonferenz (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss: Beschluss vom 04.12.2003*. Neuwied: Luchterhand. Abgerufen von https://schulrecht-sh.de/texte/b/bildungsstandards/mathematik_msa_bs_04-12-2003.pdf
- Kyllonen, P. C. (1996). Is working memory capacity Spearman 's g? In I. Dennis & P. Tapsfield (Hrsg.), *Human abilities. Their nature and measurement* (S. 49-75). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Kyllonen, P. C., & Christal, R. E. (1990). Reasoning ability is (little more than) working-memory capacity?! *Intelligence*, 14(4), 389–433. doi: 10.1016/S0160-2896(05)80012-1
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2013). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 34(6), 674–696. doi: 10.1080/01443410.2013.814192
- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., & Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(3), 309–324. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.006

- Lang, F. R., Kamin, S., Rohr, M., Stünkel, C., & Willinger, B. (2014). *Erfassung der fluiden kognitiven Leistungsfähigkeit über die Lebensspanne im Rahmen des Nationalen Bildungspanels: Abschlussbericht zu einer NEPS-Ergänzungsstudie* (NEPS Working Paper Nr. 43). Bamberg: Leibniz-Institut für Bildungsverläufe. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Working%20Papers/WP_XLIII.pdf
- Lang, F. R., Weiss, D., Stocker, A., & Rosenblatt, B. von (2007). Assessing cognitive capacities in computer-assisted survey research: Two ultra-short tests of intellectual ability in the Germany socio-economic panel (SOEP). *Journal of Applied Social Science Studies*, 127, 183–192. Abgerufen von https://www.ratswd.de/download/schmollers/2007_127/Schmollers_2007_1_S183.pdf
- Lavallée, P., & Beaumont, J.-F. (2015). Why we should put some weight on weights. *Survey Insights: Methods from the Field, Weighting: Practical Issues and 'How to' Approach, Invited article*. Abgerufen von <http://surveyinsights.org/?p=6255>
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe. (o. D.). *Ziele des Nationalen Bildungspanels (NEPS)*. Abgerufen 16. Juni 2020, von <https://www.neps-data.de/Projekt%C3%BCbersicht/Ziele>
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019a). *Studienübersicht NEPS Startkohorte 2 — Kindergarten: Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. Welle 1 bis 8. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/8-0-0/SC2_Studien_W1-8.pdf
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019b). *Erhebungsinstrumente (SUF-Version): NEPS Startkohorte 2 — Kindergarten Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. Welle 1-1.0.0. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/1-0-0/SC2_1-0-0_W1_de.pdf
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019c). *Informationen zur Kompetenztestung. NEPS Startkohorte 2 – Kindergarten. Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. 1. Welle: Kindergartenkinder (4-5 Jahre). Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/1-0-0/NEPS_SC2_Competences_W1_de.pdf
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019d). *Informationen zur Kompetenztestung. NEPS Startkohorte 2 – Kindergarten. Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. 2. Welle: Kindergartenkinder (5-6 Jahre). Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/2-0-0/NEPS_SC2_Competences_W2_de.pdf
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019e). *Informationen zur Kompetenztestung. NEPS Startkohorte 2 – Kindergarten. Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. 3. Welle: 1. Jahrgangsstufe. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/3-0-0/NEPS_SC2_Competences_W3_de.pdf
- Leibniz-Institut für Bildungsverläufe (2019f). *Informationen zur Kompetenztestung. NEPS Startkohorte 2 – Kindergarten. Frühe Bildung in Kindergarten und Grundschule*. 4. Welle: 2. Jahrgangsstufe. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/SC2/4-0-0/NEPS_SC2_Competences_W4_de.pdf

- Lenhard, W., & Schneider, W. (2006). *ELFE 1-6. Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechsklässler*. Göttingen: Hogrefe.
- Levine, S. C., Gibson, D. J., & Berkowitz, T. (2019). Mathematical development in the early home environment. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. Mann Koepke (Hrsg.), *Mathematical Cognition and Learning (Print): Vol. 5. Cognitive foundations for improving mathematical learning* (S. 107–142). Cambridge, MA: Academic Press.
- Linberg, T. (2017). *Kind und Kontext: Häusliche Lernumwelt und soziale Ungleichheiten im vorschulischen Sprachstand*. Wiesbaden: Springer VS. doi: 10.1007/978-3-658-18087-4
- Lindenberger, U., Mayr, U., & Kliegl, R. (1993). Speed and intelligence in old age. *Psychology and Aging*, 8(2), 207–220. doi: 10.1037/0882-7974.8.2.207
- Logie, R. H. (1995). *Visuo-spatial Working Memory. Essays in cognitive psychology*. Hoboken: Taylor and Francis.
- Lonnemann, J., Linkersdörfer, J., & Lindberg, S. (2013). Approximative Mengenrepräsentationen als Grundlage arithmetischer Fertigkeiten. In M. Hasselhorn (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Tests und Trends N. F. Band 11. Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik* (S. 3–12). Göttingen: Hogrefe.
- Lorenz, C., Berendes, K., & Weinert, S. (2017). *Measuring receptive grammar in kindergarten and elementary school children in the German National Educational Panel Study (NEPS Survey Paper Nr. 24)*. Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Survey%20Papers/SP_XXIV.pdf
- Lorenz, J. H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik: Frühe mathematische Bildung und Förderung. Entwicklung und Bildung in der frühen Kindheit*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Lüke, C., Ritterfeld, U., Grimminger, A., Liszkowski, U., & Rohlfing, K. J. (2017). Development of pointing gestures in children with typical and delayed language acquisition. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research: JSLHR*, 60(11), 3185–3197. doi: 10.1044/2017_JSLHR-L-16-0129
- Mähler, C., & Schuchardt, K. (2012). Die Bedeutung der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses für die Differenzialdiagnostik von Lernstörungen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 59–76). Göttingen: Hogrefe.
- Mainela-Arnold, E., Alibali, M. W., Ryan, K., & Evans, J. L. (2011). Knowledge of mathematical equivalence in children with specific language impairment: Insights from gesture and speech. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, 42(1), 18–30. doi: 10.1044/0161-1461(2010/09-0070)
- Mannhaupt, G. (2006). *Münsteraner Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten*. Berlin: Cornelsen.
- Markowitsch H.J. & Welzer H. (2010). *The development of autobiographical memory*. Hove: Psychology Press.
- Melchers, P., & Preuß, U. (2009). *Kaufmann assessment battery for children (K-ABC) (8., unveränderte Aufl.)*. Frankfurt: Pearson.

- Miller-Cotto, D., & Byrnes, J. P. (2019). What's the best way to characterize the relationship between working memory and achievement? An initial examination of competing theories. *Journal of Educational Psychology*. Advance online publication. doi: 10.1037/edu0000395
- Mudiappa, M., & Artelt, C. (2014). *BiKS – Ergebnisse aus den Längsschnittstudien: Praxisrelevante Befunde aus dem Primar und Sekundarschulbereich*. Bamberg: University of Bamberg press (Schriften aus der Fakultät Humanwissenschaften der Otto-Friedrich-Universität; Band 15). Abgerufen unter <https://fis.uni-bamberg.de/bitstream/uniba/3165/1/SHUW115MudiappaBiKSopuskseA2.pdf>
- Multon, K. D., & Coleman, J. S. M. (2010). Coefficient Alpha. In N. J. Salkind (Hrsg.), *Encyclopedia of research design* (S. 162). Thousand Oaks, Calif: Sage.
- National Council of Teachers of Mathematics. *Executive Summary: Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA. Abgerufen von <https://www.nctm.org/>
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. doi: 10.1787/9789264190511-en
- OECD (2009). *PISA 2009 Assessment Framework: Key competencies in reading, mathematics and science*. Abgerufen von <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/44455820.pdf>
- OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD Publishing. Abgerufen von <https://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf>
- Olczyk, M., Will, G., & Kristen, C. (2014). *Immigrants in the NEPS: Identifying generation status and group of origin* (NEPS Working Paper Nr. 41a). Bamberg: Leibniz Institute of Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Working%20Papers/WP_XXXXIa.pdf
- Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache nicht-deutscher Familiensprache* (Dissertation). Freie Universität Berlin, Berlin. Abgerufen von <https://d-nb.info/110219686X/34>
- Paetsch, J., & Felbrich, A. (2016). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 63(1), 16–33. doi: 10.2378/peu2016.art03d
- Peng, P., & Kievit, R. A. (2020). The Development of Academic Achievement and Cognitive Abilities: A Bidirectional Perspective. *Child Development Perspectives*, 14(1), 15–20. doi: 10.1111/cdep.12352
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455–473. doi: 10.1037/edu0000079
- Petermann, F. (Hrsg.) (2017). *WISC-V: Wechsler Intelligence Scale for Children - fifth*

- edition®: deutsche Fassung der WISC-V. Frankfurt am Main: Pearson.
- Peters, L., & Ansari, D. (2019). Are specific learning disorders truly specific, and are they disorders? *Trends in Neuroscience and Education*, 17, 100115. doi: 10.1016/j.tine.2019.100115
- Pham, A. V., & Hasson, R. M. (2014). Verbal and visuospatial working memory as predictors of children's reading ability. *Archives of Clinical Neuropsychology: The Official Journal of the National Academy of Neuropsychologists*, 29(5), 467–477. doi: 10.1093/arclin/acu024
- Pohl, S., & Carstensen, C. H. (2013). Scaling of competence tests in the National Educational Panel Study - many questions, some answers, and further challenges. *Journal for Educational Research Online*, 5(2), 189–216.
- Prado, J. (2018). The interplay between learning arithmetic and learning to read: Insights from developmental cognitive neuroscience. In A. Henik & W. Fias (Hrsg.), *Heterogeneity of Function in Numerical Cognition* (S. 28–43). London: Academic Press.
- Prediger, S., Erath, K., & Moser Opitz, E. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. G. Haase, & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (S. 437–456). Cham: Springer International Publishing.
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259–268. doi: 10.1016/j.ecresq.2015.12.020
- Raven, J., Raven J. C., & Court, J. H. (1998). *Raven manual: Section 4. Advanced Progressive Matrices*. Oxford: Oxford Psychologists Press Ltd.
- Reinhold, F., Reiss, K., Diedrich, J., Hofer, S., & Heinze, A. (2019). Mathematische Kompetenz in PISA 2018: aktueller Stand und Entwicklung. In K. Reiss, M. Weis, E. Klieme, & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018* (S. 187–210). Waxmann.
- Reiss, K., Heinze, A., & Pekrun, R. (2007). Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. In M. Prenzel, I. Gogolin, & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik* (S. 107–127). Wiesbaden: Springer.
- Relikowski, I., Schneider, T., & Linberg, T. (2015). Rezeptive Wortschatz- und Grammatikkompetenzen von Fünfjährigen mit und ohne Migrationshintergrund: Eine empirische Untersuchung aus bildungssoziologischer Perspektive. *Frühe Bildung*, 4(3), 135–143.
- Rescorla, L. (2002). Language and Reading Outcomes to Age 9 in Late-Talking Toddlers. *Journal of Speech Language and Hearing Research*, 45(2), 360. doi: 10.1044/1092-4388(2002/028)
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Ricken, G., Fritz-Stratmann, A., & Balzer, L. (2013). *MARKO-D: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose*. Göttingen: Hogrefe.
- Riss, U. V., & Schmidt, V. A. (2011). Wissen und Handeln der Mathematiker: Philosophische Analyse und Betrachtung ihrer Relevanz für die Industrie. In M. A. Helmerich, K. Lengnink,

- G. Nickel, & M. Rathgeb (Hrsg.), *Mathematik verstehen: Philosophische und didaktische Perspektiven* (S. 283–296). Wiesbaden: Vieweg+Teubner/Springer.
- Röhm, A., Starke, A., & Ritterfeld, U. (2017). Die Rolle von Arbeitsgedächtnis und Sprachkompetenz für den Erwerb mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 64(2), 81–93. doi: 10.2378/peu2016.art26d
- Roßbach, H.-G., & Maurice, J. von. (2016). Das Nationale Bildungspanel als wertvolle Ressource für die Bildungsforschung. In R. Tippelt, B. Schmidt-Herta (Hrsg.), *Handbuch Bildungsforschung*. (S. 1-18). Wiesbaden: Springer VS.
- Rost, D. H. (2013). *Handbuch Intelligenz*. Weinheim: Beltz.
- Rost, D. H. (2015). Das Konstrukt Intelligenz. In Rost (Hrsg.) *Intelligenz und Begabung, Unterricht und Klassenführung*. (S. 11-46). Münster: Waxmann.
- Sälzer, C., & Prenzel, M. (2013). PISA 2012 – eine Einführung in die aktuelle Studie. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme, & O. Köller (Hrsg.), *Pisa 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 11–46). Münster: Waxmann.
- Schaefer, S., & Bäckman, L. (2007). Normales und pathologisches kognitives Altern. In J. Brandtstädter & U. Lindenberger (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie in der Lebensspanne: Ein Lehrbuch* (S. 245–269). Stuttgart: Kohlhammer.
- Schmiedek, F., & Wolff, J. K. (2010). Latente Wachstumskurvenmodelle. In C. Wolf & H. Best (Hrsg.), *Handbuch der sozialwissenschaftlichen Datenanalyse* (S. 1017–1029). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Schnittjer, I., & Duchhardt, C. (2015). *Mathematical competence: Framework and exemplary test items*. Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/NEPS/Datenzentrum/Forschungsdaten/Kompetenzen/com_ma_2015.pdf
- Schnittjer, I. (2018). *NEPS Technical Report for Mathematics – Scaling Results of Starting Cohort 2 in Kindergarten* (NEPS Survey Paper Nr. 43). Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Survey%20Papers/SP_XLVI.pdf
- Schröder, A., & Ritterfeld, U. (2014). Zur Bedeutung sprachlicher Barrieren im Mathematikunterricht der Primarstufe: Wissenschaftlicher Erkenntnisstand und Reflexion in der (Förder-)Schulpraxis. *Forschung Sprache E-Journal für Sprachheilpädagogik, Sprachtherapie und Sprachförderung*, 2(1), 49–69. doi: 10.2443/skv-s-2014-57020140104
- Schuchardt, K., Kunze, J., Grube, D., & Hasselhorn, M. (2006). Arbeitsgedächtnisdefizite bei Kindern mit schwachen Rechen- und Schriftsprachleistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 20(4), 261–268. doi: 10.1024/1010-0652.20.4.261
- Schuchardt, K., Worgt, M., & Hasselhorn, M. (2012). Besonderheiten im Arbeitsgedächtnis bei Kindern mit Sprachauffälligkeiten. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 77–92). Göttingen: Hogrefe.
- Seitz-Stein, K., Schumann-Hengsteler, R., Zoelch, C., Grube, D., Mähler, C., & Hasselhorn, M. (2012). Diagnostik der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern

- zwischen 5 und 12 Jahren: Die Arbeitsgedächtnistestbatterie AGTB 5-12. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 1–22). Göttingen: Hogrefe.
- Selter, C. (1995). Zur Fiktivität der „Stunde Null“ im arithmetischen Anfangsunterricht: Schulanfänger sind keine Lernanfänger. *Mathematische Unterrichtspraxis*, 2. Quartal, 11–19.
- Skinner, C. J. (2014). Probability proportional to size (PPS) sampling. In N. Balakrishnan, T. Colton, B. Everitt, W. Piegorisch, F. Ruggeri, & J. Teugels (Hrsg.), *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online* (S. 1–5). John Wiley & Sons, Inc.
- Snowling, M. J., Adams, J. W., Bishop, D. V. M., & Stothard, S. E. (2001). Educational attainments of school leavers with a preschool history of speech-language impairments. *International Journal of Language & Communication Disorders*, 36(2), 173–183.
- Spearman, C. (1904). “General Intelligence,” Objectively Determined and Measured. *The American Journal of Psychology*, 15(2), 201–292.
- Steinhauer, H. W., Zinn, S., Gaasch, C., Goßmann, S. (2016). *NEPS technical report for weighting: Weighting the sample of kindergarten children and grade 1 students of the national educational panel study (wave 1 to 3)* (NEPS Working Paper Nr. 66). Bamberg: Leibniz Institute for Educational Trajectories. Abgerufen von https://www.neps-data.de/Portals/0/Working%20Papers/WP_LXVI.pdf
- Stern, E., & Grabner, R. H. (2014). Die Erforschung menschlicher Intelligenz. In L. Ahnert (Hrsg.), *Lehrbuch. Theorien in der Entwicklungspsychologie* (S. 174–201). Berlin: Springer VS.
- Sternberg, R. J. (2019). Intelligence. Advance online publication. *Oxford Research Encyclopedia*. doi: 10.1093/acrefore/9780190264093.013.872
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2010). Detecting children with arithmetic disabilities from kindergarten: Evidence from a 3-year longitudinal study on the role of preparatory arithmetic abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 43(3), 250–268. doi: 10.1177/0022219409345011
- Tewes, U., Rossmann, P. & Schallberger, U. (1999). Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III (HAWIK-III). Bern: Huber.
- Träff, U., Olsson, L., Skagerlund, K., & Östergren, R. (2019). Kindergarten Domain-Specific and Domain-General Cognitive Precursors of Hierarchical Mathematical Development: A Longitudinal Study. *Journal of Educational Psychology*. Advance online publication. doi.org/10.1037/edu0000369
- Usui, N., Haji, T., Maruyama, M., Katsuyama, N., Uchida, S., Hozawa, A., . . . Taira, M. (2009). Cortical areas related to performance of WAIS Digit Symbol Test: A functional imaging study. *Neuroscience Letters*, 463(1), 1–5. doi: 10.1016/j.neulet.2009.07.048
- van den Ham, A.-K. (2015). *Ein Validitätsargument für den Mathematiktest der National Educational Panel Study für die neunte Klassenstufe* (Dissertation). Leuphana Universität Lüneburg, Lüneburg.
- Viesel-Nordmeyer, N., Bos, W., & Ritterfeld, U. (eingereicht). Mathematical and linguistic

- competence development of children with different learning difficulties. *Learning and Instruction*.
- Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020a). Die Rolle von Sprache und Arbeitsgedächtnis für die Entwicklung mathematischen Lernens vom Vorschul- bis ins Grundschulalter: Längsschnittliche und querschnittliche Pfadanalysen von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS). *Lernen und Lernstörungen*, 2, 1-14. doi: 10.1024/2235-0977/a000291
- Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020b). Welche Entwicklungszusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis modulieren den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im (Vor-)Schulalter? *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 41(1), 125–155. doi: 10.1007/s13138-020-00165-0
- Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., Lüke, C., & Bos, W. (2019, August). The role of language and working memory for mathematical development in children between age 4 to 8. In N. Viesel-Nordmeyer (Chair), *The importance of linguistic and cognitive information-processing skills for mathematical learning*. Symposium auf der 18. Biennial European Conference for Research on Learning and Instruction (EARLI), Aachen.
- Viesel-Nordmeyer, N., Schurig, M., Bos, W., & Ritterfeld, U. (2019). Effects of pre-school mathematical disparities on the development of mathematical and verbal skills in primary school children. *Learning Disabilities. A Contemporary Journal*, 17(2), 149-164.
- Viesel-Nordmeyer, N., Schurig, & Ritterfeld, U. (2019). Auswirkungen vorschulischer sprachlicher Disparitäten auf die sprachliche und mathematische Kompetenzentwicklung im Grundschulalter. *Empirische Sonderpädagogik*, 11(4), 294-30.
- Vock, M. (2004). *Arbeitsgedächtniskapazität bei Kindern mit durchschnittlicher und hoher Intelligenz* (Dissertation). Westfälischen Wilhelms-Universität zu Münster (Westf.), Münster. Abgerufen von <https://d-nb.info/993365612/34>
- Von Aster, M. (2013). Wie kommen Zahlen in den Kopf und was kann sie daran hindern? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 15–38). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- von Aster, M. G., Bzufka, M. W., Horn, R. R., Weinhold-Zulauf, M., & Schweiter, M. (2009). *ZAREKI-K: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion*. Frankfurt a.M: Pearson.
- von Maurice, J., Linberg, T., & Roßbach, H.-G. (2019). Das Nationale Bildungspanel (NEPS) als Datenangebot für Forschungsfragen der Kinder- und Jugendhilfe. In M.-C. Begemann & K. Birkelbach (Hrsg.), *Forschungsdaten für die Kinder- und Jugendhilfe: Qualitative und quantitative Sekundäranalysen* (S. 149–164). Wiesbaden: Springer. doi: 10.1007/978-3-658-23143-9_8
- Walzebug, A. (2015). *Sprachlich bedingte soziale Ungleichheit: Theoretische und empirische Betrachtungen am Beispiel mathematischer Testaufgaben und ihrer Bearbeitung*. Empirische Erziehungswissenschaft: Vol. 56. Münster: Waxmann.
- Warm, T. A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response theory.

- Psychometrika*, 54(3), 427–450. doi: 10.1007/BF02294627
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessung in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.
- Weinert, S., & Ebert, S. (2013). Spracherwerb im Vorschulalter: Soziale Disparitäten und Einflussvariablen auf den Grammatikerwerb. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 16(2), 303–332. doi: 10.1007/s11618-013-0354-8
- Weiss, M., Doroganova, A., Hahnel, C., Becker-Mrotzek, M., Lindauer, T., Artelt, C., & Reiss, K. (2019). Lesekompetenz in PISA 2018: Ergebnisse in einer digitalen Welt. In K. Reiss, M. Weis, E. Klieme, & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018* (S. 47–80). Münster: Waxmann.
- Wen, Z. (2012). Working memory and second language learning. *International Journal of Applied Linguistics*, 22(1), 1–22. doi: 10.1111/j.1473-4192.2011.00290.x
- Wißmann, J., Heine, A., Handl, P., & Jacobs, A. M. (2013). Förderung von Kindern mit isolierter Rechenschwäche und kombinierter Rechen- und Leseschwäche: Evaluation eines numerischen Förderprogramms für Grundschüler. *Lernen und Lernstörungen*, 2(2), 91–109. doi: 10.1024/2235-0977/a000033
- World Health Organization (2020). *International Classification of Diseases. 11th Revision*. Abgerufen von <https://icd.who.int/en>.

Erklärung über den Eigenanteil an den veröffentlichten oder zur Veröffentlichung vorgesehenen eingereichten wissenschaftlichen Schriften innerhalb meiner Dissertationschrift

Das Thema für meine Dissertation hat mir Ute Ritterfeld vorgeschlagen.

Alle vier Teilstudien der vorgelegten Dissertationsschrift nutzen Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS): Startkohorte Kindergarten, <https://doi.org/10.5157/NEPS:SC2:8.0.1>

Die Daten des NEPS wurden von 2008 bis 2013 als Teil des Rahmenprogramms zur Förderung der empirischen Bildungsforschung erhoben, welches vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) finanziert wurde. Seit 2014 wird NEPS vom Leibniz-Institut für Bildungsverläufe e.V. (LifBi) an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg in Kooperation mit einem deutschlandweiten Netzwerk weitergeführt.

Darlegung des eigenen Anteils an den vorliegenden Schriften der Teilstudien:

Teilstudie 1:

Viesel-Nordmeyer, N., Schurig, M., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2019). Effects of pre-school mathematical disparities on the development of mathematical and verbal skills in primary school children. [Special Issue on Mathematical Learning Difficulties]. *Learning Disabilities. A Contemporary Journal*, 17(2), 149-164.

Konzeption: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld, Wilfried Bos)

Formulierung der Textteile: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld, Michael Schurig)

Literaturrecherche: vollständig

Datenauswertung: mit Unterstützung von Michael Schurig

Ergebnisdiskussion: vollständig

Teilstudie 2:

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (eingereicht). Mathematical and linguistic competence development of children with different learning difficulties. *Learning and Instruction*.

Konzeption: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld, Wilfried Bos)

Formulierung der Textteile: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld)

Literaturrecherche: vollständig

Datenauswertung: vollständig

Ergebnisdiskussion: vollständig

Teilstudie 3:

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020). Die Rolle von Sprache und Arbeitsgedächtnis für die Entwicklung mathematischen Lernens vom Vorschul- bis ins Grundschulalter. Längsschnittliche und querschnittliche Pfadanalysen von Daten des Nationalen Bildungspanels (NEPS). *Lernen und Lernstörungen* 9(2), 97-110. doi: 10.1024/2235-0977/a000291

Konzeption: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld, Wilfried Bos)

Formulierung der Textteile: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld)

Literaturrecherche: vollständig

Datenauswertung: vollständig

Ergebnisdiskussion: vollständig

Teilstudie 4:

Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., & Bos, W. (2020). Welche Entwicklungszusammenhänge zwischen Sprache, Mathematik und Arbeitsgedächtnis modulieren den Einfluss sprachlicher Kompetenzen auf mathematisches Lernen im (Vor-)Schulalter? [*Sonderheft „Sprache und Mathematik – theoretische Analysen und empirische Ergebnisse zum Einfluss sprachlicher Fähigkeiten in mathematischen Lern- und Leistungssituationen“*]. *Journal für Mathematikdidaktik*, 41(1), 125-155. doi: 10.1007/s13138-020-00165-0

Konzeption: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld, Wilfried Bos)

Formulierung der Textteile: überwiegend (Mitwirkung: Ute Ritterfeld)

Literaturrecherche: vollständig

Datenauswertung: vollständig

Ergebnisdiskussion: vollständig

Anschriften der Mitautoren:

Prof. Dr. Wilfried Bos
Fakultät Erziehungswissenschaft, Psychologie und Soziologie
Institut für Schulentwicklungsforschung (IFS)
Technische Universität Dortmund
Vogelpothsweg 78
44227 Dortmund

Prof. Dr. Ute Ritterfeld
Fakultät Rehabilitationswissenschaften
Sprache und Kommunikation
Technische Universität Dortmund
Emil-Figge-Str. 50
44227 Dortmund

Dr. Michael Schurig
Fakultät Rehabilitationswissenschaften
Fachgebiet Entwicklung und Erforschung inklusiver Bildungsprozesse
Emil-Figge-Str. 50
44227 Dortmund
