

Flexibles Rechnen erfassen – Anlage eines Erhebungsinstruments

1. Einleitung

Im aktuellen mathematikdidaktischen Diskurs herrscht Einigkeit darüber, dass der Erwerb von *flexiblen Rechenkompetenzen* eines der zentralen Ziele des Grundschulmathematikunterrichts darstellt. In diesem Kontext wurde in den vergangenen Jahren zunehmend die Vorgehensweise der Kinder in den Blick genommen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). Die hohe Bedeutung des flexiblen Rechnens spiegelt sich auch in der Vielzahl der Forschungsarbeiten zu diesem Thema wider. So zeigen beispielsweise verschiedene empirische Ergebnisse, dass die Schüler*innen im Verlauf der Grundschulzeit und besonders nach der Einführung des schriftlichen Normalverfahrens selten flexibel und adaptiv rechnen (Selter, 2001; Torbeyns & Verschaffel, 2016). Viele Schüler*innen lösen selbst Aufgaben wie $701 - 698$ mit dem schriftlichen Normalverfahren – welches für diese Aufgabe einen vergleichsweise vielschrittigen und fehleranfälligen Lösungsweg darstellt (Spiegel & Selter, 2013). Schüler*innen nutzen demnach selten die Zahlbeziehungen sowie die Merkmale der Aufgabe für den Rechenprozess und rechnen wenig flexibel. Weiterhin zeigt sich, dass der kreative und flexible Umgang und das Kombinieren von verschiedenen strategischen Werkzeugen nach der Einführung von den jeweiligen Strategien als Musterlösung im Unterricht verloren geht (Benz, 2005). Der Schulunterricht scheint sich also negativ auf die flexiblen Rechenkompetenzen der Schüler*innen auswirken zu können. Andererseits zeigen verschiedene Studien, dass die flexiblen Rechenkompetenzen der Schüler*innen durch geeignete Unterrichtssettings gefördert werden können (Grüßing, Schwabe, Heinze & Lipowsky, 2013; Nemeth, Werker, Arend & Lipowsky, 2021; Rathgeb-Schnierer, 2006; Rechtsteiner-Merz, 2013). Für die Förderung der flexiblen Rechenkompetenzen hebt Schütte (2004) die Wichtigkeit der „Schulung des ‚Zahlenblicks‘“ (S. 142) hervor. In diesem Zusammenhang werden Zahlbeziehungen in den Blick genommen und somit können einzelne Aufgaben direkt im Kopf gelöst werden. Vergleichbare Ansätze finden sich auch bei Threlfall (2002) wieder. In der längsschnittlichen Studie von Körner (2018) zeichnet sich der Unterricht durch eine fortlaufende Zahlenblickschulung von der ersten bis zur vierten Klasse aus. Im Studienverlauf wurde zu Anfang und Mitte jedes Schuljahres jeweils ein Interview mit den Kindern geführt. Die ersten Ergebnisse weisen darauf hin, dass sich die flexiblen Rechenkompetenzen der Schüler*innen im Verlauf der Grundschulzeit verändern.

Der Unterricht selbst hat demnach eine große Auswirkung auf die flexiblen und adaptiven Rechenkompetenzen. Weiterhin kann sich das adaptive Rechnen auch positiv auf die korrekten Lösungen der Schüler*innen auswirken (Nemeth et al., 2021). Doch obwohl es eine breite Übereinstimmung über die Notwendigkeit der

Förderung der flexiblen und adaptiven Rechenkompetenzen gibt, sind diese Begriffe nicht einheitlich definiert und werden daher auch in den verschiedenen Studien unterschiedlich instrumentalisiert. Ein Begriff, der in diesem Kontext verwendet wird, ist die *Aufgabenadäquatheit*. Rechtsteiner-Merz (2013) hat die verschiedenen vorhandenen Perspektiven hin auf ihre Definition des *aufgabenadäquaten Handelns* analysiert. So kann Aufgabenadäquatheit im Sinne der Adäquatheit des Lösungsweges und der Aufgabencharakteristik, der Adäquatheit der Lösungsrichtigkeit und Lösungsgeschwindigkeit oder der Adäquatheit des Referenzrahmens verstanden werden. Im Weiteren wird der Ansatz des aufgabenadäquaten Handelns im Kontext des Referenzrahmens betrachtet. Hier richtet sich der Fokus darauf, welche Erfahrungen des Individuums dem Lösungsprozess zugrunde liegen. So kann analysiert werden, ob das Kind auf gelernte Verfahren zurückgreift oder sich an Aufgabenmerkmalen und Zahlbeziehungen orientiert (Rathgeb-Schnierer, 2011). In diesem Zusammenhang definieren Rathgeb-Schnierer und Green (2013) flexibles Rechnen folgendermaßen: „Only if the tools of solution are linked in a dynamic way to problem characteristics, number patterns, and relationships would we consider as evidence of flexibility in mental calculation.“ (S. 357). Weiterhin liefern unter anderem die Begründungen von Rechenwegen und das Verfügen von metakognitiven Kompetenzen Indizien für das flexible Rechnen (Rathgeb-Schnierer, 2010). Studien, in denen das flexible Rechnen und das aufgabenadäquate Handeln so instrumentalisiert werden, erfassen die flexiblen Rechenkompetenzen grundsätzlich über die individuelle Begründungen der Schüler*innen in (videografierten) Interviewsettings (vergleiche zum Beispiel Körner, 2018; Rathgeb-Schnierer, 2006; 2010; Rechtsteiner-Merz, 2013).

2. Anlage und Ziel der Studie

Es existiert also bereits eine Vielzahl von Forschungen, die das flexible Rechnen und aufgabenadäquate Handeln über den Referenzrahmen der Schüler*innen erfassen. Rückschlüsse über diesen lassen sich jedoch nicht direkt anhand manifester Merkmale (wie zum Beispiel durch die Betrachtung der Notation des Rechenweges) ziehen. Entsprechend valide Schlussfolgerungen über die Referenzen des Individuums – also den individuellen Referenzkontext – lassen sich nur durch individuelle Erläuterungen und Begründungen, welche in einem Gespräch über die Aufgaben kommuniziert werden, ableiten. Bislang existiert jedoch kein Erhebungsinstrument, welches insofern standardisiert ist, dass es den Referenzkontext des Individuums objektiv und reliabel erfasst. Weiterhin sind die bisherigen Erhebungsinstrumente hinsichtlich der tatsächlichen Erfassung von flexiblen Rechenkompetenzen noch nicht ausreichend validiert. So lassen die bis zum jetzigen Zeitpunkt publizierten Forschungsergebnisse nur bedingt generalisierbare Rückschlüsse zu.

Die vorliegende Studie verfolgt auf mehreren Ebenen innovative Ansätze, sowohl bezüglich der Erhebungs- als auch der Auswertungsinstrumente. Im Verlauf der

Studie werden die flexiblen Rechenkompetenzen von Schülern*innen Ende des zweiten Schuljahres beziehungsweise Anfang bis Mitte des dritten Schuljahres über den Referenzrahmen erfasst. Für die Erfassung der flexiblen Rechenkompetenzen werden mit den Kindern videografierte Interviews geführt. Die Interviews werden mittels eines eigens für diese Studie entwickelten halbstandardisierten Leitfadens geführt, welcher den Gütekriterien der Objektivität, Reliabilität und Validität entspricht. In den Interviews findet unter anderem das Aufgabenformat des *Sortierens von Aufgaben* (Rathgeb-Schnierer, 2006; Rathgeb-Schnierer & Green, 2013) Verwendung. Des Weiteren werden im Hinblick auf die Validität neben dem leitfadengestützten Interview verschiedene weitere Konstrukte erhoben. Durch dieses Vorgehen kann kontrolliert werden, was mit dem vorliegenden Erhebungsinstrument erfasst wird. Im weiteren Verlauf dieser Studie wird somit erstmals ein halbstandardisiertes Erhebungsinstrument zur Verfügung stehen, mit Hilfe dessen das flexible Rechnen über den Referenzrahmen unter Beachtung der Gütekriterien erfasst werden kann. Durch das beschriebene Vorgehen wird es letztendlich möglich sein, dass die Interviews personenunabhängig durchgeführt werden können. Dies ermöglicht wiederum die Erhebung der flexiblen Rechenkompetenzen über den Referenzrahmen mit einer großen Stichprobe. In Folge dessen ergeben sich auch neue Perspektiven bezüglich der Auswertung der Daten auf quantitativer und qualitativer Ebene. In diesem Kontext bietet sich im Verlauf der Datenauswertung weiterhin die Möglichkeit der Triangulation. Die Anlage der Studie wird detailliert im Vortrag präsentiert.

Literatur

- Benz, C. (2005). Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100 (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 40). Zugl.: Heidelberg, Pädag. Hochsch., Diss., 2005. Hildesheim: Franzbecker.
- Grüßing, M., Schwabe, J., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2013). The Effects of Two Instructional Approaches on 3rd-graders' Adaptive Strategy Use for Multi-digit Addition and Subtraction. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Mathematics learning across the life span. Proceedings of the 37th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education; PME 37*; Kiel, Germany, July 28 - August 02, 2013 (S. 393–401). Kiel: IPN Leibniz Inst. for Science and Mathematics Education.
- Körner, A. (2018). *Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen im Verlauf der ersten beiden Schuljahre*. Dortmund: Universitätsbibliothek Dortmund.
- Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (Hrsg.). (2013). *Mathematics learning across the life span. Proceedings of the 37th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education; PME 37*; Kiel, Germany, July 28 - August 02, 2013. Kiel: IPN Leibniz Inst. for Science and Mathematics Education.
- Nemeth, L., Werker, K., Arend, J. & Lipowsky, F. (2021). Fostering the acquisition of subtraction strategies with interleaved practice: An intervention study with German third graders. *Learning and Instruction*, 71, 101354. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101354>

- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 46). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2010). Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern des 2. Schuljahrs. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 257–283. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0014-y>
- Rathgeb-Schnierer, E. (2011). Warum noch rechnen, wenn ich die Lösung sehen kann? Hintergründe zur Förderung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Beiträge zur 45. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 21. bis 25. Februar 2011 in Freiburg*. Dortmund: Universitätsbibliothek Dortmund.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Green, M. (2013). Flexibility In Mental Calculation In Elementary Students From Different Math Classes. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Hrsg.), *CERME 8. Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Manavgat-Side, 2013 (S. 353–362)*. Manavgat-Side (Turkey): Middle East Technical University.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen - Förderung - Beispiele (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Berlin: Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-57477-5>
- Rechtsteiner-Merz, C. (2013). Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung. Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 19). Münster: Waxmann.
- Schütte, S. (2004). Rechenwegnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 25(2), 130–148. <https://doi.org/10.1007/BF03338998>
- Selter, C. (2001). Addition and Subtraction of Three-digit Numbers: German Elementary Children's Success, Methods and Strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 145–173.
- Spiegel, H. & Selter, C. (2013). *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten (Wie Kinder lernen, 8. Aufl.)*. Seelze: Kallmeyer.
- Threlfall, J. (2002). Flexible Mental Calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 29–47. <https://doi.org/10.1023/A:1020572803437>
- Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education*, 31(2), 99–116. <https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8>