

Andreas MÜHLING, Kiel & Mina GHOMI, Berlin & Anke LINDMEIER, Jena

Welche Kompetenzen benötigen Lehrkräften für digitale Grundbildung im Mathematikunterricht? Eine Illustration am Beispiel der Idee des „Algorithmus“

Problemlage

Die Vermittlung einer gewissen digitalen Grundbildung, gefasst etwa als „Kompetenzen in der digitalen Welt“ (KMK, 2017) oder im DigComp-Modell (EU, 2018) wird als eine Querschnittsaufgabe der allgemeinbildenden Schulen gesehen. Der Mathematik wird als Grundlage der Digitalisierung allgemein zwar eine besondere Rolle zugeschrieben, der mögliche konkrete Beitrag des Schulfachs Mathematik zur Vermittlung einer digitalen Grundbildung derzeit jedoch nicht breiter diskutiert (siehe aber Vohns, 2021). Das wäre allerdings nötig, um die Frage nach den benötigten Kompetenzen von Mathematiklehrkräften für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht zu beantworten.

Auf der Ebene von Rahmenkonzepten kann eine „digitale Professionalität“ von Mathematiklehrkräften als die Integration von verschiedenen Komponenten für die Anforderungen des Unterrichtens beschrieben werden, wie wir anderswo (Ostermann et al., im Druck) darlegen. Dazu gehört eine (fach- und professionsunspezifische) eigene digitale Grundbildung und eine fachunspezifische, aber für den Lehrberuf spezifische Wissensbasis, etwa im Sinne eines mediendidaktischen Wissens. In ihren Fächern müssen Lehrkräfte zudem in digitalen fachlichen Arbeitsweisen kundig sein, darüber hinaus über fachdidaktische Kenntnisse für digitale Lehr-/Lernprozesse verfügen.

Obwohl also die Bausteine einer digitalen Professionalität auf Basis aktueller Ansätze der Lehrkräfteforschung differenziert werden können, fehlen nicht selten Konkretisierungen für spezifische Unterrichtsgegenstände. Dieser Beitrag möchte mit Fokus auf die Idee „Algorithmus“ dieses Desiderat aufgreifen. Der Gegenstand wurde gewählt, da er im Schulfach Mathematik verankert ist (Leitidee „Algorithmus und Zahl“, KMK, 2012). Zudem scheint er mit Blick auf die Ziele einer digitalen Grundbildung wie von der KMK formuliert relevant (s. Abb. 1).

Wir gehen in diesem Beitrag also folgender Frage nach: Lassen sich in der deutschen mathematikdidaktischen Literatur zur Idee des Algorithmus verschiedene, aber typische unterrichtliche Zugänge identifizieren und welche Anforderungen an die professionelle Kompetenz der Mathematiklehrkräfte lassen sich daraus je ableiten?

Im ersten Zugriff haben wir ein induktives Verfahren angewendet und ausgehend von einschlägigen Werken (u.a. Oldenburg, 2012) verschiedene Zugänge

herausgearbeitet und in Bezug auf die professionellen Anforderungen für Mathematiklehrkräfte analysiert.

<p>5. Problemlösen und Handeln</p> <p>5.5. Algorithmen erkennen und formulieren</p> <p>5.5.1. Funktionsweisen und grundlegende Prinzipien der digitalen Welt kennen und verstehen.</p> <p>5.5.2. Algorithmische Strukturen in genutzten digitalen Tools erkennen und formulieren</p> <p>5.5.3. Eine strukturierte, algorithmische Sequenz zur Lösung eines Problems planen und verwenden</p>
--

Abb. 1: Fokussierter Bereich der „Kompetenzen in der digitalen Welt“ (KMK, 2017, S. 18)

Zugänge zum Konzept „Algorithmus“ im Mathematikunterricht

Da die Kompetenzen der KMK den Begriff „Algorithmus“ im Digitalen verorten, liegt es nahe, zunächst die informatischen und mathematischen Sichtweisen auf den Begriff abzugleichen.

In den Bildungsstandards der Gesellschaft für Informatik (GI) sind Algorithmen, wie in der Informatik üblich, definiert als „endliche Beschreibungen von Abläufen zur Lösung von Problemen“, die „bei einer Ausführung eine eindeutig definierte Abfolge von Handlungen [ergeben]. Eine automatische Ausführung auf einem Computer bedarf der Formulierung in einer Programmiersprache.“ (GI, 2016).

In den bildungspolitischen Dokumenten zum Mathematikunterricht werden Algorithmen im Zusammenhang mit der Leitidee „Zahl“ bzw. „Algorithmus und Zahl“ genannt. Darüber hinaus ist die allgemeine mathematische Kompetenz „mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ zu berücksichtigen. Dort wird der Begriff zwar nicht explizit erwähnt, in der Konkretisierung von Kleine (in Blum et al., 2006) wird jedoch herausgearbeitet, dass die Kompetenz auf Fertigkeiten abzielt, die mit routinisierten, prinzipiell automatisierbaren Arbeitsweisen der Mathematik zusammenhängen.

Kontrastiert man das in den genannten Dokumenten transportierte Verständnis mit dem informatisch geprägten, so ist festzustellen, dass der Begriff des Algorithmus im Kontext des Fachs Mathematik in stärkerem Bezug, teils sogar synonym zum Begriff Kalkül oder Rechnen verwendet (z.B. KMK, 2004, S. 10 „wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen“). Diese Verwendung könnte eine eher Alltagssprachliche Bedeutung aufgreifen (vgl. Duden: Algorithmus ist ein Rechenvorgang nach bestimmtem Schema) und würde dann eine begriffliche Einengung darstellen. Obwohl in Nuancen unterschiedlich, erscheinen die Verständnisse aber im Wesentlichen kompatibel.

Mit Blick auf die einschlägige Literatur sind auf dieser Basis verschiedene Arten des unterrichtlichen Umgangs mit dem Kern des Algorithmus, den automatisierbaren, eindeutigen Handlungsabfolgen, zu erkennen, die wir hier am Beispiel approximativer Verfahren (z.B. Heron-Verfahren) skizzieren.

Händisch: Die mathematische Vorschrift, die im Algorithmus genutzt wird, wird ohne jede Form von Automatisierung von den Lernenden händisch ausgeführt (z.B. Schuppar & Humenberger, 2015). Es ist möglich, dass die Berechnung der Schritte an digitale Werkzeuge (Taschenrechner) ausgelagert oder der Gesamtverlauf der Approximation im Sinne einer Illustration mit Tabellen oder Graphen unter Nutzung eines digitalen Werkzeugs dargestellt wird.

Implementiert: Der Algorithmus wird von den Lernenden in einem „programmierbaren“ Werkzeug, etwa im Tabellenkalkulationsprogramm (TKP), selbst implementiert (z.B. Schnittpunkt 9, 2008, S. 67). Dazu müssen die mathematischen Vorschriften in geeignete Formeln übersetzt und die Schritte im TKP realisiert werden. Die Umsetzung ermöglicht die Exploration von Algorithmen (z.B. Startwertbetrachtungen) und Phänomene wie die Konvergenzgeschwindigkeit werden erfahrbar.

Programmiert: Der Algorithmus wird von den Lernenden selbst in einer (einfachen) Programmiersprache als Programm realisiert (z.B. Oldenburg, 2012). Die Repräsentation als Programm muss jedoch erst gewonnen werden. In der Ausführung kann das Approximationsverfahren als automatisierter, algorithmischer Prozess erfahren werden. Explorations vergleichbar zum vorherigen Zugang sind möglich.

Folgerungen für die Lehrkräftekompetenz und Diskussion

Die identifizierten Zugänge stellen für die Lehrkräfte aus mathematischer Sicht keine wesentlich unterschiedlichen Anforderungen dar. Dies gilt allerdings nicht in Bezug auf werkzeugbezogene und informatische Kompetenzen.

Für den händischen Zugang sind nur vergleichsweise geringe werkzeugbezogene Kompetenzen der Lehrkräfte notwendig, die sich insbesondere bei einer grafischen Darstellung des Verfahrens auf die Auswahl geeigneter digitaler Werkzeuge, deren Bedienung und den zielgerichteten Einsatz im Unterricht beziehen. Gleichzeitig ist es fraglich, ob in so einem Zugang bei den Lernenden über die mathematischen Ziele hinausgehende Ziele digitaler Grundbildung mit Bezug zur Idee des Algorithmus (etwa 5.5.3 in Abb. 1) zu erwarten sind.

Für den implementierten Zugang muss die Lehrkraft selbst über die von den Lernenden eingeforderte werkzeugbezogene Kompetenz verfügen. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass Lernende werkzeugbezogene Schwierigkeiten erfahren, etwa hinsichtlich der Syntax oder der Semantik von Zellverweisen in TKP. Die Lehrkraft benötigt somit auch werkzeugbezogenes didaktisches Wissen, um diesen Zugang sicher umsetzen zu können. Wenn die Umsetzung tatsächlich problemlösenden Charakter hat und nicht nur das Arbeiten mit einer vorliegenden Lösung ist, kann dies einen Beitrag zur digitalen Grundbildung nach Abb. 1 darstellen. Darüber hinaus werden ggf. weitere zur digitalen Grundbildung zählende pragmatische Kompetenzen, etwa bei der Bedienung des TKP, erworben.

Im programmierten Zugang schließlich sind die angezielten Kompetenzen nach Abb. 1 umfänglich abgebildet, gleichzeitig ist jedoch zu erwarten, dass sich aus der Programmieranforderung zusätzliche Schwierigkeiten ergeben. Die informatikdidaktische Forschung identifiziert beispielsweise die Wiederholung (Pea, 1986) oder die Rekursion (Sanders et al., 2006) als schwierige Konzepte. Selbst wenn man annimmt, dass die Lernenden bereits an anderer Stelle programmiert haben, benötigt die Mathematiklehrkraft bestimmte informatische und informatikdidaktische Kenntnisse, um den Unterricht sinnvoll gestalten zu können.

In den drei identifizierten Zugängen zum Konzept "Algorithmus" lässt sich somit eine Progression erkennen, sowohl hinsichtlich der Förderung angezielter digitaler Kompetenzen als auch hinsichtlich der Anforderungen an Mathematiklehrkräfte. Abgesehen vom händischen Zugang wird besondere werkzeug- oder sogar informatikbezogene Expertise benötigt. Es ist mit Blick auf die aktuelle Gestaltung des Lehramtsstudiums Mathematik jedoch nicht diskutiert, an welchen Stellen solche zusätzlich nötigen Kompetenzen systematisch erworben werden können. Vorgängig wäre überdies zu klären, welchen Stellenwert der Erwerb digitaler Grundbildung in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht hat.

Literatur

- Blum, W., Vogel, S. Drüke-Noe, C. & Roppelt, A. (Hrsg.). (2015). Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II. Braunschweig: Diesterweg.
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (Hrsg.). (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret (2. Auflage). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- EU (2018). Empfehlung des Rates vom 22. Mai 2018 zu Schlüsselkompetenzen für lebenslanges Lernen. Amtsblatt der Europäischen Union (C189).
- Gesellschaft für Informatik e. V. (2016). Bildungsstandards Informatik für die Sekundarstufe II. Log in, 36 (183/184).
- Götschi, T., Sanders, I. & Galpin, V. (2003). Mental Models of Recursion. ACM SIGCSE Bulletin, 35 (1), 346–350.
- Kultusminister Konferenz (2016). Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz. Berlin: KMK.
- Maroska, R. et al. (2008). Schnittpunkt 9, Mathematik. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Oldenburg, R. (2012). Mathematische Algorithmen im Unterricht. Vieweg+ Teubner Verlag.
- Ostermann, A., Ghomi, M., Mühling, A., & Lindmeier, A. (2021, im Druck). Elemente der Professionalität von Lehrkräften in Bezug auf digitales Lernen und Lehren von Mathematik. In G. Pinkernell, F. Reinhold, F. Schacht, D. Walter (Hrsg.), Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule.
- Pea, R. (1986). Language-Independent Conceptual "Bugs" in Novice Programming. Journal of Educational Computing Research, 2(1), 25–36.
- Schuppar, B., & Humenberger, H. (2015). Elementare Numerik für die Sekundarstufe. Berlin: Springer Spektrum.
- Vohns, A. (2021). Das Digitale als Bildungsherausforderung für den Mathematikunterricht? (Un-)Zeitgemäße Betrachtungen. Mitteilungen der GDM, 110, 47-55.