

Nicolas REGEL, Dresden

## **Funktionen mit dem Synthesizer fächerübergreifend darstellen und erkunden**

Wie klingt eigentlich der Synthesizer im Solo von TOTOs „Africa“?

$$f(t) = \sin(2\pi \cdot bt) + 0,2 \cdot \sin(2\pi \cdot 4 \cdot bt) + 0,1 \cdot \sin(2\pi \cdot 5 \cdot bt)$$

Die Klangerzeugung von Synthesizern basiert auf der Erzeugung und Verknüpfung von mathematischen Funktionen. Mit dieser Technik können akustische Instrumente nachgebildet oder kreativ neue, bisher unbekannte „Sounds“, entwickelt werden. Dabei ist aus mathematikdidaktischer Sicht interessant, dass bei der Arbeit an Synthesizern die verschiedenen Aspekte des Funktionsbegriffs in einer kreativen, künstlerischen Umgebung enaktiv und auditiv erlebt werden können. Auch der Wechsel von Variablen in Einzelzahl- und Veränderlichenaspekt geschieht intuitiv (vgl. Regel (2020)).

Für den Mathematikunterricht bietet das Thema Synthesizer darüber hinaus Potential für authentische Modellierungsaufgaben und fächerübergreifende Konzepte, das bisher weitgehend ungenutzt bleibt (vgl. Reiter (2013)).

Das liegt unter anderem an den historisch bedingten, in der Elektrotechnik begründeten Bezeichnungen der Parameter. Dieser und andere Gründe, die in Regel (2020) näher dargelegt wurden, haben mich zu einer Eigenentwicklung eines Synthesizers speziell für den Mathematikunterricht bewegt. In Regel (2020) findet sich auch eine detailliertere Beschreibung der Funktionsweise, die hier im Folgenden nur kurz erläutert wird:

Der Synthesizer besteht aus einzelnen Modulen, die separat in ein Arbeitsfenster geladen werden können. Das heißt, er besteht aus einzelnen Bausteinen, die untereinander mittels Kabelverbindungen verknüpft werden können. Die Kabel werden an den einzelnen Modulen in Buchsen gesteckt. Eine Kabelverbindung stellt dabei eine Gleichung her, bzw. definiert den Wert des Eingangs als den des Ausgangs. Gleichzeitig repräsentiert das Kabel die Verknüpfung anschaulich. Eine Beispielauswahl von Modulen ist in Abb. 1 zu sehen. Die QR-Codes innerhalb der Abbildungen führen jeweils zu zugehörigen Videos, die die Funktionsweise des Synthesizers leichter nachvollziehbar machen.

Das Sinusmodul liefert eine zeitabhängige Sinusfunktion, deren Parameter über die zugehörigen Drehknöpfe beeinflusst werden können. Alternativ kann der Parameterwert über die zugehörige Eingangsbuchse definiert und beispielsweise von einer anderen Funktion gesteuert werden. Auf diese Weise können verschiedene Funktionen verknüpft werden. Die Feedback-Module liefern

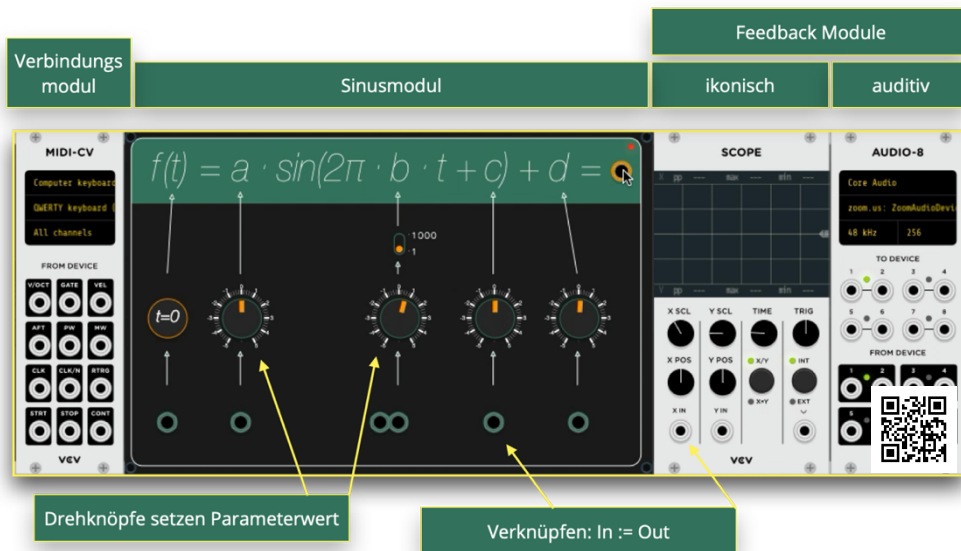


Abb. 1 Beispielaufbau eines Synthesizers für den Mathematikunterricht

ikonisches und – sofern im hörbaren Bereich – auditives Feedback. Das Verbindungsmodul erlaubt z.B. die Parametersteuerung mit externen Geräten wie einem E-Piano.

Das Potential dieses Synthesizers soll im Folgenden anhand einer exemplarischen Modellierungsaufgabe zum Thema periodische Funktionen gezeigt werden:

Ziel der Aufgabe ist die Rekonstruktion eines Sounds mit dem Synthesizer. Dieser Sound repräsentiert dabei eine periodische Funktion.

In Abbildung 2 ist ein Ausschnitt der Audiowellenform des Sounds zu sehen, die als Funktionsgraph interpretiert werden kann. Über den QR-Code kann das zugehörige Video erreicht werden und die Funktion angehört werden.

In einer ersten Teilaufgabe bekommen die SuS nur die auditive Repräsentation der Funktion vorgespielt und sollen ihren Höreindruck beschreiben. Hat man die Interpretation von Höreindrücken vorab geübt, kann man mit Schüler\*innenantworten wie der Folgenden rechnen:

*„Irgendwie wobbelt der Ton so. Also ich glaube / Ich glaube es ändert sich immer wie laut der ist. Irgendwie so waowaowao (Schüler\*in imitiert das gehörte)“ [Regel 2019]*

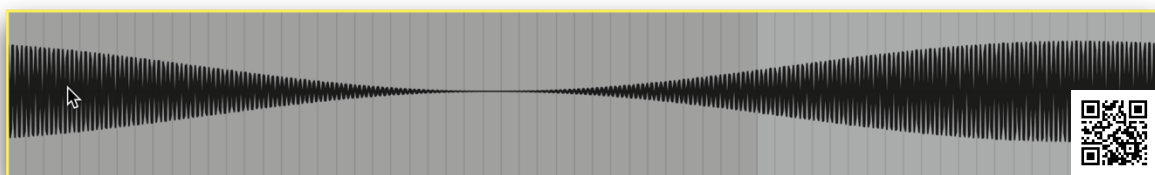


Abb. 2 Audiowellenform des zu modellierenden Sounds

Bemerkenswert ist hier, dass die SuS mit dem Vorsingen eine neue Möglichkeit des Ausdrucks funktionaler Zusammenhänge zeigen. Reiter (2013) verwendet diesen Ansatz auch über periodische Funktionen hinaus.

Im nächsten Schritt wird die auditive Repräsentation um die ikonische ergänzt. Dabei können Schüler\*innen ihre mit dem Höreindruck formulierten Vermutungen überprüfen und anpassen. Vorausgesetzt werden dabei die Zusammenhänge zwischen Frequenz und wahrgenommener Tonhöhe sowie Amplitude und wahrgenommener Lautstärke.

Anschließend erfolgt die explorative Rekonstruktion am Synthesizer. Das Vorgehen am Synthesizer wird im Folgenden beispielhaft erläutert und kann auch im zu Abbildung 3 gehörigen Video nachvollzogen werden.

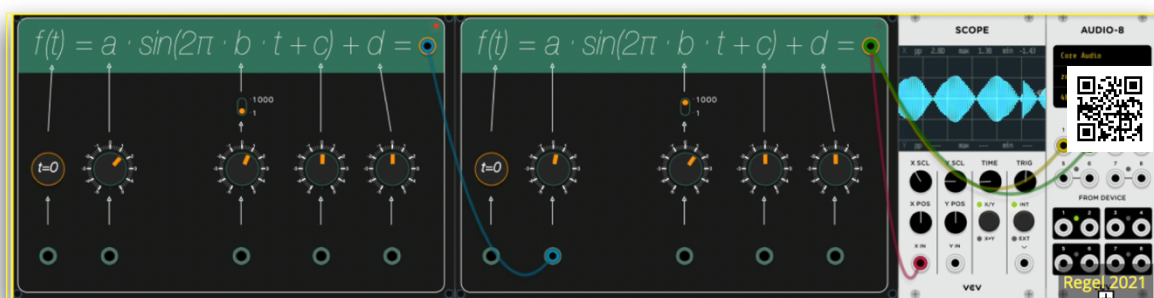


Abb. 3 Lösung der Rekonstruktionsaufgabe mit dem Synthesizer

Zunächst wird ein Modul geladen, welches periodische Funktionen im hörbaren Bereich erzeugen kann - z.B. das Sinusmodul - da ja offenbar im zu rekonstruierenden Sound etwas zu hören war. Dieses Modul wird mit den Feedback-Modulen verbunden. Die Funktion ist mit ihren eingestellten Parametern jetzt sichtbar und, wenn die Frequenz entsprechend gewählt ist, auch hörbar.

Im nächsten Schritt werden die Parameter so verändert, dass sie dem Höreindruck des zu rekonstruierenden Sounds näherkommen. Bemerkenswert ist hier, dass durch das direkte Feedback bei Parameteränderung komplexere funktionale Zusammenhänge entdeckt werden können, ohne dass man diese vorab als solche erkennen muss. Im gegebenen Beispiel könnten Lernende die entdeckte zeitliche Änderung der Lautstärke nachempfinden, indem der Amplitudenparameter entsprechen hin und herbewegt wird. Analog können z.B. Vermutungen zur zeitlichen Veränderung der Frequenz überprüft und ausgeschlossen werden. Hat man durch das „Hin- und Herbewegen“ des Knopfes erkannt, dass sich die Lautstärke und somit die Amplitude der Funktion periodisch ändert, so kann man diese Bewegung des Knopfes intuitiv auch von einem weiteren Modul für periodische Funktionen ausführen lassen. Dazu lädt man einfach das entsprechende Modul und verbindet den Ausgang mit dem zum Drehknopf und somit zum Parameter gehörigen Eingang. Wählt man an diesem Modul noch die richtige Frequenz und Amplitude, ist die Aufgabe gelöst. Aus den an den Drehknöpfen eingestellten Werten, sowie den Kabelverbindungen ist die

symbolische Darstellung der Lösung direkt ersichtlich. Die fertige Einstellung des Synthesizers bildet somit eine ikonische Repräsentation der symbolischen Darstellung, welche sich leicht in letztere übersetzen lässt.

Wie im Beispiel gesehen, bietet der vorgestellte Synthesizer großes Potential für fächerübergreifende Vernetzung von Physik, Mathematik und Musik. Besonders leicht gelingt diese natürlicherweise im Themenbereich periodische Funktionen, in dem die Überschneidung mit dem physikalischen Themenbereich harmonische Schwingungen und der Klangerzeugung von Instrumenten besonders groß ist.

Besonders betont werden soll hier aber nochmals das innermathematische Potential des Ansatzes: Mit dem Ansatz wird intuitiv zwischen den verschiedenen Grundvorstellungen zum Funktionsbegriff – Zuordnungsvorstellung, Kovariationsvorstellung und Objektvorstellung – (vgl. Malle (2000) und Vollrath (2014)) gewechselt (s. auch Regel (2020)).

All das geschieht dabei innerhalb eines explorativen kreativen Vorgehens an dessen Ende eine Funktion steht, die im gezeigten Beispiel das Modell eines bestimmten Sounds repräsentiert. Dabei wird auch der Modellierungskreislauf, wie ihn z.B. Blum & Leiss (2005) beschreiben, immer wieder durchlaufen, indem ein Parameter des Synthesizers geändert und anschließend mit dem zu modellierenden Sound verglichen wird. Auch hier ist das Vorgehen intuitiv.

Die im Beispiel gezeigten Module sind dabei nur als Auswahl zu sehen. Im fertigen Synthesizer wird es Module für verschiedene Funktionentypen, abschnittsweise Definition und eine freie Formeleingabe geben.

Nach Abschluss der Umsetzung als Software wird der Synthesizer mit dafür entwickelten Unterrichtskonzepten erprobt. Zu vermuten ist, dass die intuitive Arbeits-, gepaart mit der direkten Feedbackmechanik, einen kreativen Zugang zu und Umgang mit Funktionen ermöglicht.

## **Literatur**

- Blum, W. & Leiß, D. (2005). „Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“- Aufgabe“. In: *mathematik lehren*, Heft 128, S. 18-21. Hannover: Friedrich.
- Malle, G. (2000). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. *mathematik lehren*, 103, 8–11. Hannover: Friedrich.
- Regel, Nicolas (2019). *Mathematik hören: Ein Zugang zur Sinusfunktion über Schwingungen, Töne und Klänge*. Dresden: TUD Qucosa. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa2-386957> (29.3.2021).
- Regel, Nicolas (2020). *Mathematik hören – Analysis mit dem Synthesizer*. In Hans-Stefan Siller, Wolfgang Weigel & Jan Franz Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 749–752). Münster: WTM-Verlag.
- Reiter S. (2013). *Musikalische Graphen – Entwicklung eines Verständnisses graphischer Darstellungen im Fächerübergreifenden Mathematik- und Musikunterricht*. Münster u.a.: Waxmann Verlag
- Vollrath, H.-J. (2014). *Funktionale Zusammenhänge*. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik*. Seelze: Friedrich.