

**Zur innerbetrieblichen Logistik –  
Axiomatik und Betrachtung als kinodynamisches  
System**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Dr.-Ing.**

von der Fakultät Maschinenbau  
der Technischen Universität Dortmund  
genehmigte Dissertation

**Dipl.-Inform. Moritz Johannes Roidl**

aus

Hamm (Westfalen), Deutschland

Tag der mündlichen Prüfung: 13.07.2022

Erster Gutachter: Prof. Dr. Dr. h. c. Michael ten Hompel

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Jakob Rehof

**Dortmund, 2022**



# Kurzfassung

Der Anspruch zeitgemäßer Logistikforschung ist die Modellierung ihrer Herausforderungen und Probleme aus logistischer Sicht. Dabei ist die Betrachtung von Einzelproblemstellungen aus Perspektive der beteiligten Disziplinen und Fachbereiche zu überwinden, um zu einer übergeordneten Theorie zu finden, die anwendungsunabhängige Gültigkeit besitzt. Ein erster Schritt zu diesem Ziel wird in dieser Promotionsschrift durch die erstmalige Definition einer Axiomatik der Logistik versucht.

Zentrale Zielstellung dieser Arbeit ist die Entwicklung eines allgemeingültigen Verfahrens kinodynamischer Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum auf Basis der Axiomatik. Die zu schließende Forschungslücke ergibt sich aus der Erkenntnis, dass für das durch den idealen logistischen Raum repräsentierte idealisierte Förderwesen bislang kein solches Verfahren existiert. Ein Herausstellungsmerkmal des neuen Verfahrens ist die Verwendung eines kontinuierlichen Weltmodells, das sich von bereits etablierten gitterbasierten Ansätzen durch die Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen abgrenzt. Das Schließen der Forschungslücke ermöglicht eine prinzipiell vollständige Beschreibung logistischer Bewegungsplanung.

Das entwickelte Verfahren wird anhand eines neuartigen Transportrobotersystems für hochdynamische Sortieranwendungen validiert. In diesem Zuge wird das Konzept des Cyberphysischen Zwillings definiert. Damit einher geht die Konzeptionierung eines Versuchsfelds für die Entwicklung Cyberphysischer Zwillinge sowie der experimentelle Nachweis, dass ein schwarmbasiertes Sortiersystem mit diesem Verfahren leistungsfähiger ist als ein aktuelles Hochleistungssortiersystem mit Stetigfördertechnik.





# Abstract

The aspiration of contemporary logistics research is its capability to model its challenges and problems from a logistics perspective. In doing so, the consideration of individual problems from the perspective of the disciplines and fields involved must be overcome in order to find a superordinate theory that holds application-independent validity. A first step towards that goal is attempted in this dissertation by defining an axiomatic of logistics for the first time.

The central objective of this thesis is the development of a universally applicable method of kinodynamic motion planning in the ideal logistic space based on the axiomatics. The research gap to be filled arises from the finding that for an idealized transport system, which is represented by the ideal logistic space, no such method exists so far. A specific feature of the new method is the use of a continuous world model, which differs from already established grid-based approaches by considering kinodynamic constraints. In principle, closing this research gap enables a complete description of logistic motion planning.

The developed method is validated using a novel transport robot system for dynamic sorting applications with high throughput. In doing so, the concept of a Cyberphysical Twin is defined. This is accompanied by the design of an experimentation environment for the development of Cyberphysical Twins as well as the experimental evidence that a swarm-based sorting system using this method is more performant than a state-of-the-art high-performance sorting system with continuous conveyor technology.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	vii
<b>1 Einleitung</b> .....	1
1.1 Motivation .....	1
1.2 Forschungsfragen .....	4
1.3 Hypothesen .....	7
1.4 Vorgehen und Struktur .....	8
<b>2 Grundlagen</b> .....	9
2.1 Logistik .....	10
2.2 Cyberphysische Systeme .....	19
2.3 Digitaler Zwilling .....	22
2.4 Planung und Verwaltung von Objektbewegungen .....	26
2.4.1 Grundlagen der Bewegungsplanung .....	31
2.4.2 Bewegungsplanung in diskreten Weltmodellen .....	33
2.4.3 Bewegungsplanung in kontinuierlichen Weltmodellen .....	36
2.4.4 Zeitabhängige Bewegungsplanung .....	47
2.4.5 Bewegungsplanung für mehrere Objekte .....	49
2.4.6 Planung unter differenziellen Zwangsbedingungen ...	52
<b>3 Axiomatik der Logistik</b> .....	61
3.1 Motivation für eine axiomatische Betrachtung .....	62
3.2 Aufbau der Axiomatik .....	64
3.3 Zur Beobachtung in logistischen Systemen .....	82
3.4 Konzeption eines Cyberphysischen Zwillings .....	84
<b>4 Anforderungen, existierende Arbeiten und Forschungslücke</b> ....	89
4.1 Anforderungen .....	90
4.2 Existierende Arbeiten .....	91
4.2.1 Logistik .....	91

4.2.2	Robotik	93
4.3	Grenzen existierender Verfahren	97
4.4	Forschungslücke	99
<b>5</b>	<b>Verfahren zur kinodynamischen Bewegungsplanung</b>	<b>101</b>
5.1	Gestaltung des idealen logistischen Raums	102
5.2	Bestandteile und Ablauf des Verfahrens	104
5.3	Splinebasierte Trajektorien	111
5.4	Numerisches Geschwindigkeitsprofil	119
5.5	Bestimmung der Geschwindigkeiten	127
5.6	Kollisionsfreie Bewegung mehrerer Objekte	131
5.6.1	Das Verfahren als Zustandsautomat	141
5.6.2	Heuristische Verbesserung	145
<b>6</b>	<b>Evaluation</b>	<b>147</b>
6.1	Testbed für die Entwicklung Cyberphysischer Zwillinge	148
6.2	Empirische Evaluation	151
6.3	Simulationsstudie	153
6.3.1	Versuchsdurchführung	158
6.3.2	Ergebnisse	162
6.4	Kritische Reflexion der Hypothesen	164
<b>7</b>	<b>Ergebniszusammenfassung und Forschungsausblick</b>	<b>169</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>171</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Industrie-4.0-Reifegradindex .....	2
1.2	Entwicklung einer Logistik 4.0 .....	3
1.3	Vorgehen und inhaltliche Struktur der Forschungsarbeit .....	8
2.1	Zusammenhang von Liefer-, Auftragsdurchlauf- und Materialdurchlaufzeiten .....	12
2.2	Sortertopologien .....	14
2.3	Mehrebenensteuerung der Regelungstechnik .....	15
2.4	Grundstruktur eines Regelkreises .....	16
2.5	Grundstruktur des Digitalen Zwillings .....	24
2.6	Digitaler Zwilling im Raum .....	25
2.7	Digitaler Zwilling eines Roboters .....	25
2.8	Kollision durch Kreuzung und Überlappung .....	26
2.9	Frontal- und Heckkollision .....	27
2.10	Staubildung durch Warten im Stillstand .....	28
2.11	Entstehung eines Livelocks .....	28
2.12	Entstehung eines lokalen Deadlocks .....	29
2.13	Entstehung eines nichtlokalen Deadlocks .....	29
2.14	Unendliches gitterbasiertes Weltmodell .....	34
2.15	Endliches gitterbasiertes Weltmodell mit Hindernissen .....	34
2.16	Ungünstige Trajektorie für kinodynamische Bewegungsplanung ..	59
3.1	Beispiele gitterbasierter und freier Bewegung in der Logistik .....	62
3.2	Beispiel der Erdoberfläche als Mannigfaltigkeit .....	66
3.3	Beispiel zellulärer Strukturen im Mobilfunk .....	66
3.4	Beispiel einer Mannigfaltigkeit in der Intralogistik .....	67
3.5	Topologische Umgebung .....	68
3.6	Beispiel eines logistischen Raums mit Orten .....	69
3.7	Beispiel eines Blockzeilenlagers und seiner räumlichen Struktur ..	69
3.8	Beinhalten und Vereinigung von logistischen Objekten .....	72

3.9	Beispiel einer räumlichen Struktur auf einem Ladehilfsmittel . . . . .	73
3.10	Palettendurchlaufregal als kinodynamisches System . . . . .	73
3.11	Nachbarschaft logistischer Objekte . . . . .	75
3.12	Logistischer Weg und Homotopie . . . . .	76
3.13	Disjunkte logistische Wege und Wege mit Konfliktzonen . . . . .	77
3.14	Beispiele logistischer Warteschlangen . . . . .	81
3.15	Idealisiertes Förder- und Lagerwesen . . . . .	82
3.16	Cyberphysischer Zwilling . . . . .	85
3.17	Systeme von verteilten Cyberphysischen Zwillingen . . . . .	87
4.1	Vorgehen zur Bestimmung der Forschungslücke . . . . .	90
5.1	Objekte im idealen logistischen Raum . . . . .	102
5.2	Last- und Leerfahrt im idealen logistischen Raum . . . . .	103
5.3	Datenstruktur der Bewegungskoordination . . . . .	105
5.4	Bestandteile des entwickelten Verfahrens . . . . .	108
5.5	Homotope Pfade im idealen logistischen Raum . . . . .	109
5.6	Beispiel eines Catmull-Rom-Splines . . . . .	117
5.7	Unterschiedliche Parametrisierung eines Catmull-Rom-Splines . . . . .	119
5.8	Bahnkurve mit Krümmungskreis . . . . .	125
5.9	Schema der Krümmung am Kreis . . . . .	125
5.10	Standardfahrrampe und spitze Fahrrampe . . . . .	130
5.11	Worst-Case-Szenario für die Laufzeit des Verfahrens . . . . .	140
5.12	Verfahren zur Kollisionsvermeidung als Zustandsautomat . . . . .	142
5.13	Veranschaulichung der Kollisionsvermeidung . . . . .	143
5.14	Weiterentwickelter Zustandsautomat zur Kollisionsvermeidung . . . . .	144
5.15	Trajektorien auf der Basis homotoper Bahnkurven . . . . .	145
6.1	Gesamtansicht des Testbeds . . . . .	149
6.2	Architektur der Entwicklungsumgebung des Testbeds . . . . .	150
6.3	Designstudie des Loadrunners . . . . .	151
6.4	Simulationsumgebung für die Entwicklung und Evaluation des Loadrunners . . . . .	152
6.5	Loop-Sorter mit einem Einschleusbereich . . . . .	154
6.6	Loop-Sorter mit zwei Einschleusbereichen . . . . .	155
6.7	Loadrunner-Sortiersystem . . . . .	157
6.8	Screenshot des Basisszenarios vor der Simulation . . . . .	160
6.9	Screenshot des Basisszenarios während der Simulation . . . . .	160
6.10	Leistungswerte im Basisszenario bei $4\text{ m/s}^2$ . . . . .	160
6.11	Leistungswerte im Basisszenario bei $5\text{ m/s}^2$ . . . . .	161
6.12	Layout des erweiterten Szenarios vor dem Start der Simulation . . . . .	162
6.13	Screenshot des erweiterten Szenarios vor der Simulation . . . . .	162
6.14	Screenshot des erweiterten Szenarios während der Simulation . . . . .	162

6.15 Leistungswerte im erweiterten Szenario bei $4\text{m/s}^2$ .....	163
6.16 Leistungswerte im erweiterten Szenario bei $5\text{m/s}^2$ .....	163





# Kapitel 1

## Einleitung

Die Logistik ist die bewegende Instanz der vierten industriellen Revolution. Sie wird als vorrangiges Anwendungsfeld für die Einführung cyberphysischer Systeme gesehen und gilt als die Branche, in der das Internet der Dinge seine vollständige Umsetzung erfahren wird. Zugleich wurde die Hypothese aufgestellt, dass Produktions- und Logistiksysteme auf Basis sich selbst steuernder, weitgehend autonomer cyberphysischer Systeme flexibler einsetzbar und zugleich effizienter und leistungsfähiger seien.

Diese Promotionsschrift widmet sich den grundlegenden wissenschaftlichen Gestaltungsprinzipien für die Bewegungsplanung in Logistiksystemen. Die zentrale Zielsetzung der Arbeit kann folgendermaßen beschrieben werden: *Entwicklung eines allgemeingültigen Verfahrens kinodynamischer Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum auf Basis einer Axiomatik der Logistik.*

Zur Erreichung der vorgenannten Zielsetzung wird im Rahmen der Arbeit erstmalig eine Axiomatik der Logistik entwickelt, die sich an der theoretischen Bewegungsplanung der Robotik orientiert und diese mit Begriffen der Logistik verbindet. Auf Basis der Axiomatik wird eine Forschungslücke unter den Verfahren der Bewegungsplanung für logistische Systeme identifiziert. Ein solches Verfahren wird für den idealen logistischen Raum entwickelt und anhand des Cyberphysischen Zwillings eines neuartigen Transportroboters validiert. Ein Herausstellungsmerkmal des Verfahrens ist die Verwendung eines kontinuierlichen Weltmodells im Gegensatz zu gitterbasierten Ansätzen. Die Validierung zeigt, dass ein Schwarm autonomer Transportroboter durch das Verfahren in der Lage ist, die Leistung eines stetig fördernden, klassischen Hochleistungssortiersystems deutlich zu übertreffen.

### 1.1 Motivation

Diese Arbeit ist im Kern durch eine fehlende wissenschaftliche Betrachtung der Bewegungsplanung in der Logistik motiviert. Es gibt bislang keine wissenschaftlichen Grundlagen für eine einheitliche und anwendungsunab-

hängige Entwicklung von Verfahren der Bewegungsplanung in logistischen Systemen. Insbesondere die Abhängigkeit von manuell erstellten, anwendungsnahen Modellen der Logistik, die auf eine menschliche Beobachtung spezifischer existierender Systeme zurückgehen, schränkt den Betrachtungsraum bisheriger Logistikforschung ein.

Wenn die Logistik die bewegende Instanz einer *Industrie 4.0* sein soll, dann ist es notwendig, deren neue Prinzipien als Grundlage für eine wissenschaftliche Definition der Logistik aufzugreifen. Anschaulich lässt sich das anhand von Abbildung 1.1 erkennen. Auf Basis der Digitalisierung industrieller Systeme, die durch eine Computerisierung und Kommunikationsfähigkeit gekennzeichnet ist, entsteht eine Industrie 4.0 durch *Sichtbarkeit* und *Transparenz*. Gemeint ist damit, dass eine erhöhte technische Wahrnehmungsfähigkeit der Systeme zu einer automatisierten Erkennung ihres Zustands und – das ist im Fall der Logistik wichtig – ihrer physischen Umgebung führt. Im Prinzip wird damit eine datengetriebenen Welt beschrieben, in der Modelle nicht mehr manuell erstellt, sondern erlernt und laufend angepasst werden können. So wird eine automatisierte Prognosefähigkeit und Adaptierbarkeit erreicht.

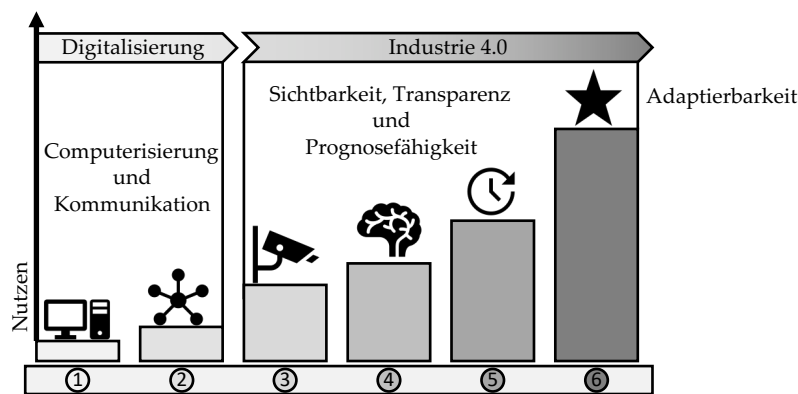


Abb. 1.1 Industrie-4.0-Reifegradindex nach [Sch+17]

Übertragen auf eine *Logistik 4.0* kommt der technischen Wahrnehmungsfähigkeit eine neue, essenzielle Rolle zu. Der Entwurf eines logistischen Systems beginnt nicht mehr mit der Auswahl physischer Systemkomponenten. Vielmehr gilt es, zuerst das Abbild des physischen Raums zu definieren, in dem die Bewegung von Objekten geplant wird. Abbildung 1.2 veranschaulicht diese Vorgehensweise: Transparenz, Prognosefähigkeit und Adaptierbarkeit sind Eigenschaften, die durch den Entwurf eines *logistischen Raums* ermöglicht werden. Dieser Gedankengang findet sich implizit in einer als richtungweisende Forderung aufgestellten Aussage in einem Artikel über einen

Paradigmenwechsel in der Logistik im Kontext von Industrie 4.0 (vgl. [tK15]):

### Der ideale logistische Raum ist leer.

Der Artikel beschreibt die Herausforderungen beim Entwurf logistischer Systeme unter einer steigenden Volatilität des Produktions- und Handelsumfeldes. Die erforderliche zukünftige logistische Leistung eines Systems muss demnach bereits zu Beginn für Jahre im Voraus bestimmt werden. Die Unwägbarkeiten bei der Bestimmung führen zu einer maximalen Leistung, die als technische Grenzleistung vom System gefordert wird. Nach dem Artikel basieren die existierenden analytischen Entwurfsmethoden zu weiten Teilen auf diesen Grenzleistungsrechnungen, die einzeln für die jeweiligen Systemkomponenten durchgeführt werden. Neben den groben analytischen Methoden werden Methoden der Materialflusssimulation mit Modellen in unterschiedlichen Abstraktionsgraden verwendet. Diese Vorgehensweise führt zu hochperformanten Systemen, die im Gegenzug unflexibel und nur bedingt skalierbar sind.

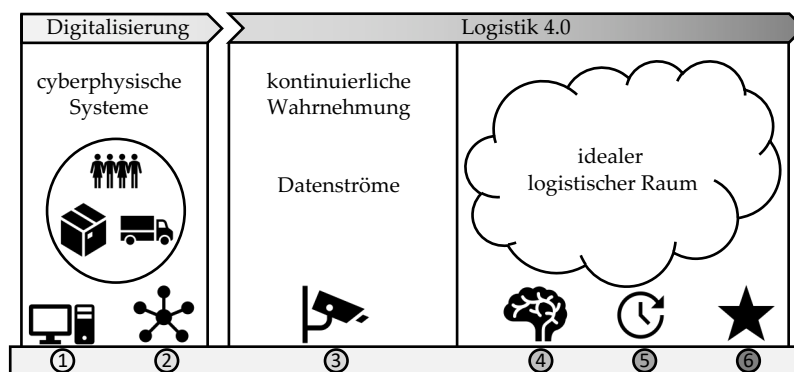


Abb. 1.2 Entwicklung einer Logistik 4.0

Der hauptsächliche Grund dieser Inflexibilität ist die fest verbaute lokale Infrastruktur klassischer, hochperformanter Intralogistiksysteme. Ein Beispiel sind Sortiersysteme, die in Abschnitt 2.1 beschrieben werden. Sie bestehen aus fest verbauter Stetigförderertechnik, die über klassische Automatisierungstechnik gesteuert wird. Diese Systeme sind aufwändig über physische Baumaßnahmen zu ändern und entsprechend schwierig ist eine Änderung des Standorts, in den meisten Fällen nur unwirtschaftlich zu erreichen ist.

## 1.2 Forschungsfragen

In den folgenden Abschnitten soll der Begriff des idealen, leeren logistischen Raums genauer untersucht werden, um darüber die zentralen Forschungsfragen und Hypothesen dieser Arbeit herzuleiten.

### Der ideale Raum

In der Analyse logistischer Systeme kann ein idealer Raum als *Idealtypus* verstanden werden, der keine bekannten Systeme abbildet, sondern als *Messlatte* dient, um die logistische Wirklichkeit trennscharf analysieren zu können. Beim Entwurf logistischer Systeme ist ein idealer Raum hingegen als *Vollkommenheitsmuster* anzusehen, dem der Entwurf als Leitlinie folgt, deren Realisierung nicht vollständig erfüllt werden muss. Diese Ansicht impliziert, dass der ideale Raum Teil eines multikriteriellen Optimierungsprozesses ist, dessen spezifische Eigenschaften die Minimierungs- und Maximierungsstrategien beim Entwurf eines Systems beeinflussen. Dabei stellt sich grundsätzlich die Frage, ob es einen einzigen idealen Raum für alle logistischen Systeme gibt oder mehrere Arten idealer Räume existieren können.

### Der logistische Raum

Über den Begriff des *logistischen Raums* findet sich in der Literatur weder eine einheitliche noch eine formale Definition. In einer internationalen Literaturübersicht zum englischen Begriff *Logistics Space* wird der logistische Raum als System von Räumen beschrieben, das aus Logistikunternehmen, Logistikknoten, Logistikinfrastruktur und Industrieunternehmen besteht (vgl. [He+18]). Der *logistische Knoten*, wie etwa ein Logistikzentrum oder ein Distributionzentrum, gilt als räumliches Hauptelement, das die logistischen Aktivitäten wahrnimmt. Dieser Logistikknoten beschreibt den Bereich, der in der deutschsprachigen Literatur die Domäne der *Intralogistik* umfasst. Wenn in dieser Arbeit vom logistischen Raum die Rede ist, dann steht die Intralogistik innerhalb eines solchen Logistikknotens im Mittelpunkt.

Eine offene Fragestellung ist, wie ein logistischer Raum formal definiert werden soll, sodass wesentliche Aspekte logistischer Systeme beschrieben werden können. Ist es möglich, die Raumbegriffe anderer Disziplinen zu adaptieren, und welche Unterschiede ergeben sich aus einer vergleichenden Betrachtung?

Spezifisch stellt sich diese Arbeit die Frage, ob der Raumbegriff der Robotik für die Logistik genutzt werden kann. Kann das Konzept des *Roboters* verallgemeinert aufgefasst werden, sodass es beliebige Objekte und auch den Menschen beinhaltet?

### Der leere Raum

Der Begriff des *leeren Raums* kann umgangssprachlich als ein Raum aufgefasst werden, der *nichts enthält*. Im Gegensatz dazu enthält ein Logistiksystem eine Infrastruktur sowie physische Objekte, deren Bewegung zur logistischen Hauptaktivität gehört. Wenn der leere Raum keine Objekte enthält, dann steht dieser Zustand im Widerspruch zur Leistungserbringung des logistischen Systems, für die möglichst viele Objekte in kurzer Zeit hindurchbewegt werden müssen, also der Raum eigentlich möglichst gefüllt sein sollte.

Dementsprechend kann es von Vorteil sein, den leeren Raum dynamisch zu betrachten. Die bewegten Dinge treten in den Raum ein, werden bewegt und verlassen den Raum wieder. Damit ist der leere Raum Ausgangszustand und zugleich Endzustand der logistischen Aktivität.

Damit stellt sich die Frage, ob sich der leere Raum nur auf den Teil eines logistischen Systems bezieht, der für Objektbewegungen verwendet wird. In diesem Sinne kann der leere Raum als *frei von Hindernissen* im Sinne der Bewegungsplanung gedacht werden. Diese Hindernisse beinhalten offensichtlich bauliche Strukturen sowie die Infrastruktur des Logistiksystems. Zusätzlich zu diesen statischen Hindernissen kinematischer Art können dynamische Hindernisse die Freiheit einschränken. Dazu zählen Objekte und Menschen, die sich im Raum bewegen.

Neben dynamischen und statischen Hindernissen kann die Bewegungsfreiheit auch durch algorithmische Strukturen eingeschränkt werden. Fest vorgegebene Fahrwege oder gitterbasierte Straßenkarten können den möglichen Raum für eine Objektbewegung beschränken. Insofern steht der leere Raum auch für eine *größtmögliche Bewegungsfreiheit* in Bezug auf die algorithmische Ausführung der Bewegungssteuerung.

Ein weiterer Aspekt ist die Mobilität der lokalen Infrastruktur selbst. Wie zu Anfang dieses Abschnitts beschrieben, ist der ideale Standort eines Logistiksystems und damit der Ort des logistischen Raums nicht dauerhaft festlegbar. Jede fest verbaute Infrastruktur, wie etwa Förderbänder und fest verkabelte Automatisierungstechnik, verhindert eine einfache Verlegung des logistischen Raums. Der leere Raum steht unter diesem Aspekt für die *Abwesenheit fest verbauter Infrastruktur*.

## **Annahmen und Voraussetzungen**

Im Folgenden sollen einige grundlegende Annahmen getroffen werden, auf denen die Hypothesen dieser Arbeit aufbauen. Diese Annahmen werden an dieser Stelle der Arbeit zur besseren Nachvollziehbarkeit beschrieben. Sie gehen auf die oben beschriebenen Prinzipien der Industrie 4.0 ein und fassen wesentliche Aspekte des Grundlagenkapitels zusammen:

- **Der logistische Raum ist ein dezentraler, konsensfähiger Informationsraum.**  
Der Zustand des logistischen Raums bestimmt sich ausschließlich durch dezentrale, lokal erfasste Beobachtungen. Diese Beobachtungsereignisse werden durch Kommunikationsvorgänge mit zeitlicher Verzögerung aggregiert. Je umfassender und zentraler die Aggregation geschieht, desto mehr Zeitverzögerung ergibt sich zwischen dem Abbild der Wirklichkeit und dem tatsächlichen physischen Zustand. Konsensfähigkeit bedeutet, dass es möglich ist, einen allgemein akzeptierten Zustand des Informationsraums zu erreichen, auf dem eine Planung von Objektbewegungen möglich wird. Die technischen Maßnahmen zur Erreichung der Konsensfähigkeit sind Teil des Entwurfs eines logistischen Systems.
- **Kontinuierliche Wahrnehmung des physischen Raums**  
Es wird in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass eine örtlich begrenzte Wahrnehmung physischer Objekte, insbesondere die regelmäßige, in sehr kurzen Zeitabständen erfolgende Bestimmung von Position und Rotation, möglich ist.
- **Örtlich begrenzte Kommunikationsfähigkeit aller in physische Objekte eingebetteten Computersysteme**  
Es gibt eine grundsätzliche, technische Kommunikationsfähigkeit, die es allen eingebetteten Computersystemen erlaubt, örtlich begrenzt Informationen auszutauschen. Diese Kommunikationsfähigkeit unterliegt technischen Beschränkungen, sodass Latenzzeiten und eine beschränkte Datenübertragungsrate berücksichtigt werden müssen. Die Übertragung von Nachrichten ist zuverlässig, sodass eine Nachricht nicht verloren gehen kann. Es wird weder von einer Einhaltung der Reihenfolge von Nachrichten ausgegangen, noch von einer garantierten Übertragungszeit.

Auf Basis dieser Voraussetzungen können die Hypothesen aufgestellt werden. Es sei angemerkt, dass diese Annahmen nicht bedeuten, dass sie für darauf aufbauende Systeme und ihre Algorithmen transparent sind. Im Gegenteil beeinflussen die technischen Einschränkungen von Wahrnehmungs- und Kommunikationsfähigkeit alle weiteren Systeme und müssen zwingend berücksichtigt werden.

## 1.3 Hypothesen

Diese Arbeit untersucht die folgenden Hypothesen zum logistischen Raum. Dabei werden die in den Grundlagen betrachteten Themengebiete verwendet, um eine einheitliche und neue Sicht auf den Entwurf logistischer Systeme zu erarbeiten.

- H1. **Der ideale logistische Raum ist leer, kontinuierlich und kinodynamisch.** Wenn der ideale logistische Raum leer ist, dann ist eine durch die Bewegungsplanung vorgegebene diskrete, gitterbasierte Struktur für die Leistung eines Logistiksystems nachteilig. Kontinuierliche Zustandsvariablen, die Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck abbilden, ermöglichen in der Praxis hohe Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte.
- H2. **Eine axiomatische Definition der Logistik ist auf Basis des Konzepts des idealen logistischen Raums möglich.** Im Gegensatz zu einer Definition der Logistik, die auf der Einordnung und Generalisierung von bekannten Anwendungen und Systemtypen basiert, kann eine axiomatische Definition auf Basis des Konzepts des logistischen Raums entwickelt werden. Eine solche Definition hat den Vorteil, auch für unbekannte, noch nicht entwickelte Technologien gültig zu sein.
- H3. **Es gibt einen effizient durchführbaren Planungsalgorithmus für eine Vielzahl von bewegten Objekten im idealen logistischen Raum.** Es kann ein effizienter, allgemeingültiger Planungsalgorithmus entwickelt werden, der für eine Vielzahl logistischer Objekte die Durchführbarkeit einer konfliktfreien Bewegung sicherstellt (im Sinne einer *Feasibility*, vgl. Unterabschnitt 2.4.1).
- H4. **Eine dezentrale Steuerung logistischer Systeme auf Basis des Planungsalgorithmus lässt sich mit dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings umsetzen.** Das Konzept des Digitalen Zwillings lässt sich durch Spezialisierung anpassen, um die axiomatische Definition der Logistik um die Aspekte Dezentralisierung, Modularität und Skalierbarkeit zu ergänzen.
- H5. **Ein Hochleistungssortiersystem mit klassischer Stetigfördertechnik kann durch einen Schwarm hochdynamischer Transportroboter ersetzt werden.** Es kann nachgewiesen werden, dass ein Transportroboterschwarm auf Basis des entwickelten Planungsalgorithmus die Leistung eines Hochleistungssortiersystems traditioneller Bauart erreicht.

### 1.4 Vorgehen und Struktur

Dem Forschungsziel wird sich sukzessive genähert, indem zunächst die Grundlagen der Logistik sowie der theoretischen Bewegungsplanung in der Robotik beschrieben werden (Kapitel 2). Darauf aufbauend wird eine axiomatische Definition der Logistik entwickelt, deren Kernkonzept der logistische Raum ist. Ergänzt wird das Konzept durch den Cyberphysischen Zwilling als Abstraktion dezentraler Steuerung, virtueller Abbildung und Simulation (Kapitel 3). Anschließend werden in Kapitel 4 die Anforderungen an eine Bewegungsplanung spezifiziert, existierende Arbeiten betrachtet und die Forschungslücke bestimmt. Kapitel 5 widmet sich der Verfahrensentwicklung und Kapitel 6 der Evaluation. Kapitel 7 enthält die Zusammenfassung und den Forschungsausblick.

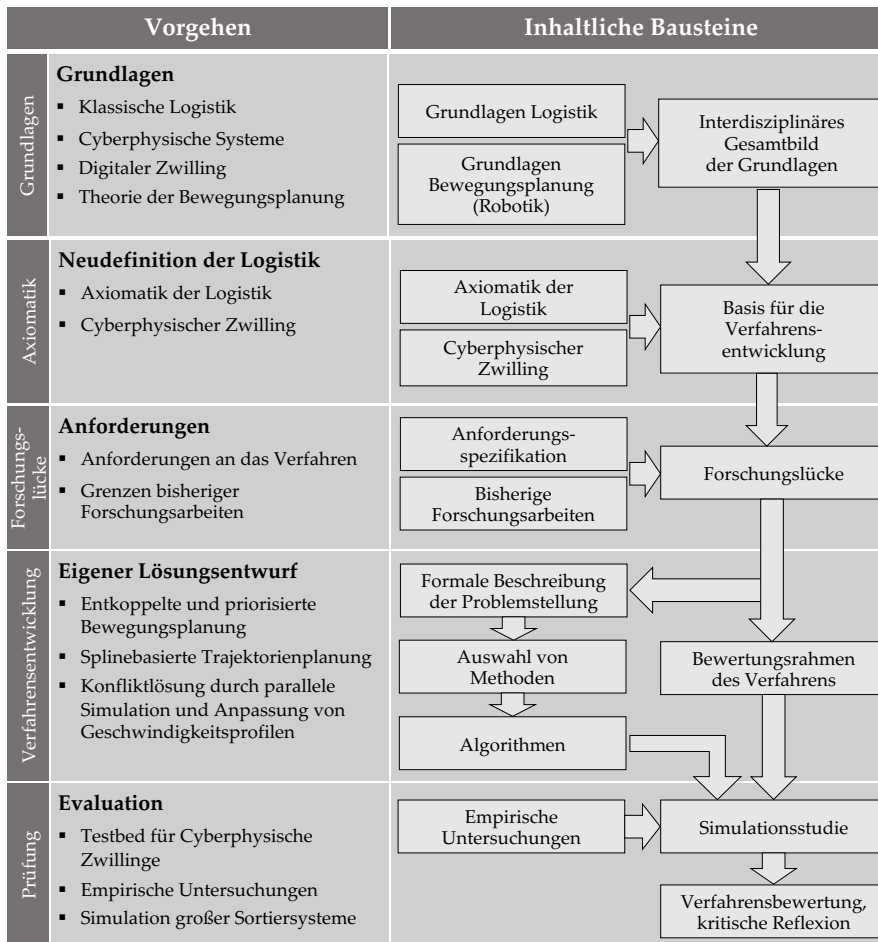


Abb. 1.3 Vorgehen und inhaltliche Struktur der Forschungsarbeit



## Kapitel 2

# Grundlagen

**Zusammenfassung** Das zweite Kapitel erläutert zunächst das Forschungsumfeld und die terminologischen und technologischen Grundlagen dieser Arbeit, insbesondere den engen Zusammenhang zwischen den Fachbereichen der Logistik und der Robotik. Zu Beginn werden die Grundbegriffe der Logistik sowie der innerbetrieblichen Materialflusssteuerung und -simulation eingeführt. Anschließend werden cyberphysische Systeme und verwandte Themenbereiche wie Dezentralisierung und Echtzeitfähigkeit beschrieben. Es wird das Paradigma des Digitalen Zwillings eingeführt. Anschließend widmet sich das Kapitel in einem umfangreichen Abschnitt der Theorie der Bewegungsplanung aus dem Fachbereich der Robotik. Neben der Planung in diskreten Weltmodellen wird insbesondere auf die Planung in kontinuierlichen Weltmodellen unter kinodynamischen Zwangsbedingungen eingegangen.

## 2.1 Logistik

Die Grundbegriffe der Logistik, wie sie für den Zweck dieser Arbeit benötigt werden, stammen im Wesentlichen aus dem ersten Kapitel des *Handbuch Logistik* und sind hier in geeigneter Weise zusammengefasst und kommentiert (vgl. [Arn+08a]). Da diese Begriffe im Laufe der Arbeit teilweise neu definiert werden, beschränkt sich dieser Abschnitt auf die relevanten klassischen Grundbegriffe. Für eine ausführliche Erörterung der klassischen Sichtweise auf die Logistik sei auf das Handbuch oder weitere hier genannte Quellen verwiesen.

Zu den Grundbegriffen gehört das *Logistikobjekt*, das allgemein Waren, Güter, Personen oder Lebewesen bezeichnet. Logistikobjekte werden in *Mengen* quantifiziert, die zu bestimmten *Zeitpunkten* an bestimmten *Orten* existieren (vgl. [Gud10a, S. 3]).

Logistikobjekte und Orte befinden sich in einem *logistischen System*, in dem *logistische Prozesse* durchgeführt werden, die in (Orts-)Veränderungen an den Mengen über die Zeit resultieren. Ein logistisches System dient der grundlegenden Strukturierung und kann selbst wieder Subsysteme enthalten und Teil von Supersystemen sein. Die Bedeutung der Logistik kann daher sehr allgemein als Gestaltung logistischer Systeme und logistischer Prozesse definiert werden (vgl. [Arn+08a, S. 3]).

Darüber hinaus sieht [Arn+08a] ein wesentliches Merkmal in der gezielten *Steuerung* der Prozesse, insbesondere bei der Bewegung von Objekten. Der Austausch von Informationen über die räumliche Distanz ist notwendige Voraussetzung für das Funktionieren des Systems. Jedes logistische System besitzt ein *Informations- und Kommunikationssystem*, dessen Gestaltung zur Logistik gehört.

Ein weiteres klassisches Merkmal der Logistik ist die umfassende Betrachtung aller Prozesse in einem System, dessen Struktur als *Netzwerk* aus Orten und Wegen aufgefasst wird. Die Wege bilden Verbindungslinien, über die sich Objekte bewegen. Alle Bewegungsvorgänge werden als *Fluss* aufgefasst, der gesteuert werden muss.

Nach [Arn+08a] gilt als Besonderheit das *logistische Denken* bei der Gestaltung des Netzwerks, nach dem die Abstimmung aller Prozesse im Hinblick auf das Gesamtsystemverhalten Vorrang vor der Betrachtung einzelner Prozesse hat. Dies erfordert zudem, dass die Grenzen eines logistischen Systems nicht zu eng gesetzt oder zu scharf gezogen werden sollten.

Die klassische Literatur betont bei der Betrachtung der Logistik als Wissenschaftsdisziplin den interdisziplinären Charakter, der zum einen durch die Notwendigkeit zu einer ganzheitlichen Sichtweise begründet wird und zum anderen aus dem spezifisch *physischen* Merkmal der Betrachtungsgegenstände entsteht (vgl. [Arn+08a, S. 4]). Nach [Gud10a, S. 4] hat die Logistik den

Status einer Hilfswissenschaft und ist Gegenstand der Wirtschaftswissenschaften, der Ingenieurwissenschaften und der Informatik.

### Aufgaben und Ziele

Die Aufgabe jedes logistischen Handelns ist die effiziente Bereitstellung der geforderten Quantitäten benötigter Materialien in der richtigen Zusammensetzung zur rechten Zeit am richtigen Ort. Dazu werden Prozesse, Strukturen und Systeme entwickelt und organisiert [Gud10a, S. 3].

Aus der allgemeinen Aufgabenstellung der Logistik ergibt sich die allgemeine Transportaufgabe, die sich mit der Veränderung des räumlichen Daseins von Logistikobjekten befasst (vgl. [Arn+08b], S. 393).

#### *Allgemeine Transportaufgabe*

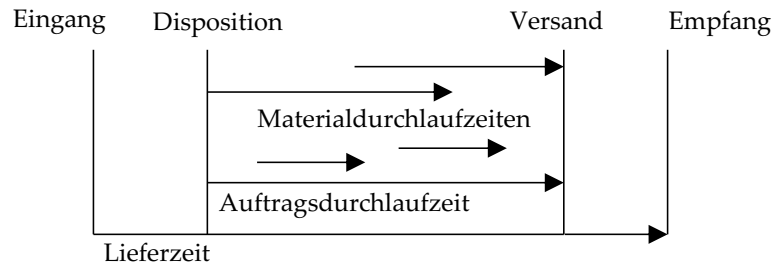
„Ein Transportsystem ist so zu gestalten, zu dimensionieren, zu organisieren und zu disponieren, daß ein bestimmter Beförderungsbedarf unter Berücksichtigung der räumlichen, zeitlichen und technischen Randbedingungen kostenoptimal erbracht wird.“ (vgl. [Gud10b], S. 771)

Nach [Gud10b] besteht das *Gestalten* aus dem Zusammenfügen eines Transportnetzes auf Basis von Transportelementen und der Auswahl geeigneter Transportmittel. Das *Dimensionieren* umfasst die Festlegung der Transportwege in Bezug auf Lage und Länge, das *Organisieren* den allgemeinen Aufbau der Steuerung und das *Disponieren* die Strategien, nach denen Transportaufträge durch Transportmittel ausgeführt werden.

Die Definition quantitativer Ziele erfolgt in der Logistik über Kennzahlensysteme, die hierarchisch aufgebaut sind und eine Menge an Einzelkennzahlen, die untereinander in einer Systematik verknüpft sind, zu sogenannten Spitzenkennzahlen verdichten (vgl. [Arn+08b], S. 398ff). Die Spitzenkennzahlen der Logistik sind

- die Auftrags- und Materialdurchlaufzeit,
- der Lieferservicegrad,
- der Bestand,
- die Umschlaghäufigkeit und
- die Logistikkosten.

In Bezug auf die allgemeine Transportaufgabe ist die Minimierung der Auftrags- und Materialdurchlaufzeit die grundlegende Zielsetzung. In Abbildung 2.1 wird der Zusammenhang zwischen Auftragsabwicklung und Lieferzeit veranschaulicht.



**Abb. 2.1** Zusammenhang von Lieferzeit, Auftragsdurchlaufzeit und Materialdurchlaufzeiten

Die Auftrags- und Materialdurchlaufzeiten beeinflussen direkt den Lieferservicegrad und haben indirekt Einfluss auf den Bestand und die Umschlaghäufigkeit.

#### *Leistung*

Für den allgemeinen Leistungsbegriff in logistischen Systemen sei auf [Arn+08b] verwiesen. Die quantitative Leistung eines Transportsystems ist durch die Anzahl an Aufträgen gekennzeichnet, die über einen begrenzten Zeitraum erfolgreich ausgeführt werden. Der Erfolg wird dabei durch Randbedingungen wie die Einhaltung eines Liefertermins zur Erhöhung des Lieferservicegrads beeinflusst. Eine qualitative Leistung kann über die erfolgreiche Erbringung eines im Voraus vorgegebenen Beförderungsbedarfs definiert werden. Die maximal mögliche Leistung eines Systems, auch Grenzleistung genannt, sollte den maximal erforderlichen Beförderungsbedarf erreichen oder übertreffen.

Generell gilt für klassische Logistiksysteme, dass eine hohe Leistung mit einem erhöhten Bedarf an Fläche und Transportmitteln sowie mit einem hohen Automatisierungsgrad verbunden ist. Die klassischen Systeme mit den höchsten Leistungen zeichnen sich durch eine vollautomatisierte, fest verbaute Infrastruktur aus (siehe in Abschnitt 2.1 das Beispiel der Sortiersysteme).

#### *Kosten*

Die betriebswirtschaftliche Betrachtung der anteiligen Logistikkosten wird über alle logistikrelevanten Kostenstellen abgebildet, die z. B. Disposition, Einkauf und den innerbetrieblichen Transport umfassen und anfallende Kostenarten im Bereich der laufenden Personal-, Betriebsmittel- und Raumkosten berücksichtigen (vgl. [Arn+08b], S. 398ff).

Die Investitionskosten eines Transportsystems werden maßgeblich vom maximalen Beförderungsbedarf bestimmt, der den Flächenbedarf sowie die Anzahl Transportmittel und -elemente beeinflusst, die zur Erreichung der notwendigen Grenzleistung dienen. Ändert sich der Beförderungsbedarf, so entstehen Kosten für Umbau und Erweiterung.

### *Effizienz*

Ein Logistiksystem ist effizient, wenn es seine Anforderungen zu den geringstmöglichen Kosten erfüllt. Im Fall eines vollautomatisierten Transportsystems für hohe Leistungen bedeutet dies, dass die kostenbestimmende Grenzleistung möglichst genau den Beförderungsbedarf abbilden sollte. Die Herausforderung bei der Gestaltung von Transportsystemen ist, diesen optimalen Betriebspunkt höchster Effizienz über einen möglichst langen Zeitraum zu treffen. Dies erfordert bei sich änderndem Beförderungsbedarf eine Flexibilität, die bei vollautomatisierten Systemen mit fest verbauter Infrastruktur schwierig umzusetzen ist. Aus dieser Problemstellung heraus entsteht die Forderung nach wandelbaren Systemen.

### **Wandlungsfähigkeit und Flexibilität**

Der Begriff der Wandlungsfähigkeit stammt aus dem Bereich der Produktionssysteme, kann aber auch gut auf Logistiksysteme angewendet werden. Nach [Nyh10] kann ein System umso schneller und günstiger verändert werden, je wandlungsfähiger es ist. Diese Wandlungsfähigkeit ermöglicht eine investitionsgetriebene Anpassung sogenannter Flexibilitätskorridore, innerhalb derer das System im Regelbetrieb auf unterschiedliche Anforderungen reagieren kann. Die Anforderungen können sich auf verschiedene Dimensionen wie z. B. Stückzahl-, Technologie- oder Produktveränderungen beziehen.

Wie genau die Wandlungsfähigkeit eines Systems umgesetzt wird, fasst [Lan+18, S. 9] zusammen. Es sind Eigenschaften des Systems, die sich auf die individuellen Eigenschaften der physisch enthaltenen Objekte beziehen:

- **Kompatibilität**  
Definierte Schnittstellen ermöglichen die aufwandsarme Integration von Objekten oder Prozessen in das System.
- **Mobilität**  
Objekte können sich lokal uneingeschränkt bewegen.
- **Modularität**  
Das System und seine Objekte bestehen aus standardisierten, voll funktionsfähigen Einheiten.
- **Skalierbarkeit**  
Ein System ist auf Veränderungen der Anzahl an vorhandenen Objekten

innerhalb seiner technischen, räumlichen und organisatorischen Dimensionen vorbereitet.

- **Universalität**

Ein System kann für unterschiedliche Anforderungen verschiedener Objekttypen dimensioniert und gestaltet werden.

Nach [Lan+18] werden diese Eigenschaften für Produktionssysteme bislang vor allem auf die physische Beschaffenheit der Objekte bezogen, während die digitalen Aspekte noch nicht im Fokus stehen.

### Beispiel Sortiersysteme

Von besonderer Bedeutung sind in dieser Arbeit die *Sortiersysteme*, da sie als Anwendungsbeispiel für den Einsatz hochleistungsfähiger Cyberphysischer Zwillinge im Kapitel der Validierung betrachtet werden. Nach [Ver83] hat die Sortierung in logistischen Systemen das Ziel, logistische Objekte nach bestimmten Kriterien auf Zielorte zu *verteilen*. Ein Sortiersystem kann als Subsystem betrachtet werden, dessen Grenzen durch Einschleusbereiche und Ausschleusbereiche gekennzeichnet ist. Über die Einschleusbereiche wird ein ungeordneter Objektstrom in das System eingeleitet, dessen Einzelobjekte individuell identifiziert werden, um anschließend zum bestimmten Ziel transportiert zu werden. Einen guten Überblick über Sortiersysteme im Allgemeinen geben [BJ19] und [Jt12]. Für die Leistungsberechnung kann [Sem15] zu Rate gezogen werden.

Ein wichtiger Einsatzbereich von Sortiersystemen sind die Verteilzentren von Kurier-, Express- und Paketdiensten (KEP). Hier finden sich Anlagen im Hochleistungsbereich in Einsatz, die von 10.000 Paketen pro Stunde bis hin zu 400.000 Paketen pro Stunde sortieren können (vgl. [BJ19, S. 153]).

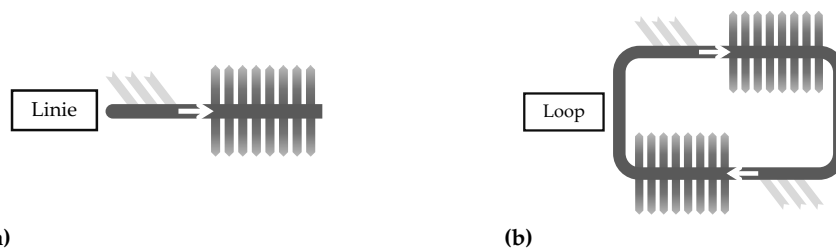


Abb. 2.2 Sortertopologien nach [BJ19, S. 161]

Hochleistungssortiersysteme sind bislang eine Domäne der Stetigfördersysteme und werden üblicherweise anhand ihrer Topologie klassifiziert. Die Linientopologie ist in Abbildung 2.2a dargestellt und wird unter Verwendung von Platten-, Stahl- oder Plastikbändern als Tragmittel ausgeführt. Bei der Schleifentopologie (engl. loop), die in Abbildung 2.2b dargestellt ist,

werden in der Regel segmentierte Tragmittel verwendet, wie etwa beim Kippchalensorter oder beim Quergurtsorter (vgl. [BJ19, S. 160]).

Ein dezentral gesteuertes Sortiersystem, der GridSorter, ermöglicht eine mittlere Sortierleistung von 3.000 bis 10.000 Objekten pro Stunde (vgl. [Fle21]).

### Steuerung eines logistischen Systems

Nach DIN 19233 bezeichnet der Begriff der *Steuerung* einen „[...] Vorgang in einem System, bei dem eine oder mehrere Größen als Eingangsgrößen andere Größen als Ausgangsgrößen aufgrund der dem System eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten beeinflussen“ (vgl. [Deu98]).

Von außen betrachtet sind für logistische Systeme die Eingangsgrößen die Eintrittszeitpunkte und -orte logistischer Objekte in das System sowie die zugehörigen Zielinformationen gegeben. Die Ausgangsgrößen setzen sich durch Austrittszeitpunkte, -orte und Verweildauern zusammen. Die dem logistischen System eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten sind durch seine technischen, räumlichen und organisatorischen Bedingungen bestimmt.

Von innen betrachtet ist ein logistisches System eine Mehrebenensteuerung, wie sie auch aus der Regelungstechnik bekannt ist (siehe Abbildung 2.3, vgl. [Lun10, S. 3])

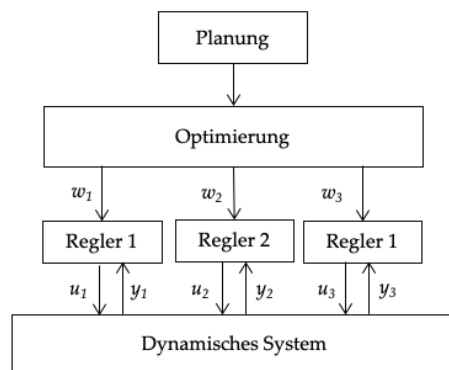


Abb. 2.3 Mehrebenensteuerung der Regelungstechnik nach [Lun10]

Dabei wird der Begriff des *dynamischen Systems* verwendet, dessen Dynamik sich in der zeitlichen Änderung seiner wichtigsten Kenngrößen ausdrückt. Dabei können sowohl technische Anlagen als auch Lebewesen als dynamische Systeme aufgefasst werden. Ein *dynamischer Prozess* bezeichnet die Veränderungen, die sich innerhalb des dynamischen Systems abspielen. Über eine zielgerichtete Beeinflussung wird das System gesteuert (vgl. [Lun10, S. 2]).

Bei der Mehrebenensteuerung, wie sie in Abbildung 2.3 gezeigt ist, unterscheiden sich die einzelnen Ebenen in der Art der zeitlichen Betrachtung. Auf der untersten Ebene befinden sich die sogenannten *Regler*, die das dynamische System direkt beeinflussen. Jeder Regler  $i$  beeinflusst über eine Stellgröße  $u_i$  das dynamische System so, dass ein auf einer Führungsgröße  $w_i$  basierendes Regelziel verfolgt wird, dessen Erreichung über die Messgröße  $y_i$  beobachtet werden kann. Dieser Regelvorgang erfolgt kontinuierlich oder quasi-kontinuierlich, d. h. in sehr kurzen Zeitintervallen. Regler und dynamisches System stehen in ständiger Wechselwirkung und bilden einen geschlossenen Wirkungskreis, den sogenannten *Regelkreis*. Diese unterste Ebene der Steuerung wird *Regelung* genannt und ist Gegenstand der Regelungstechnik (vgl. [Lun10, S. 3]).

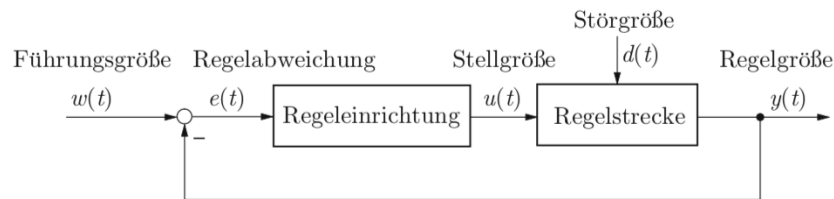


Abb. 2.4 Grundstruktur eines Regelkreises nach [Lun10, S. 4]

Ein weiterer wichtiger Begriff ist die *Regelstrecke*, die zur Grundstruktur eines Regelkreises gehört (siehe Abbildung 2.4). Sie bezeichnet den Teil des dynamischen Systems, der von einem einzelnen Regler innerhalb eines geschlossenen Wirkungskreises kontrolliert wird. Über  $e(t) = w(t) - y(t)$  kann die Regelabweichung bestimmt werden, in deren Abhängigkeit der Regler unter Berücksichtigung der „eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten“ der Regelstrecke und einer eventuellen äußeren Störgröße  $d(t)$  die Stellgröße  $y(t)$  beeinflussen wird.

In einem logistischen System betrifft die Regelung die lokal begrenzte Ortsveränderung logistischer Objekte, insofern kann hier der Begriff der *Regelstrecke* fast wörtlich genommen werden. In [Lun10, S. 7] wird ein logistisches Beispiel für einen manuellen Regelkreis gegeben. Dort ist der Kranführer eines Portalkrans der Regler, der die Bewegung der Laufkatze beeinflusst, an der ein Objekt an einem Seil hängt. Dabei ist neben der gezielten Transportbewegung eine zusätzliche Zielvorgabe, dass das Objekt nicht in Schwingung gebracht werden soll. Der Kranführer besitzt ein aus Erfahrung gelerntes, *mentales Modell* der Regelstrecke, die aus Laufkatze, Seil und Objekt besteht. Durch kontinuierliche Beobachtung aus seiner Kabine heraus kann er die Transportbewegung ohne Schwingung über Änderung der Beschleunigung der Laufkatze steuern. Als zusätzliche Störgröße beeinflusst der Wind die Schwingung des Objekts.



Ein Beispiel für Regelung in einem automatisierten Logistiksystem ist die Einschleusung von Paketen auf einen Kippschalensorter (siehe Abschnitt Sortiersysteme). Hier ist die Messgröße die Belegung der Kippschalen, die sich auf die Einschleusung zubewegen. Das Regelungsziel ist die Bewegung eines Pakets derart, dass es sicher auf einer freien Schale zu liegen kommt. Die Regeleinrichtung besteht aus einem Computer, dessen Programm auf einem *mathematischen Modell* der Regelstrecke beruht und mit Sensoren und Aktoren verbunden ist. Die Beobachtungsfähigkeit ist auf die Messung einer Lichtschranke beschränkt, die sich vor der eigentlichen Einschleusung befindet. Teil des Modells ist das Wissen über die Geschwindigkeit des Sortiersystems, sodass berechnet werden kann, wann genau sich eine leere Kippschale vor der Einschleusung befindet. Die Stellgröße ist die Bewegung eines Förderbandes, dessen Krafteinwirkung das Paket so beschleunigt, dass es im richtigen Moment auf die Kippschale rutscht. Teil der technischen Ausführung der Regelstrecke sind Hilfsmittel für die Geschlossenheit des Wirkungskreises: *Mechanische Zwangsbedingungen*, die über Leitplanken realisiert werden, sichern die Bewegung des Pakets so ab, dass es innerhalb der Regelstrecke bleibt.

Die Besonderheit bei einem logistischen System ist, dass die elementaren Regeleinrichtungen zueinander in räumlicher Beziehung stehen. Jeder Regler hat Nachbarn, mit denen er im Austausch steht. Dabei kann für die Logistik zwischen zwei Fällen unterschieden werden:

- **Der Regler hat einen festen Ort und steuert lokal beschränkt die Bewegung logistischer Objekte in seinem Wirkungsbereich.**

In diesem Fall bilden die Regeleinrichtungen die Knoten und/oder Kanten des logistischen Netzwerks ab. Die logistischen Objekte werden von dem Wirkungsbereich des einen Reglers zum Wirkungsbereich des nächsten Reglers bewegt. Dieser Fall wird in der Logistik mit dem Begriff der *Stetigfördertechnik* bezeichnet, der sich auf den stetigen Objektfluss bezieht. Ein klassisches Beispiel ist ein System aus Förderbändern.

- **Der Regler bewegt sich zusammen mit einem logistischen Objekt durch das Gesamtsystem.**

Hier ist die Regeleinrichtung Teil eines logistischen Objekts, das sich zusammen mit einem oder mehreren logistischen Objekten durch das System bewegt. Die Knoten und Kanten des logistischen Netzes sind hier als Straßen und Kreuzungen zu verstehen. Ein Beispiel ist ein Gabelstapler, der eine Palette transportiert. Dieser Fall wird in der Logistik *Unstetigfördertechnik* genannt.

Die höheren Ebenen bei einer Mehrebenensteuerung der Regelungstechnik haben einen längeren Betrachtungszeitraum und betrachten das offene Gesamtsystem. Dabei haben Planung und Optimierung eine koordinieren-

de Funktion bezüglich der hierarchisch tieferstehenden Regler (siehe Abbildung 2.3). Grundsätzlich gilt: Je höher die Hierarchieebene, desto längerfristiger und komplexer werden die Steuerungsaufgaben (vgl. [Lun10, S. 3]). Für automatisierte Logistiksysteme klassischer Bauart definiert das VDMA-Einheitsblatt 15276 *Datenschnittstellen in Materialflusssystemen* ein Steuerungsmodell, das auf Ebenen basiert (vgl. [Ver94]). Das Modell der Regelungstechnik wird um die Bedeutung der Topologie des Systems ergänzt. So entsprechen die beiden untersten Ebenen *Antriebe und Geber* und *Elementsteuerung* im Prinzip der Reglerebene, jedoch ist hier schon sprachlich angedeutet, dass es sich um lokal beschränkte, elementare, einander ausschließende Wirkungsbereiche handelt. Die höheren Ebenen erweitern die räumliche Zuständigkeit sukzessive von der *Bereichssteuerung* über die *Subsystemsteuerung* bis hin zur *Systemsteuerung*.

### Simulation logistischer Systeme

Nach [Ver10] wird unter dem Begriff der Simulation allgemein „[...] ein Verfahren zur Nachbildung eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind“ verstanden. Dabei werden „Prozesse (Zustandsfolgen in der Zeit) endogen aufgrund der im Modell dargestellten Wirkzusammenhänge und Zeitmechanismen entwickelt“ (vgl. [SK90, S. 437]).

Eine ausführliche Betrachtung der klassischen Simulation logistischer Systeme findet sich in [Wen18]. Ein Anwendungsbeispiel ist der Einsatz während der Planungsphase mit dem Ziel, einen Sicherheitsgewinn, Lösungsverbesserungen und ganz allgemein ein Systemverständnis zu gewinnen, so dass insgesamt ein günstigerer Anlagenbetrieb ermöglicht wird. Die Simulation kann quantifizierbare Charakteristiken verschiedener Lösungsvarianten für ein System liefern und somit die Entscheidungsfindung bei der Planung unterstützen. Im Gegensatz zu mathematisch-analytischen Methoden hat die Simulation den methodischen Vorteil, dass nahezu beliebig komplexe Sachzusammenhänge über die schrittweise Entwicklung von *Zustandsfolgen über die Zeit* abgebildet werden können (vgl. [Wen18, S. 4ff]).

### Zeitmechanismen

Ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal bei Simulationsmethoden sind die verwendeten Zeitmechanismen. Die Abbildung des Zeitverlaufs innerhalb der Simulation geschieht über eine sogenannte Simulationsuhr und wird *Simulationszeit* genannt. Wenn die Simulation rechnergestützt über ein Simulationsprogramm durchgeführt wird, dann kann diese Simulationsuhr durch verschiedene Mechanismen gesteuert werden.

Bei einer Simulation mit *kontinuierlichem Zeitverhalten* wird das Systemverhalten durch eine Menge gekoppelter Differenzialgleichungen beschrieben,

sodass die abhängigen Variablen in einem stetigen Verlauf über die Zeit abgebildet werden (vgl. [Wen18, S. 10ff]).

Im Gegensatz dazu stehen zeitdiskrete Methoden, bei denen die Simulationuhr von Zeitpunkt zu Zeitpunkt springt. Dies geschieht bei der *ereignisdiskreten Simulation* auf Basis von Ereignissen, deren Eintrittszeitpunkte vorberechnet und in einer zentralen Ereignisliste sortiert werden, sodass bei Ablauf der Simulation die korrekte Vorher-Nacher-Beziehung zwischen Ereignissen eingehalten wird.

Im Rahmen dieser Arbeit hat ein weiterer möglicher Zeitmechanismus eine wichtige Bedeutung: Bei der *quasikontinuierlichen Simulation* erfolgt der Zeitfortschritt diskret in kurzen, vorher festgelegten Zeitintervallen. Je kleiner das Zeitintervall festgelegt wird, desto näher ergibt sich eine Abbildung der kontinuierlichen Simulation. Während die meisten am Markt verfügbaren Materialflusssimulatoren den Zeitmechanismus der diskreten ereignisorientierten Simulation verwenden, basieren Simulatoren für geschlossene Regelkreise häufig auf quasikontinuierlichen Abbildungen des Zeitfortschritts (vgl. [Dan14, S. 33]).

## 2.2 Cyberphysische Systeme

Cyberphysische Systeme (CPS) sind Systeme, die sowohl aus Rechen- und Kommunikationseinheiten als auch aus physischen Komponenten bestehen. Ein CPS besteht aus einer Sammlung von Computersystemen, die miteinander kommunizieren und über Sensoren und Aktoren in einem rückgekoppelten Regelkreis mit der physischen Welt interagieren (vgl. [Alu15]). Sie kombinieren daher Rechen- und Kommunikationsfunktionen mit der Überwachung und Steuerung von Anlagen im physischen Bereich.

Eine Entität im CPS besteht aus mehreren Komponenten, die wie folgt klassifiziert werden können: die steuernde Cyberkomponente, die physische Komponente und der Kommunikationskanal zwischen beiden. Die Cyberkomponente besteht aus Hardware, Software und einer Datenschnittstelle, die mit einem Netzwerk und häufig mit der Internet-Infrastruktur verbunden ist. Zu den physischen Komponenten gehören Sensoren und Aktoren. Die Kommunikationskanäle dienen der Übertragung von Daten aus der physischen Umgebung des CPS an die Cyberkomponente und von Befehlen von der Cyberkomponente an die Sensoren und Aktoren (vgl. [NWW21]).

Da es sich um Echtzeitsysteme handelt, haben einige dieser Systeme strenge Anforderungen an die Dienstgüte (Quality of Service, QoS). Aus diesem Grund werden CPS manchmal auch als sicherheitskritische Systeme bezeichnet. Die in der Literatur häufig erwähnten Anwendungen von CPS erstrecken sich über mehrere Bereiche, darunter z. B. Kraftwerke, Strom- und Wasserversorgung, Verkehrssysteme sowie Systeme im Öl- und Gassektor (vgl. [NWW21]).

CPS können sowohl auf synchrone als auch auf asynchrone Weise für gleichzeitige Berechnungen modelliert werden, sie können in kontinuierlicher Zeit für dynamische Systeme modelliert werden, oder sie können diskrete und kontinuierliche Zeitmodelle als Hybridsysteme kombinieren (vgl. [Alu15]).

CPS als wissenschaftliches Thema stützt sich auf eine Vielzahl von Teildisziplinen, darunter modellbasierter Entwurf, Nebenläufigkeitstheorie, verteilte Algorithmen, formale Methoden der Spezifikation und Verifikation, Kontrolltheorie, Echtzeitsysteme und hybride Systeme. Zu den Themen gehören Sicherheits- und Liveness-Anforderungen, temporale Logik, Modellprüfung, deduktive Verifikation, Stabilitätsanalyse linearer Systeme und Echtzeit-Scheduling-Algorithmen. Repräsentative Entwurfsprobleme stammen aus den Bereichen verteilte Algorithmen, Netzwerkprotokolle, Steuerungsentwurf und Robotik (vgl. [Alu15]).

### **CPS als verteilte Systeme mit gemeinsamem Informationsraum**

Ein CPS kann als verteiltes System mit vielen Entitäten konzeptioniert werden. In diesem Fall besteht die Rolle der Cyberkomponente einer Entität zusätzlich darin, dass sie eine Koordination mit anderen Entitäten durchführt. Der Fokus liegt auf der Schaffung eines gemeinsamen *Informationsraums*, der als Basis für die Koordination dient. Die technische Umsetzung des Informationsraums kann auf verschiedene Arten, zentral oder dezentral, ausgeführt sein. In der vollständig dezentralen Ausführung ist der Informationsraum virtuell über alle Entitäten des CPS verteilt und die Koordination wird dementsprechend dezentral durchgeführt.

### **Verteilte CPS in Transportsystemen**

In der Logistik besteht ein CPS aus intelligenten Logistikobjekten, die über eine eigene Cyberkomponente verfügen. Die Transportaufgabe wird gelöst, indem die Bewegungen der Objekte durch eine dezentrale Koordination unter den Entitäten des CPS abgestimmt werden. Bei dieser Abstimmung ist die Fragestellung nach der zeitabhängigen Belegung des Raums durch die Logistikobjekte zu klären, sodass ein konfliktfreier Transport vieler Objekte möglich ist. Dies erfordert ein gemeinsam akzeptiertes Abbild des physischen Raums und einen Mechanismus, der jeden Konfliktfall eindeutig löst.

### **Dezentrale Koordination und Konsens**

Die Grundlage jeder dezentralen Koordination von Entitäten in verteilten CPS bildet das gezielte Zusammenführen und Verteilen von notwendigen Informationen. Damit ein CPS ein konsistentes Gesamtverhalten zeigt, benötigt es ein Verfahren um sicherzustellen, dass alle Entitäten, die an einer Entscheidungssituation beteiligt sind, ihre individuellen Entscheidungen aus derselben Wissensbasis ableiten. Mit dem Begriff des *Konsens* wird bei verteil-

ten Systemen ein grundlegender Systemzustand bezeichnet, bei dem sich alle betroffenen Entitäten auf eine gemeinsame Informationsbasis geeinigt haben (vgl. [Bod+20]). Diese gemeinsame Basis kann als Informationsraum bezeichnet werden. Es gibt zwei Hauptfehler, die bei der dezentralen Koordination auftreten können:

- **Absturz**

Dieser Fehler kann aufgrund von Hardware- und Softwareschäden an einer Entität auftreten. Ein Konsensverfahren sollte robust genug sein, um abgestürzte Knoten unabhängig zu behandeln und zu reparieren, ohne den Betrieb anderer Knoten zu beeinträchtigen.

- **Byzantinische Fehler**

Ein byzantinischer Fehler wird durch eine böswillige Entität erzeugt, die absichtlich gefälschte Nachrichten weiterleitet, um das normale Funktionieren des CPS zu stören. Ein Konsensverfahren sollte in der Lage sein, byzantinische Entitäten im Netz zu erkennen und unter Quarantäne zu stellen.

In Bezug auf diese Arbeit ist insbesondere die Robustheit gegenüber Abstürzen, die im Fall einer zentralen Entscheidungsinstanz einen vollständigen Ausfall des Systems bewirken, von Bedeutung. Dazu ist ein autonomes Verhalten zur Verhinderung eines führungslosen Systemzustands notwendig. Zusätzlich ermöglicht die erfolgreiche Umsetzung einer solchen autonomen *Selbstkonfiguration* der Führungsrolle bei verteilten Entitäten eine automatisierte Skalierbarkeit und eine aufwandsarme Inbetriebnahme.

#### *Vollständig dezentrale Anführerwahl*

An einem klassischen Verfahren der vollständig dezentralen Koordination soll eine Fähigkeit demonstriert werden, mit der autonom eine temporär zentrale Führungsentität bestimmt werden kann. Mit der Methode lässt sich eine Robustheit gegenüber Abstürzen erreichen. Gleichzeitig stellt sie eine Möglichkeit dar, die in bestimmten Fällen notwendige zentrale Koordination innerhalb eines dezentral verteilten Systems bereitzustellen. Das Ziel des Verfahrens ist die Wahl einer Führungsentität. Sollte die Entität abstürzen oder von einem Teil des Netzwerks getrennt werden, können die Entitäten im führungslosen Teil des Netzwerks autonom eine neue Führungsinstanz wählen.

Das *Verfahren der Anführerwahl* (engl. leader election) beschreibt ein Konsensverfahren, bei dem vollständig dezentral eine Entität bestimmt wird, die von allen anderen als führend akzeptiert wird. In [Alu15, S. 60ff] wird ein Lösungsalgorithmus für synchrone Netzwerke beschrieben, der durch das Fluten von Nachrichten zwischen den Entitäten diejenige mit der höchsten Identitätsnummer als Anführer bestimmt. Damit die Suche nach der höchsten

Nummer sicher nach einer endlichen Anzahl von synchronen Übertragungsrunden beendet werden kann, muss die maximale Anzahl an Elementen im Netzwerk bekannt sein. Für den asynchronen Fall wird in [Alu15, S. 163ff] ein Algorithmus beschrieben, der ohne explizite Kommunikationsrunden auskommt und weniger Nachrichten verschickt.

Das Verfahren der Anführerwahl ist von besonderer Bedeutung in dezentralen CPS, da es die Vorteile der Robustheit gegenüber Abstürzen mit der Effizienz einer zentralen Steuerung verbindet. Diese Vorgehensweise bietet sich für zeitkritische Anwendungen an, bei denen eine vorhersehbare Reaktionszeit erforderlich ist.

### **Echtzeitfähigkeit in CPS mit Transportaufgaben**

Der Begriff der *Echtzeitfähigkeit* beschreibt die Eigenschaft eines Systems, das auf äußere Ereignisse in vorbestimmter Zeit reagieren kann. In einzelnen Computersystemen wird diese Fähigkeit durch das Verhalten von Algorithmen bestimmt, die unter den Beschränkungen der Hardware des Laufzeitsystems in vorbestimmter Zeit ein Ergebnis liefern (vgl. [But11]). In verteilten Systemen, in denen die Reaktion von einer Abstimmung unter den betroffenen Entitäten abhängt, wird die Echtzeitfähigkeit zusätzlich vom Kommunikationssystem und den Übertragungsprotokollen beeinflusst.

Im Fall von Transportsystemen besteht die Systemreaktion aus zwei Komponenten: der Bewegungsplanung und ihrer Ausführung im physischen Raum. Je nach Verfahren handelt es sich bei dem übergeordneten Prozess um eine alternierende Sequenz von Teilplanungsprozessen und physischen Teilbewegungen. Ein vollständig echtzeitfähiges Transportsystem garantiert eine vorbestimmte Ankunftszeit für einen Auftrag. Die Herausforderung ist die Abstimmung der Bewegung zwischen vielen gleichzeitigen Aufträgen.

Wenn ein Transportsystem als CPS ausgelegt ist, wird diese Abstimmung dezentral koordiniert. Damit hängt die Echtzeitfähigkeit von einem Konsensverfahren ab, dessen Informationsraum eine allgemein akzeptierte dynamische Belegung des Raums repräsentiert.

## **2.3 Digitaler Zwilling**

Das Konzept des Digitalen Zwillings ist eng verwandt mit dem des CPS. Auch hier stehen drei grundlegende Konzepte im Mittelpunkt: das physische Objekt, das virtuelle Objekt und die Datenschnittstelle dazwischen. Hinzu kommt der Wunsch, eine Ununterscheidbarkeit zwischen physischer und virtueller Welt herzustellen, also eine dauerhafte Zwillingseigenschaft der Objekte durch Datenaustausch zu gewährleisten. Eine abstrahierte und gleichzeitig relevante Abbildung des einzelnen Verhaltens aller physischen Objekte deckt sich mit der Absicht der Simulation, die technischen Vorteile einer virtuellen Welt für die Verbesserung der physischen Welt einzusetzen.

Hinter dem virtuellen Objekt eines Digitalen Zwillings steht ein datengetriebenes Modell, das durch ein axiomatisches System der Anwendungsdomäne definiert ist. Die abstrahierten Eigenschaften der physischen Entität werden über die Datenschnittstelle und durch die sprachlichen Begriffe der Axiomatik in Relation gesetzt. Die Semantik eines Digitalen Zwillings liegt zum einen in der intrinsischen Bedeutung der Axiome, mit denen die definierten Begriffe zueinander in Beziehung gesetzt werden, und zum anderen in der Interpretation des Metamodells der Daten, die über Sensoren bereitgestellt werden.

#### *Hauptaufgabe des Digitalen Zwillings*

Die Hauptaufgabe des Digitalen Zwillings ist der automatisierte Abgleich des Zustands eines physischen Objekts mit seinem virtuellen Abbild. Der Abgleich der Zustände muss eine Qualität erreichen, die eine Anwendung der Ergebnisse von Experimenten am virtuellen Objekt auf das physische Objekt direkt und automatisiert ermöglichen.

Aus der Bedingung des automatisierten gegenseitigen Abgleichs der Zustände folgt, dass ein Digitaler Zwilling zwei Computersysteme beinhaltet. Das erste System ist im physischen Objekt eingebettet und bildet ein CPS. Es besitzt ein oder mehrere technische Verfahren zur Beobachtung sowie die Fähigkeit zur Kommunikation. Auf dem zweiten Computersystem wird das virtuelle Objekt als digitales Abbild des physischen Objekts ausgeführt. Das eingebettete Computersystem wird als ressourcenbeschränkt angenommen, während das Computersystem, in dem das virtuelle Objekt läuft, ohne Beschränkungen gedacht ist.

In Abbildung 2.5 ist der Aufbau eines Digitalen Zwillings skizziert. Auf der linken Seite ist das physische Objekt als Entität in einem verteilten CPS abgebildet. Auf der rechten Seite ist das laufend aktualisierte virtuelle Abbild dargestellt (a), aus dem für die Durchführung von Experimenten eine Kopie erstellt wird (b). Die Trennung zwischen Abbild und Kopie ist notwendig, da alle Änderungen am Abbild direkt zu Änderungen am physischen Objekt führen.

Durch den vollständigen Wegfall der manuellen Datenübertragung wird insbesondere die Gestaltung des Datenempfangs am physischen Objekt relevant. Für das physische Objekt in einem Digitalen Zwilling gelten folgende Bedingungen:

- Daten des virtuellen Objekts müssen am physischen Objekt automatisiert empfangen und verarbeitet werden können. Es ist immer ein CPS oder eine Entität in einem verteilten CPS.

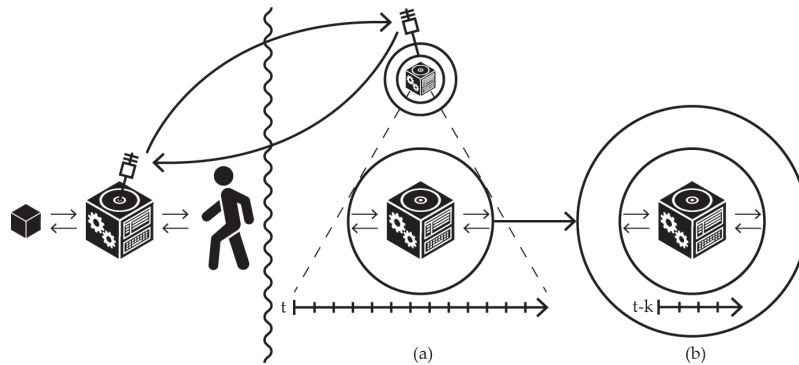


Abb. 2.5 Grundstruktur des Digitalen Zwillings

- Ein physisches Objekt kann nur dann Teil eines Digitalen Zwillings sein, wenn es durch einen technischen Apparat oder ein Verfahren als trennbares Einzelstück erkennbar ist.
- Das erkannte physische Objekt muss eindeutig identifizierbar sein, damit die Daten dem richtigen virtuellen Zielobjekt zugeordnet werden können.

Digitale Zwillinge können in ihrer Größe und Komplexität sehr unterschiedlich sein, das ist im Prinzip durch die sehr allgemein gefasste Metapher vorgegeben. Einen guten Überblick über mögliche Anwendungsfälle gibt [Kri+18].

### Digitale Zwillinge in der Logistik

Die Synchronisierung von Material- und Informationsfluss ist eine der Aufgaben eines logistischen Systems und legt eine Anwendung des Konzepts des Digitalen Zwillings nahe. Dazu kommt, dass die Bedingung der Identifizierbarkeit für physische Objekte in der Logistik vorausgesetzt wird. Jedes physische Objekt wird im Rahmen von Logistikprozessen eindeutig identifizierbar gemacht. Dabei kann es als Einzelstück getrennt von anderen Objekten behandelt und über die Verwendung von identifizierbaren Behältern, Ladehilfsmitteln oder Verpackungen mit anderen Objekten zusammengefasst werden. Der Digitale Zwilling ist in diesem Sinne eine konsequente Weiterentwicklung der allgemeinen Digitalisierung logistischer Prozesse. Ganz allgemein gilt: Immer dann, wenn ein physisches Objekt koordiniert bewegt wird, handelt es sich um einen logistischen Prozess. Dieser Umstand macht die Logistik zu einer Kernanwendung des Digitalen Zwillings.

### Digitale Zwillinge mit kontinuierlicher Wahrnehmungsfähigkeit

Digitale Zwillinge lassen sich im Weiteren durch ihre Wahrnehmungsfähigkeit bezüglich der Innen- und der Außenwelt unterscheiden. In Abbil-



Abbildung 2.6 werden Digitale Zwillinge in verschiedenen Skalierungen dargestellt, die ihren Innenraum beobachten. In Abbildung 2.6a ist dies ein größerer Raum, wie etwa eine Halle, die Menschen und physische Objekte enthält.

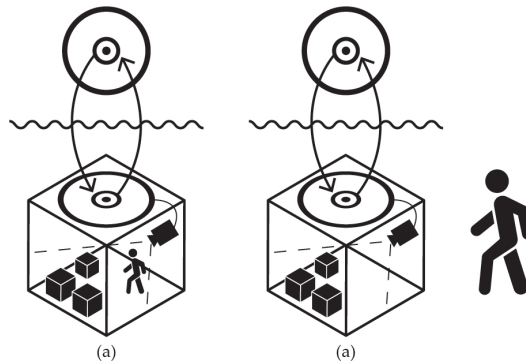


Abb. 2.6 Digitaler Zwilling und Räume in verschiedenen Skalierungen

In Abbildung 2.6b beobachtet ein Behälter seinen Innenraum. In beiden Fällen führt die Beobachtung von Veränderungen im Innenraum des physischen Objekts zu einer Erzeugung von Veränderungsereignissen in der virtuellen Welt. Die Objekte (oder Menschen) sind in diesem Fall keine Digitalen Zwillinge, sondern Teil des übergeordneten Systemzustands.

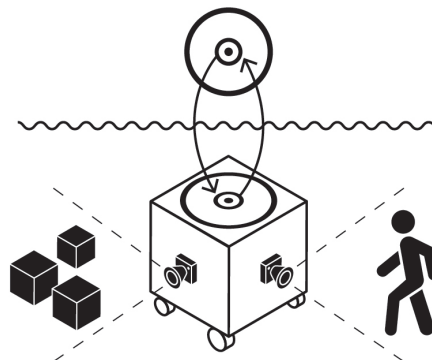


Abb. 2.7 Digitaler Zwilling eines Roboters

In Abbildung 2.7 wird ein mobiler Roboter als Digitaler Zwilling dargestellt, der seine äußere Umgebung beobachtet. Er verändert aufgrund dieser Beobachtungen seinen inneren Zustand, der zum virtuellen Objekt übertragen wird.

## 2.4 Planung und Verwaltung von Objektbewegungen

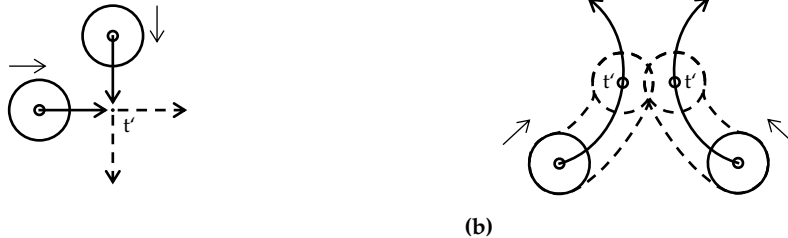
Der Kern dieser Arbeit befasst sich mit der Planung und Verwaltung von Objektbewegungen in der Logistik. Dazu werden die theoretischen Grundlagen der Bewegungsplanung aus der Robotik betrachtet, insbesondere das Konzept des Konfigurationsraums für diskrete und kontinuierliche Weltmodelle. Ein besonderer Fokus liegt auf den Grundlagen und dem Stand der Forschung für die Bewegungsplanung in Multi-Robotersystemen, da diese für logistische Anwendungen von besonderer Bedeutung sind.

### Konflikte bei der Bewegung mehrerer Objekte

Konflikte bei der Bewegung zwischen physischen Objekten werden in der Robotik und bei Fahrerlosen Transportsystemen seit langem untersucht (vgl. [JY94]). Sie können immer dann entstehen, wenn gezielte Bewegungen mehrerer Objekte koordiniert werden müssen.

#### Kollisionen

Kollisionen sind der grundlegende Konflikttyp bei der Bewegung mehrerer Objekte, dessen Auflösung durch Vermeidung ursächlich für alle anderen Konflikttypen ist. Kollisionen können immer dann entstehen, wenn sich zwei Objekte zur gleichen Zeit in den gleichen Ort hineinbewegen. Dabei lassen sich punktuelle Kollisionen, wie sie in Abbildung 2.8 dargestellt sind, identifizieren, die sich durch einen örtlich begrenzten Kollisionsbereich auszeichnen. Dies kann der Kreuzungspunkt zweier Bahnkurven sein (siehe Abbildung 2.8a) oder ein Berührungspunkt der Hüllkurven zweier Objekte (siehe Abbildung 2.8b).



**Abb. 2.8** (a) Kollision durch sich kreuzende Bahnkurven (b) Kollision durch Hüllkurvenüberlappung

Neben punktuellen Kollisionen, die sich auf einen begrenzten Ort beschränken, sind kinematisch bedingte Frontalkollisionen (siehe Abbildung 2.9a) und kinodynamisch bedingte Heckkollisionen (siehe Abbildung 2.9b) zu

unterscheiden. Bei Frontalkollisionen kommt es ohne Richtungsänderung zwingend zu einer Kollision, solange sich mindestens ein Objekt weiterbewegt. Zu einer Heckkollision kommt es nur dann, wenn Geschwindigkeits- oder Beschleunigungswerte nicht rechtzeitig angeglichen werden.



(a)

(b)

Abb. 2.9 (a) Frontalkollision und (b) Heckkollision

Die in Abbildung 2.8 und Abbildung 2.9 dargestellten Situationen sind archetypische Beispiele, die in beliebiger Reihenfolge kombiniert und verkettet werden können. Insbesondere in Situationen, wo sich mehr als zwei Objekte auf begrenztem Raum bewegen, kann das Vermeiden einer ersten Kollision zur nächsten Kollisionsmöglichkeit führen.

Eine Kollision kann im Allgemeinen durch Geschwindigkeitsänderungen vermieden werden, also Beschleunigungs- oder Bremsmanöver, durch Warten im Stillstand oder durch eine Richtungsänderung bzw. ein Ausweichmanöver. Eine Ausnahme bildet die Frontalkollision, die immer ein Ausweichen erfordert. Die Maßnahmen zur Vermeidung von Kollisionen können beliebig kombiniert und verkettet werden.

### Stau

Stau entsteht immer dann, wenn Kollisionen durch Warten im Stillstand vermieden werden. Es kann zwischen *prozessbedingten* Staus und *koordinationsbedingten* Staus unterschieden werden. Die prozessbedingten Wartezeiten entstehen durch den Zwang mehrerer Objekte, einen spezifischen Ort zu besuchen. Wenn innerhalb eines Zeitraums die Anzahl der Ankünfte größer ist als die Anzahl der Abfertigungen, dann entstehen Wartezeiten und damit Stau. Im Gegensatz dazu entstehen *koordinationsbedingte* Staus aus Wartezuständen, die rein durch die Bewegungskoordination verursacht werden. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Es entsteht Stau an einer Zusammenführung der Bahnkurven, obwohl mit den gestrichelten Linien mögliche freie Bewegungsmöglichkeiten aufgezeigt sind.

Durch Stau entstehen physische Warteschlangen im logistischen Raum, die als kinematische Hindernisse auf nicht am Stau direkt beteiligte Objekte

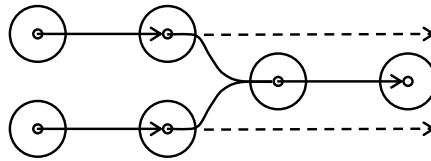


Abb. 2.10 Staubildung durch Warten im Stillstand

wirken. Staueffekte können sich so im Raum ausbreiten, indem immer mehr Objekte warten müssen.

#### *Livelocks und Deadlocks*

Eine besondere Form des Konflikts kann entstehen, wenn die Engstelle oder Ressource, auf die gewartet wird, aufgrund spezifischer Regeln der Bewegungskoordination niemals freigegeben wird.

Zu diesen Fällen gehören sogenannte Livelocks, bei denen ein Objekt unendlich lange wartet, da der zu erreichende Ort durch eine unendliche Kette von höher priorisierten Objekten blockiert wird (siehe Abbildung 2.11).

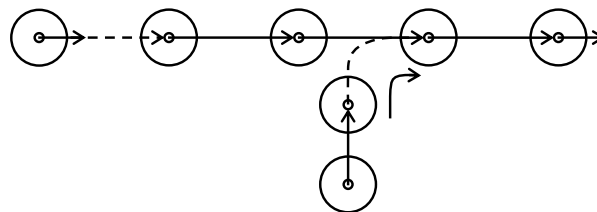


Abb. 2.11 Entstehung eines Livelocks durch unendlich langes Warten auf eine unendlich große Zahl von höher priorisierten Objekten

Eine weitere Art eines solchen Konflikttyps bilden Deadlocks, bei denen durch spezifische Regeln der Bewegungskoordination eine zirkuläre Wartebeziehung entstanden ist. Ein lokaler Deadlock ist in Abbildung 2.12 abgebildet. Er ähnelt der Situation im Straßenverkehr, wo an einer einfachen Kreuzung von allen vier Seiten gleichzeitig Verkehrsteilnehmer ankommen. Hier greift die Rechts-vor-Links-Regelung nicht mehr, da sie zu einer zirkulären Wartebeziehung führt. Es bedarf einer gesonderten Auflösung des lokalen Deadlocks (üblicherweise durch gezielte zusätzliche Kommunikation unter den Teilnehmern).

Während lokale Deadlocks relativ intuitiv zu erkennen sind, ist die Situation bei nichtlokalen Deadlocks beliebig komplex. Hier entstehen die zirkulären Wartebeziehungen zum Beispiel wie in Abbildung 2.13 dargestellt durch ungünstig liegende Warteschlangen.

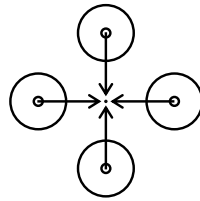


Abb. 2.12 Entstehung eines lokalen Deadlocks

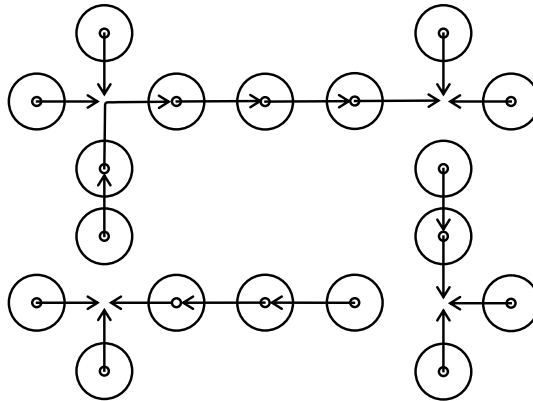


Abb. 2.13 Entstehung eines nichtlokalen Deadlocks

Livelocks und Deadlocks entstehen durch unvollständig definierte Regeln der Bewegungskoordination, insbesondere sind reaktive bzw. lokal entscheidende Verfahren anfällig, da hier notwendiges globales Wissen fehlt.

### Über den Begriff der Schwarmintelligenz

Der Begriff der *Schwarmintelligenz* ist in den vergangenen Jahren auf vielfältige Weise in der Wissenschaft verwendet worden (vgl. [Sun+20], [Yan+17], [NXZ20]). Grundsätzlich lässt sich mit dem Begriff die Übernahme biologischer Prinzipien anhand des Verhaltens von Tieren in die Gestaltung von Algorithmen beschreiben. Dabei werden bestimmte Schwarmverhaltensweisen aus der Natur, wie etwa Vogelschwärme, als Ausgangspunkt verwendet. Schwarmintelligenz kann als Simulation sozialer Verhaltensweisen interpretiert werden, wobei dem kooperativen Aspekt, im Gegensatz zu Methoden der simulierten Evolution, eine besondere Bedeutung zukommt.

Am Ausgangspunkt der wissenschaftlichen Betrachtung von Schwarmintelligenz stehen Arbeiten über die Simulation von Vogelschwärmen, die zu der Erkenntnis kommen, dass durch lokale Beobachtung von Flugnachbarn und durch die Anwendung einfacher Regeln zur Bestimmung der Flugrichtung und -geschwindigkeit einzelner Vögel das komplexe Verhalten eines

gesamten Vogelschwarms nachgebildet werden kann (vgl. [Rey87]).

**Optimierung** In abstrahierter Form wird die simulierte Bewegung von Organismen als Basis für die Partikelschwarmoptimierung verwendet (engl. particle swarm optimization, PSO), die eine Methode für die Optimierung kontinuierlicher, nichtlinearer Funktionen darstellt (vgl. [KE95]). Als Optimierungsmethode existiert Schwarmintelligenz als eine von vielen Heuristiken, um klassische Problemstellungen zu lösen, sodass die biologischen und sozialen Metaphern in den Hintergrund rücken. Hier ist die Position eines Partikels als Teil einer Lösungsinstanz im  $n$ -dimensionalen Suchraum definiert und die Geschwindigkeit als Veränderungsrate dieser Position pro Iterationsschritt des Optimierungsalgorithmus anzusehen (vgl. [Ban19]).

**Lokale Kollisionsvermeidung** Aus Sicht der Robotik kann Schwarmintelligenz als Teil eines Steuerungsverfahrens für Multi-Robotersysteme verstanden werden. Dabei ist die *lokale Kollisionsvermeidung* von einer globalen Bewegungsplanung zu unterscheiden, da der Weg zum Zielpunkt nicht vollständig geplant wird, sondern jeder einzelne Roboter eine individuelle Regelung darstellt, für die in kurzen Zyklen der Geschwindigkeitsvektor angepasst wird. Über Sensoren nimmt jeder Roboter laufend die Nachbarschaftsumgebung wahr und bestimmt den eigenen Geschwindigkeitsvektor unter Berücksichtigung der Anwesenheit und der Geschwindigkeitsvektoren anderer Roboter. Ein wichtiges Merkmal dieser Art der Schwarmsteuerung ist das Prinzip der *Reziprozität*, bei der alle Roboter dieselben Regeln verwenden und somit jeder einzelne Roboter das zukünftige Verhalten anderer Roboter vorhersagen kann. Auf diesem Prinzip basiert das Konzept der *Reciprocal Velocity Obstacles* (RVO) (vgl. [Guy+09]). Eine Weiterentwicklung des Konzepts der RVO sind die sogenannten ORCA Lines, für die gezeigt wurde, dass eine optimale Schwarmsteuerung ohne Kollisionen erreichbar ist (vgl. [van+11b]). Dabei wird von einem holonomischen Bewegungsmodell ausgegangen und es werden keine differentiellen Zwangsbedingungen berücksichtigt. Die Garantie der Kollisionsfreiheit kann daher in bestimmten Situationen zu sehr hohen Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerten führen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Begriff der Schwarmintelligenz vor allem in Bezug auf die logistische Bewegungsplanung, daher eher in der zur Robotik neigenden Interpretation, betrachtet. Die soziale Metapher kann jedoch gerade bei der Mensch-Maschine-Interaktion wieder in den Vordergrund treten (vgl. Social Networked Industry). Bei der Betrachtung der Leistung des logistischen Systems ist die Sichtweise von Seiten der Optimierung von Interesse, da hier insbesondere die Abwägung zwischen der effizienten Zielerreichung des Individuums und der Gesamtsystemleistung besonderer Aufmerksamkeit bedarf.

### 2.4.1 Grundlagen der Bewegungsplanung

Der Großteil der Grundlagen der Bewegungsplanung wird in dieser Arbeit auf Basis des Standardwerks „Planning Algorithms“ von Steve M. LaValle eingeführt (vgl. [LaV06]). Dabei wird das Hauptaugenmerk auf die theoretischen Grundlagen gelegt, die unabhängig von der technischen Ausführung eines Roboters gelten. Das Ziel dieser Grundlagenbetrachtung ist eine Übertragung auf allgemeine logistische Systeme, so dass einige Begriffe geändert werden, um den veränderten Fokus zu unterstreichen:

- Der Begriff des *Roboters* wird durch das allgemeinere *bewegte Objekt* ersetzt. Dies soll eine Erweiterung der Perspektive auf die Übertragung in die Logistik unterstützen, da der Begriff des Roboters im Allgemeingebrauch auf konkrete Ausführungen von Robotern in der Logistik beschränkt ist (z. B. Greifarm-Roboter, Fahrerlose Transportsysteme usw.)
- Mit der gleichen Motivation wird der Fachbegriff *Motion Planning* durch die deutsche Übersetzung *Bewegungsplanung* ersetzt, sodass die Verallgemeinerung der Robotik-Grundlagen auf physische Objekte sprachlich unterstützt wird.
- In den formalen Beschreibungen wird die Variable  $\mathcal{X}$  für den Zustandsraum durch die Variable  $\mathcal{Z}$  ersetzt. Zum einen liegt dies näher am deutschen Begriff des Zustandsraums, zum anderen kann so ein Konflikt mit der Bezeichnung der Koordinate  $x$  vermieden werden, die häufig verwendet wird.

**Zustandsraum** Planungsprobleme umfassen einen Zustandsraum, der alle möglichen Situationen erfasst, die auftreten können. Der Zustandsraum kann z. B. die Position und Orientierung eines Roboters darstellen. Es können sowohl diskrete (endliche oder abzählbar unendliche) als auch kontinuierliche (nicht abzählbar unendliche) Zustandsräume auftreten. Der Zustandsraum wird in der Regel implizit durch einen Planungsalgorithmus dargestellt. In den meisten Anwendungen ist die Größe des Zustandsraums (in Bezug auf die Anzahl der Zustände oder die kombinatorische Komplexität) viel zu groß, um explizit dargestellt zu werden.

**Zeit** Alle Planungsprobleme sind ihrer Natur nach dynamisch. Sie beinhalten eine Abfolge von Entscheidungen, die im Laufe der Zeit getroffen werden müssen. Die Zeit kann explizit modelliert werden, wie im Fall eines Transportroboters, dessen Geschwindigkeit und Richtung während seiner Bewegung geplant wird. Die Zeit kann aber auch implizit sein, indem sie einfach die Tatsache widerspiegelt, dass die Aktionen nacheinander erfolgen müssen (logische Zeit). Der genaue Zeitpunkt einer Aktion ist unwichtig, aber die richtige Reihenfolge muss eingehalten werden. Wie im Falle von Zustandsräumen

kann die Zeit entweder diskret oder kontinuierlich dargestellt werden.

**Aktionen** Ein Plan legt Aktionen fest, die den Zustand verändern. Es muss angegeben werden, wie sich der Zustand ändert, wenn die Aktionen ausgeführt werden. Dies kann als zustandsbewertete Funktion für den Fall diskreter Zeit oder als gewöhnliche Differenzialgleichung für kontinuierliche Zeit ausgedrückt werden. Eine explizite Bezugnahme auf die Zeit wird vermieden, wenn direkt ein Pfad durch einen kontinuierlichen Zustandsraum generiert wird.

**Ausgangs- und Zielzustand** Die Lösung eines Planungsproblems beginnt in der Regel in einem bestimmten Ausgangszustand und endet in einem bestimmten Zielzustand (oder einem beliebigen Zustand aus einer Menge von Zielzuständen). Die Aktionen eines Plans werden ausgewählt, um dieses Ziel zu erreichen.

**Planungskriterium** Das Kriterium definiert das gewünschte Ergebnis eines Plans in Bezug auf den Zielzustand und die durchgeführten Aktionen. Üblicherweise werden zwei Kriterien unterschieden:

- **Durchführbarkeit** Ein Plan ist durchführbar, wenn er unabhängig von seiner Effizienz zum Erreichen eines Zielzustands führt.
- **Optimalität** Ein Plan ist optimal, wenn er durchführbar ist und zusätzlich eine spezifizierte Leistung optimiert (z. B. kürzester Weg, schnellster Transport) und darüber hinaus einen Zielzustand herbeiführt.

Bei vielen Bewegungsplanungsproblemen kann das Erreichen der Durchführbarkeit eine große Herausforderung sein. Das Erreichen der Optimalität ist bei den meisten Problemen sehr viel schwieriger. LaValle zufolge konzentriert sich der Großteil der Literatur in der Robotik, der Steuerungstheorie und verwandten Bereichen auf die Optimalität, die jedoch für viele Probleme nicht unbedingt wichtig ist. In der Tat ist es bei vielen Anwendungen, wie z. B. in der Logistik, schwierig, das richtige Kriterium für die Optimierung zu bestimmen. Selbst wenn ein wünschenswertes Kriterium formuliert werden kann, ist es möglicherweise unmöglich, einen praktischen Algorithmus zu entwickeln, der optimale Pläne berechnet. In solchen Fällen sind praktische Lösungen auf jeden Fall besser, als gar keine Lösungen zu haben (vgl. [LaV06] S. 18).

**Plan** Im Allgemeinen ist ein Plan ein Algorithmus, der einem Entscheidungsträger eine bestimmte Strategie oder ein bestimmtes Verhalten vorschreibt. Im einfachsten Fall kann ein Plan eine Abfolge von Handlungen vorschreiben, die zum Erreichen des Zielzustands führen.



**Bewegungsplaner** Ein Bewegungsplaner konstruiert einen Plan und kann im Allgemeinen eine Maschine oder ein Mensch sein. Wenn der Bewegungsplaner Teil einer Maschine ist, wird er als Planungsalgorithmus betrachtet. In Fällen, in denen der Mensch die Bewegungsplanung vornimmt, übernimmt er die Rolle des Algorithmus.

### 2.4.2 Bewegungsplanung in diskreten Weltmodellen

Die gitterbasierte diskrete Bewegungsplanung basiert auf einem einfach zu beschreibenden Weltmodell, dessen Zustandsraum in vielen Fällen endlich ist. Daher sind keine geometrischen Modelle oder Differenzialgleichungen erforderlich, um diskrete Planungsprobleme zu charakterisieren. Die Grundidee ist, dass jede unterschiedliche Situation der Welt als ein Zustand  $z$  angenommen wird und die Menge aller möglichen Zustände den Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  bildet. Für die diskrete Planung ist es wichtig, dass diese Menge abzählbar ist (vgl. [LaV06] S. 28ff).

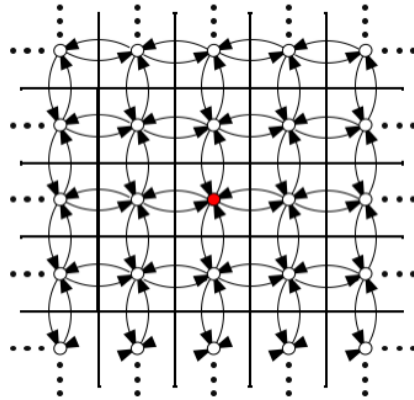
Das Weltmodell kann durch die Anwendung von Aktionen, die vom Bewegungsplaner ausgewählt werden, transformiert werden. Jede Aktion  $u$ , wenn sie vom aktuellen Zustand  $z$  aus angewendet wird, erzeugt einen neuen Zustand  $z'$ , der durch eine Zustandsübergangsfunktion  $f$  spezifiziert wird. Mit  $f$  lässt sich die folgende Zustandsübergangsgleichung aufstellen:

$$z' = f(z, u)$$

Mit  $U(z)$  wird der Aktionsraum für jeden Zustand  $z$  bezeichnet, der die Menge aller Aktionen darstellt, die von  $x$  aus angewendet werden können. Für verschiedene  $z, z' \in \mathcal{Z}$  sind  $U(z)$  und  $U(z')$  nicht notwendigerweise disjunkt, da die gleiche Aktion in mehreren Zuständen anwendbar sein kann. Die Definition eines Bewegungsplanungsproblems beginnt üblicherweise mit einem Initialzustand  $z_I \in \mathcal{Z}$  und beinhaltet eine Menge von Zielzuständen  $Z_G \subset \mathcal{Z}$ , die zur Lösung des Problems erreicht werden müssen. Die Aufgabe des Bewegungsplaners ist die Suche nach einer geeigneten Sequenz von Aktionen, die einen der Zielzustände erreicht.

Ein typisches Weltmodell für die diskrete Bewegungsplanung geht von einem gitterbasierten Layout aus, bei dem jeder Gitterpunkt ganzzahlige Koordinaten der Form  $(x, y)$  hat. Innerhalb dieses Modells kann ein Bewegungsobjekt diskrete Schritte in eine von vier Richtungen (Norden, Süden, Osten, Westen) machen, wobei jeder Schritt eine Koordinate erhöht oder verringert. Die Bewegungen und der zugehörige Zustandsübergangsgraph sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Man kann sie sich als einzelne Schritte auf einem unendlichen Fliesenboden vorstellen.

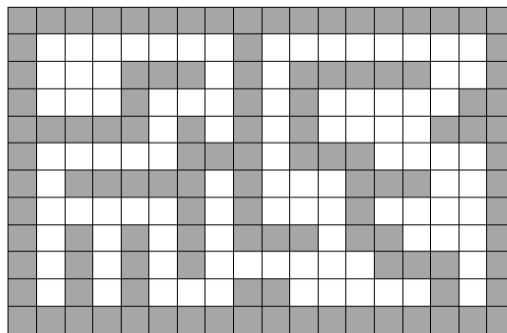
Die Zustandsmenge  $\mathcal{Z}$  in diesem Weltmodell sei die Menge aller ganzzahligen Paare der Form  $(x, y)$ , wobei  $x, y \in \mathbb{Z}$  ist. Die Aktionsmenge  $U = \{(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)\}$  definiert alle Aktionen, die ausgeführt



**Abb. 2.14** Zustandsübergangsgraph für ein unendliches gitterbasiertes Weltmodell nach [LaV06]

werden können. Im allgemeinen Fall eines unendlichen Gitters gilt für alle  $z \in \mathcal{Z}$  und  $U(z) = U$ . Die Zustandsübergangsgleichung lautet  $f(z, u) = z + u$ , wobei  $z \in \mathcal{Z}$  und  $u \in U$  als zweidimensionale Vektoren zur Addition behandelt werden. Wenn zum Beispiel  $z = (9, 2)$  und  $u = (0, -1)$ , dann ist  $f(z, u) = (9, 1)$ .

Grenzen und Hindernisse können zum Weltmodell hinzugefügt werden, indem Gitterpunkte gesperrt werden. Für die nicht blockierten benachbarten Gitterpunkte wird die Aktionsmenge  $U(z)$  so reduziert, dass keine Bewegung in das Hindernis hinein möglich ist. Eine äußere Begrenzung kann durch Einschließen einer begrenzten Region entworfen werden, was dazu führt, dass  $X$  endlich wird.



**Abb. 2.15** Gitterbasiertes Weltmodell mit Hindernissen und Außengrenze nach [LaV06]

### Suche in gitterbasierten Weltmodellen

Zur Lösung des Bewegungsplanungsproblems durchsucht der Bewegungsplaner den Zustandsübergangsgraphen nach einer durchführbaren Sequenz von Aktionen, die vom Initialzustand in einen Zielzustand führt. Dazu werden graphenbasierte Suchalgorithmen verwendet, die die Knoten des Graphen entlang seiner Kanten durchsuchen. Wichtig bei der Auswahl eines Suchalgorithmus ist, dass er systematisch vorgeht und jeden Knoten des Zustandsübergangsgraphen betrachtet.

Neben der klassischen Tiefen- und Breitensuche sind insbesondere der Algorithmus von Dijkstra sowie der  $A^*$ -Algorithmus zu nennen. Die letztgenannten haben den Vorteil, dass sie nicht nur einen durchführbaren Plan finden, sondern auch einen optimalen Plan bestimmen können.

### Multi-Agent Pathfinding in gitterbasierten Weltmodellen

Die Koordination der Bewegung einer Vielzahl von Robotern oder Agenten ist ein jahrzehntealtes Problem der Robotikforschung (siehe Unterabschnitt 2.4.5). Auf Basis eines spezifischen Anwendungsfalls aus der Logistik – es handelt sich um das Kommissioniersystem von Amazon Robotics (ehemals Kiva) – ist in den letzten Jahren das Forschungsfeld zu diesem Thema für diskrete Weltmodelle deutlich weiterentwickelt worden (vgl. [WDM08]). In [SS20] wird ein guter Überblick zur aktuellen Forschung gegeben. Formal wird das Basisproblem als *Multi Agent Path Finding* (MAPF) bezeichnet. Es handelt sich hier um die Aufgabe, einen kollisionsfreien Pfad vom Start zum Ziel für jedes bewegte Objekt zu finden. Formal kann die Problemstellung folgendermaßen beschrieben werden:

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$
- ein diskretisiertes Zeitintervall  $T = [0, t_f] \in \mathbb{N}$ , wobei der Zeitpunkt  $t_f$  als die Zielerreichung des letzten Objekts definiert ist
- die bewegten Objekte, repräsentiert durch  $k$  Agenten  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^k$
- für jeden Agenten  $i$  ein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}_i$  als Diskretisierung von  $\mathcal{W}$  mit  $q_i = (x, y)$  für alle  $q_i \in \mathcal{C}_i$  und  $x, y \in \mathbb{Z}$
- eine grundlegende Menge von Aktionen  $B = \{(0,0), (0,1), (0,-1), (1,0), (-1,0)\}$ , wobei  $b = (0,0)$  das Verbleiben in der selben Konfiguration bedeutet
- eine statische Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{C}$ , die sich niemals ändert
- ein Zustandsraum  $\mathcal{Z}$ , der als kartesisches Produkt  $\mathcal{Z} = \mathcal{C}^1 \times \mathcal{C}^2 \times \dots \times \mathcal{C}^k \times T$  definiert ist
- eine Aktionsmenge  $U$ , die als kartesisches Produkt  $U = B^1 \times \dots \times B^k \times \{1\}$  definiert ist
- eine Zustandsübergangsgleichung  $f(z, u) = z + u$  mit  $z \in \mathcal{Z}$  und  $u \in U$

- eine Hindernisregion in  $\mathcal{Z}$ , die als

$$\mathcal{Z}_{obs} = \left( \prod_{i=1}^k \mathcal{O} \right) \times T \cup \left( \bigcup_{ij, i \neq j} \mathcal{Z}_{obs}^{ij} \right)$$

definiert wird und bei der  $\mathcal{Z}_{obs}^{ij}$  eine dynamische Hindernisregion für ein Agentenpaar  $\mathcal{A}^i$  und  $\mathcal{A}^j$  darstellt

- der freie Zustandsraum  $\mathcal{Z}_{free} = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}$
- ein Initialzustand  $z_{init} \in \mathcal{Z}_{free}$ , der die Initialkonfigurationen

$$z_{init} = \left( q_{init}^1, \dots, q_{init}^k, 0 \right)$$

aller bewegten Objekte beinhaltet

- ein Zielzustand  $z_{ziel} \in \mathcal{Z}_{free}$ , der die Zielkonfigurationen

$$z_{ziel} = \left( q_{ziel}^1, \dots, q_{ziel}^k, t_F \right)$$

aller bewegten Objekte beinhaltet

Die hier gewählte Form der Problembeschreibung orientiert sich an dem Vorgehen bei LaValle und vermeidet eine spezifische Graphstruktur  $G = (V, E)$  zugunsten eines diskretisierten Raums mit einer darauf definierten diskreten Aktionsmenge. Beides ist äquivalent, aber die hier gewählte Form vereinfacht den Übergang und Vergleich zu einem kontinuierlichen Zustandsraum.

Der Zeitfortschritt ist diskret, und in jedem Schritt wählt jeder Agent  $A^i$  eine mögliche Aktion  $b \in B$  aus, wobei er sich entweder in eine benachbarte Gitterzelle bewegt oder in seiner bisherigen Zelle verbleibt. Eine Aktion gilt als *konfliktfrei*, wenn keine zwei Agenten zur gleichen Zeit in derselben Gitterzelle positioniert sind und auch kein direkter Platztausch stattfindet, bei dem sich die Agenten im selben Zeitschritt durcheinander bewegen. Formal ist das über die Definition der dynamischen Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}^{ij}$  beschrieben, die für jedes unterschiedliche Agentenpaar  $A^i, A^j$  mit  $i \neq j$  alle Zustände  $z \in \mathcal{Z}$  beinhaltet, bei denen  $q^i = q^j$ .

Ein vollständiger Algorithmus berechnet für alle Agenten einen konfliktfreien Pfad von der Initialposition bis zum Ziel. Ein optimaler Algorithmus minimiert zusätzlich entweder die Zykluszeit (engl. makespan) oder die Summe der Durchlaufzeiten (engl. flowtime) des Gesamtsystems.

### 2.4.3 Bewegungsplanung in kontinuierlichen Weltmodellen

Die Bewegungsplanung in kontinuierlichen Weltmodellen vermeidet die direkte Diskretisierung des Zustandsraums und nimmt in Kauf, dass dieser nicht mehr explizit abgebildet werden kann, da er un abzählbar unendlich

wird. Sie erfordert eine zusätzliche, manchmal komplexe Transformation zwischen dem kontinuierlichen Weltmodell, in dem ein Plan ausgeführt wird, und dem Raum, in dem die Planung stattfindet.

Diese Trennung von Weltmodell und Planungsraum führt zum Konzept des Konfigurationsraums, dessen Dimensionalität von den Freiheitsgraden des zu bewegenden Objekts abhängt. Über das Konzept des Konfigurationsraums kann die Bewegungsplanung als eine Art von Suche in einem hochdimensionalen Zustandsraum angesehen werden. Eine Komplikation besteht darin, dass Konfigurationsräume eine ungewöhnliche topologische Struktur haben, die korrekt charakterisiert werden muss, damit Planungsalgorithmen korrekt funktionieren. Ein Bewegungsplan kann anschließend als ein kontinuierlicher Pfad im Konfigurationsraum definiert werden.

Auch wenn das Weltmodell kontinuierlich bleibt, transformieren die Planungsalgorithmen das kontinuierliche Modell irgendwann und irgendwie in ein diskretes Modell. Dieser transformierende Prozess der Diskretisierung ist charakteristisch für die Entwicklung verschiedener Algorithmen für spezifische Problemstellungen. LaValle stellt in seinem Grundlagenwerk systematisch verschiedene Ansätze vor. Er stellt fest, dass sich mit kombinatorisch vollständigen Methoden theoretisch praktisch jedes Bewegungsplanungsproblem lösen lässt. In einigen wenigen Fällen lassen sich in der Praxis sehr elegante Lösungen erstellen. Für die Mehrzahl der industriebezogenen Bewegungsplanungsprobleme sind diese Algorithmen jedoch aufgrund ihrer Laufzeiten und Implementierungsschwierigkeiten uninteressant. Im Gegensatz dazu haben stichprobenbasierte Algorithmen einen großen Teil der praktischen Probleme gelöst, auch wenn die Vollständigkeitsgarantien schwächer sind. Ein großer Vorteil ist ihre Effizienz und einfache Implementierung für eine Vielzahl von Anwendungen (vgl. [LaV06] S. 80ff).

### Geometrische Repräsentation und Transformation von Hindernissen und beweglichen Objekten

In einem kontinuierlichen Weltmodell bedarf es einer explizit definierten geometrischen Repräsentation von bewegten Objekten und Hindernissen. Dazu existieren grundsätzlich zwei alternative Ansätze. Entweder werden nur die geometrischen Grenzen betrachtet oder es werden solide Objekte verwendet, deren Punktmengen bestimmt werden. Zunächst wird das Weltmodell als die Menge  $\mathcal{W}$  definiert, deren Dimension in den meisten praktischen Anwendungen auf  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$  (2D-Welt) oder  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^3$  (3D-Welt) beschränkt ist. Des Weiteren enthält diese Welt zwei Arten von Entitäten:

- **Hindernisse** Teile der Welt gelten als dauerhaft belegt (z. B. Wände in einem Gebäude). Die Hindernisregion  $\mathcal{O} \subseteq \mathcal{W}$  beschreibt die Menge aller Punkte, die innerhalb von unbeweglichen Hindernissen liegen.

- **Bewegliche Objekte** Es existiert eine Anzahl von beweglichen Objekten  $0, \dots, n$ , deren physische Körper jeweils über eine Menge an belegten Punkten  $\mathcal{A}_0, \dots, \mathcal{A}_n$  abgebildet sind. Es gilt  $\mathcal{A}_x \in \mathbb{R}^2$  oder  $\mathcal{A}_x \in \mathbb{R}^3$  für die Menge der Punkte, die ein bewegliches Objekt  $x$  belegt, wobei die Dimension von  $\mathcal{A}_x$  mit der Welt  $\mathcal{W}$  übereinstimmt.

Während die unbeweglichen Hindernisse aus  $\mathcal{O}$  durch Polygone oder andere geometrische Modelle abgebildet werden, die effizient in einem Rechner verarbeitet werden können (vgl. [LaV06] S. 82ff), bedarf es bei einem beweglichen Objekt  $\mathcal{A}$  zusätzlich zur Abbildung des Körpers eine Beschreibung seiner Position und Orientierung in  $\mathcal{W}$ . Diese Transformation wird als Funktion  $h : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{W}$  angegeben. Dabei wird der Körper als starr im Sinne der Technischen Mechanik angesehen, sodass nach einer Transformation für jedes Punktpaar in  $\mathcal{A}$  die euklidische Distanz erhalten bleiben muss. Zusätzlich ist gefordert, dass die Orientierung des Objekts erhalten bleibt, da Spiegelbilder nicht erlaubt sind. Grundsätzlich können unterschiedliche Arten von Transformationen über einen zusätzlichen Parametervektor  $q \in \mathbb{R}^n$  definiert werden, sodass  $h(q, a)$  für jeden transformierten Punkt  $a \in \mathcal{A}$  und für das ganze Objekt  $h(q, \mathcal{A}) \subset \mathcal{W}$  gilt. LaValle führt als vereinfachte Schreibweise die Notation  $\mathcal{A}(q)$  ein. Dabei wird erst durch die Transformation  $\mathcal{A}$  in  $\mathcal{W}$  platziert, die Funktion ist technisch gesehen eine orientierungserhaltende isometrische Einbettung (vgl. [LaV06] S. 94). Jeder Punkt  $a \in \mathcal{A}$  wird in einem objektbezogenen Koordinatensystem notiert, während für jeden Punkt  $w \in \mathcal{W}$  das Koordinatensystem des Weltmodells verwendet wird.

Für den für diese Arbeit relevanten Fall  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$  (2D-Welt) beschreibt LaValle die beiden Transformationen der Translation und der Rotation. Ein bewegliches Objekt  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^2$  wird unter Zuhilfenahme des Parameters  $q = (x_t, y_t)$  mit  $x_t, y_t \in \mathbb{R}$  translatorisch bewegt. Die Funktion  $h$  ist in diesem Fall wie folgt definiert:

$$h(x, y) = (x + x_t, y + y_t).$$

Für die Rotation von  $\mathcal{A}$  gegen den Uhrzeigersinn nach einem Winkel  $\theta \in [0, 2\pi)$  wird jeder Punkt  $(x, y) \in \mathcal{A}$  nach folgender Gleichung abgebildet:

$$(x, y) \mapsto (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta).$$

Eine Kombination aus Rotation mit anschließender Translation wird über eine sogenannte homogene Transformationsmatrix abgebildet, die mit

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x_t \\ \sin \theta & \cos \theta & y_t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ausgedrückt werden kann. In vereinfachter Notation lässt sich die Transformation mit  $\mathcal{A}(x_t, y_t, \theta)$  schreiben. Die drei Parameter weisen dabei auch auf die drei Freiheitsgrade des beweglichen Objekts in einer 2D-Welt hin.

Für den hier nicht betrachteten Fall einer 3D-Welt kann das Transformationskonzept im Prinzip übernommen werden, wobei die Rotation deutlich komplexer wird (vgl. [LaV06] S. 97ff).

### Konfigurationsraum

In Abschnitt 2.4.3 wurde nur die grundsätzliche Modellierung und Transformation von Hindernissen und beweglichen Objekten betrachtet. Für die weitere Bewegungsplanung ist eine Definition des Zustandsraums notwendig, über den die Menge der möglichen Transformationen für das zu bewegende Objekt abgebildet wird (vgl. [LaV06] S. 127ff). Das Konzept des *Konfigurationsraums* gehört zu den Grundlagen der Bewegungsplanung in der Robotik und basiert in weiten Teilen auf einer Anwendung von Konzepten der Topologie aus der Mathematik. Der Konfigurationsraum stellt eine Abstraktion des zugrunde liegenden Weltmodells dar und ermöglicht eine allgemeine Beschreibung und Lösung von Problemen der Bewegungsplanung.

#### *Grundlegende topologische Konzepte*

Die grundlegenden topologischen Konzepte werden im Standardwerk von LaValle beschrieben und werden hier nicht vollständig mit allen Beispielen wiedergegeben (vgl. [LaV06] S.127ff). Die wichtigsten Konzepte für die Bewegungsplanung in dieser Arbeit sollen hier genannt werden, damit die folgenden Ausführungen zum Konfigurationsraum darauf aufbauen können.

**Topologischer Raum** Das Konzept des topologischen Raums ermöglicht einen Umgang mit un abzählbaren unendlichen Weltmodellen. Es kann als Generalisierung der Konzepte offener und geschlossener Intervalle in  $\mathbb{R}$  aufgefasst werden. Die in beiden Fällen vorhandenen Grenzpunkte ermöglichen die Bestimmung einer unendlichen Untermenge, ohne die gesamte Menge zu diskretisieren.

Eine Menge  $X$  wird dann *topologischer Raum* genannt, wenn es eine Anzahl von Untermengen von  $X$  gibt, die *offene Mengen* genannt werden und für die folgende Axiome gelten:

- Die Vereinigung einer beliebigen Anzahl von offenen Mengen ist eine offene Menge.
- Die Schnittmenge einer endlichen Anzahl von offenen Mengen ist eine offene Menge.
- Sowohl  $X$  als auch  $\emptyset$  sind offene Mengen.

Für den Fall  $X = \mathbb{R}$  sind erwartungsgemäß offene Intervalle wie  $(0,1)$  ein Beispiel für offene Untermengen.

**Geschlossene Mengen** Eine Untermenge  $C \subset X$  eines topologischen Raums  $X$  ist genau dann eine *geschlossene Menge*, wenn das Komplement  $X \setminus C$  eine offene Menge ist. Ein Beispiel hierfür ist das geschlossene Intervall  $[0,1] \in \mathbb{R}$ , dessen Komplement  $(-\infty,0) \cup (1,\infty)$  eine offene Menge ist.

**Besondere Punkte** Für die Bewegungsplanung sind einige weitere Begriffe, die auf topologischen Räumen definiert werden können, von besonderem Interesse. Sei  $X$  ein topologischer Raum und sei  $U$  eine beliebige Untermenge von  $X$ . Des Weiteren sei  $x$  ein beliebiger Punkt in  $X$ . Die folgenden Begriffe beschreiben die jeweilige Beziehung eines Punktes  $x$  zur Untermenge  $U$ :

- **Innerer Punkt** Wenn es eine offene Menge  $O_1$  mit  $x \in O_1$  und  $O_1 \subseteq U$  gibt, dann wird  $x$  als *innerer Punkt* von  $U$  bezeichnet. Die Menge aller inneren Punkte von  $U$  wird *Inneres* von  $U$  genannt und mit  $\text{int}(U)$  bezeichnet.
- **Außenliegender Punkt** Wenn es eine offene Menge  $O_2$  mit  $x \in O_2$  und  $O_2 \subseteq X \setminus U$  gibt, dann wird  $x$  als *äußerer Punkt* in Bezug auf  $U$  genannt.
- **Randpunkt** Wenn  $x$  weder ein innerer noch ein außenliegender Punkt ist, dann wird er *Randpunkt* genannt. Die Menge aller Randpunkte wird *Rand* von  $U$  genannt und mit  $\partial U$  bezeichnet.
- **Grenzpunkt** Wenn  $x \in \text{int}(U) \vee x \in \partial U$ , dann wird er zusätzlich als *Grenzpunkt* bezeichnet. Die Menge aller Grenzpunkte von  $U$  ist eine geschlossene Menge, die *Abschluss* von  $U$  genannt und mit  $\text{cl}(U)$  bezeichnet wird. Der Abschluss kann durch  $\text{cl}(U) = \text{int}(U) \cup \partial U$  gebildet werden.

Für den Fall  $X = \mathbb{R}$  sind Randpunkte die Endpunkte von Intervallen. Zum Beispiel sind 0 und 1 die Randpunkte der Intervalle  $(0,1)$ ,  $[0,1]$ ,  $[0,0)$  und  $(0,1]$ .

**Hausdorff-Axiom** Sei  $X$  ein topologischer Raum. Wenn es für jedes eindeutige  $x_1, x_2 \in X$  jeweils eine offene Menge  $O_1$  und  $O_2$  gibt, sodass gilt  $x_1 \in O_1$ ,  $x_2 \in O_2$  und  $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ , dann erfüllt  $X$  das Hausdorff-Axiom und wird auch *Hausdorff-Raum* genannt. Das Hausdorff-Axiom ist von grundlegender Bedeutung, da es eine der möglichen *Trennungseigenschaften* in topologischen Räumen beschreibt.

**Kontinuität** Die Definition der Kontinuität lässt sich über eine Funktion  $f : X \mapsto Y$ , die eine Abbildung zwischen den topologischen Räumen  $X$  und  $Y$  beschreibt, einführen. Sei für jede Untermenge  $B \subseteq Y$  das Vorbild durch

$$f^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\}$$



definiert. Dann ist  $f$  *kontinuierlich*, wenn  $f^{-1}(O)$  eine offene Menge für jede offene Menge  $O \subseteq Y$  ist.

**Homöomorphismus** Sei  $f : X \mapsto Y$  eine bijektive Funktion zwischen den topologischen Räumen  $X$  und  $Y$ , dann existiert die inverse Funktion  $f^{-1}$ . Wenn sowohl  $f$  als auch  $f^{-1}$  kontinuierlich sind, dann wird  $f$  ein Homöomorphismus genannt. Wenn es mindestens einen Homöomorphismus zwischen zwei topologischen Räumen gibt, dann werden sie *homöomorph* genannt und können als  $X \cong Y$  geschrieben werden. Implizit ist hierdurch eine Äquivalenzbeziehung auf der Menge topologischer Räume gegeben.

Ein sehr bekanntes Beispiel für zwei homöomorphe topologische Räume sind eine Kaffeetasse mit einem Henkel und ein Donut.

Jedes offene Intervall in  $\mathbb{R}$  ist homöomorph zu jedem anderen offenen Intervall. Zum Beispiel kann  $(0, 1)$  über die kontinuierliche Abbildung  $x \mapsto 5x$  auf  $(0, 5)$  abgebildet werden, wobei  $(0, 1)$  und  $(0, 5)$  als topologische Unterräume von  $\mathbb{R}$  angesehen werden.

### Mannigfaltigkeiten

In der Bewegungsplanung wird das Konzept der Mannigfaltigkeit eingesetzt, damit ein Konfigurationsraum die Eigenschaften der zugrunde liegenden Struktur des Transformationsraums widerspiegelt. Das Konzept der Mannigfaltigkeit kann aus Sicht der Bewegung von physischen Objekten mit der intuitiven Vorstellung von einer Oberfläche verglichen werden, über die sich Objekte bewegen können.

Ein topologischer Raum  $M \subseteq \mathbb{R}^m$  ist eine topologische Mannigfaltigkeit, wenn für jedes  $x \in M$  eine offene Menge  $O \subset M$  existiert, sodass  $x \in O$ ,  $O$  homöomorph zu  $\mathbb{R}^n$  und  $n$  für alle  $x \in M$  festgelegt ist. Die Anforderung der Homöomorphie zu  $\mathbb{R}^n$  bedeutet intuitiv, dass an jedem Punkt  $x \in M$  die gleiche Menge an möglichen Bewegungsrichtungen existiert wie für einen Punkt  $y \in \mathbb{R}^n$ .

**Kartesische Produkte** Seien  $X$  und  $Y$  topologische Räume. Das *kartesische Produkt*  $X \times Y$  definiert einen neuen topologischen Raum. Für jedes  $x \in X$  und  $y \in Y$  wird ein Punkt  $(x, y) \in X \times Y$  generiert. Für jedes mögliche Paar von offenen Mengen in  $X$  und  $Y$  wird eine offene Menge in  $X \times Y$  erzeugt. Aus diesen Mengen können durch Vereinigung oder Schnitt alle weiteren offenen Mengen von  $X \times Y$  erzeugt werden.

Ein gutes Beispiel für ein kartesisches Produkt in der Bewegungsplanung (und in dieser Arbeit) ist  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , das auch als  $\mathbb{R}^2$  geschrieben wird. Im Allgemeinen ist  $\mathbb{R}^n$  äquivalent zu  $\mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R}$ . Viele für die Bewegungsplanung wichtige Mannigfaltigkeiten werden durch kartesische Produkte konstruiert.

**1D-Mannigfaltigkeiten** Die Menge  $\mathbb{R}$  ist das anschaulichste einfache Beispiel für eine eindimensionale Mannigfaltigkeit. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die Mannigfaltigkeit, die durch das offene Einheitsintervall  $(0,1)$  beschrieben wird. Dieses ist homöomorph zu  $\mathbb{R}$ , da jede offene Menge von  $\mathbb{R}$  durch eine einfache Abbildungsfunktion gebildet werden kann.

Eine weitere eindimensionale Mannigfaltigkeit, die nicht homöomorph zu  $(0,1)$  ist, beschreibt einen topologischen Kreis. Sei  $\mathbb{R}^m = \mathbb{R}^2$ , dann sei

$$S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$

Aus topologischer Sicht können alle Mannigfaltigkeiten als topologischer Kreis angesehen werden, die homöomorph zu  $S^1$  sind (vgl. [LaV06] S. 135).

**Identifizierung** Eine weitere Art,  $S^1$  zu definieren, kann über eine sogenannte *Identifizierung* erfolgen. Sei  $X$  ein topologischer Raum, dann sei mit  $X/\sim$  ein topologischer Raum bezeichnet, der in irgendeiner Weise durch eine Identifizierung neu definiert wurde.

Somit kann  $S^1$  als  $[0,1]/\sim$  neu definiert werden und können durch  $0 \sim 1$  die beiden Werte 0 und 1 als äquivalent deklariert werden. Dies hat intuitiv den Effekt, dass die beiden Enden des geschlossenen Einheitsintervalls  $[0,1]$  aneinandergleibt werden. Auf diese Weise kann gezeigt werden, dass  $S^1$  durch eine geeignete Abbildung auch homöomorph zu  $[0,2\pi]$  oder  $[0,360]$  ist. Mit der Mannigfaltigkeit  $S^1$  lässt sich eine Rotation in allgemeiner Weise beschreiben (siehe auch [Que01] S. 44ff).

**2D-Mannigfaltigkeiten** Viele für die Bewegungsplanung wichtige zweidimensionale Mannigfaltigkeiten werden über die Anwendung des kartesischen Produkts auf 1D-Mannigfaltigkeiten erzeugt. Die 2D-Mannigfaltigkeit  $\mathbb{R}^2$  wird über  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  gebildet. Ein unendlicher Zylinder lässt sich mit  $\mathbb{R} \times S^1$  definieren, während ein Torus (die Oberfläche eines Donuts oder einer Kaffeetasse) über  $S^1 \times S^1$  definiert werden kann. Über eine Identifikation lassen sich 2D-Mannigfaltigkeiten erzeugen, die beispielsweise ein *Möbiusband* repräsentieren (vgl. [LaV06] S. 136).

### **Pfade, Homotopie und räumlicher Zusammenhang**

Eine zentrale Fragestellung der Bewegungsplanung ist, ob ein Punkt im Raum von einem anderen Punkt aus erreichbar ist. Dies kann für diskrete Räume durch die Untersuchung des Zusammenhangs des Zustandsgraphen untersucht werden, dessen Kanten die möglichen Zustandsübergänge abbilden. Im kontinuierlichen Raum stellt sich die Frage, ob es einen kontinuierlichen Pfad zwischen zwei Punkten gibt (vgl. [LaV06] S. 139).

**Pfad** Sei  $X$  ein topologischer Raum und in diesem Fall auch eine Mannigfaltigkeit. Ein *Pfad* ist eine kontinuierliche Funktion  $\tau : [0, 1] \rightarrow X$ . Jeder Punkt des Pfades ist durch  $\tau(s)$  mit  $s \in [0, 1]$  gegeben.

**Pfadzusammenhang** Ein topologischer Raum  $X$  gilt als *pfadzusammenhängend*, wenn für alle  $x_1, x_2 \in X$  ein Pfad  $\tau$  existiert, so dass  $\tau(0) = x_1$  und  $\tau(1) = x_2$ .

**Homotopie** Zwei Pfade  $\tau_1$  und  $\tau_2$ , die gemeinsame feste Start- und Endpunkte haben, gelten dann als *homotop*, wenn eine kontinuierliche Funktion  $h : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow X$  existiert, für die folgende Bedingungen erfüllt sind:

- $h(s, 0) = \tau_1(s)$  für alle  $s \in [0, 1]$
- $h(s, 1) = \tau_2(s)$  für alle  $s \in [0, 1]$
- $h(0, t) = h(0, 0)$  für alle  $t \in [0, 1]$
- $h(1, t) = h(1, 0)$  für alle  $t \in [0, 1]$

Der Parameter  $t$  steuert die graduelle Verformung des Pfades von  $\tau_1$  bei  $t = 0$  zu  $\tau_2$  bei  $t = 1$ . Dieser Umstand wird durch die ersten beiden Bedingungen abgesichert. Die letzten beiden Bedingungen bedeuten, dass Start- und Endpunkt unverändert bleiben.

Da  $h$  als kontinuierliche Funktion abgebildet wird, kann während der Verformung der abgebildete Pfad keine diskontinuierlichen Sprünge machen. Für den Fall der Mannigfaltigkeit  $\mathbb{R}^2$  wird dadurch ein Überspringen von Löchern oder Hindernissen verhindert.

**Einfacher und mehrfacher Zusammenhang** Sei  $X$  ein pfadzusammenhängender topologischer Raum. Dann definiert die Homotopie eine Äquivalenzrelation über die Menge aller Pfade, die zwei Punkte  $x_1, x_2 \in X$  miteinander verbinden. Wenn alle Pfade in dieselbe Äquivalenzklasse fallen, dann wird  $X$  als *einfach zusammenhängend* bezeichnet. Andernfalls wird  $X$  als *mehrfach zusammenhängend* bezeichnet.

### Definition des Konfigurationsraums

Der *Konfigurationsraum* soll im Folgenden als Mannigfaltigkeit definiert werden, die aus den möglichen Transformationen entsteht, die ein bewegliches Objekt innerhalb eines Weltmodells ausführen kann. Um ein Bewegungsplanungsproblem zu lösen, wird der Konfigurationsraum durchsucht. Er abstrahiert komplizierte geometrische Modelle und Transformationen spezifischer Systemausprägungen und überführt diese auf das allgemeine Problem der Pfadsuche in einer Mannigfaltigkeit. Algorithmen, die eine Lösung für diese allgemeine Problemstellung bereitstellen, können auf eine Vielzahl von praktischen Problemstellungen angewandt werden.

**Zweidimensionale starre Körper** Da im Fall eines starren Körpers jedes  $x_t, y_t \in \mathbb{R}$  für eine Translation ausgewählt werden kann, ergibt sich hierfür die Mannigfaltigkeit  $M_1 = \mathbb{R}^2$ . Unabhängig davon kann jede Rotation um den Winkel  $\theta \in [0, 2\pi)$  angewendet werden. Da  $2\pi$  und  $0$  die gleiche Transformation darstellen, können sie durch  $2\pi \sim 0$  identifiziert werden. Die daraus entstehende Mannigfaltigkeit  $M_2$  ist homöomorph zu  $S^1$  und stellt die Menge aller 2D-Rotationen dar.

Der Konfigurationsraum  $\mathcal{C} = M_1 \times M_2 = \mathbb{R}^2 \times S^1$  beschreibt alle möglichen Transformationen für starre Körper in einer zweidimensionalen Welt.

### Hindernisse im Konfigurationsraum

Im vorherigen Abschnitt wurde der Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$  ohne Hindernisse betrachtet, sodass alle möglichen Konfigurationen gültig sind. Sobald Hindernisse berücksichtigt werden, müssen sämtliche Konfigurationen, die zu einer Kollision zwischen bewegtem Objekt und Hindernis führen, aus dem Konfigurationsraum entfernt werden.

Sei mit  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$  ein Weltmodell im zweidimensionalen Raum gegeben, das eine Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$  enthält. Des Weiteren wird ein bewegliches Objekt  $\mathcal{A} \subset \mathcal{W}$  angenommen, das als starrer Körper definiert ist.

Sei  $q \in \mathcal{C}$  die Konfiguration von  $\mathcal{A}$ , die mit  $q = (x_t, y_t, \theta)$  definiert ist. Die Hindernisregion  $\mathcal{C}_{obs} \subseteq \mathcal{C}$  wird über

$$\mathcal{C}_{obs} = \{q \in \mathcal{C} \mid \mathcal{A}(q) \cap \mathcal{O} \neq \emptyset\}$$

definiert und beschreibt die Menge der Konfigurationen aus  $\mathcal{C}$ , bei denen sich das transformierte Objekt  $\mathcal{A}(q)$  mit den Hindernissen  $\mathcal{O}$  schneidet. Da  $\mathcal{O}$  und  $\mathcal{A}(q)$  geschlossene Mengen in  $\mathcal{W}$  sind, ist  $\mathcal{C}_{obs}$  eine geschlossene Menge in  $\mathcal{C}$ .

Der übrigbleibende Teil der Konfigurationen wird *freier Raum* genannt und ist als  $\mathcal{C}_{free} = \mathcal{C} \setminus \mathcal{C}_{obs}$  definiert.

**Das Problem des Klaviertransporteurs** Mit dem Problem des Klaviertransporteurs für zweidimensionale Welten wird die klassische Problemstellung der Bewegungsplanung im Allgemeinen beschrieben. Die Komponenten der Problemstellung lassen sich wie folgt auflisten:

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$
- eine Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$
- ein bewegtes Objekt  $\mathcal{A}$ , das in  $\mathcal{W}$  definiert ist
- der Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$ , der durch die Bestimmung aller möglichen Transformationen entsteht, die auf  $\mathcal{A}$  angewendet werden können; die abgeleitete Hindernisregion  $\mathcal{C}_{obs}$  und der freie Raum  $\mathcal{C}_{free}$
- eine Initialkonfiguration  $q_i \in \mathcal{C}_{free}$

- eine Zielkonfiguration  $q_g \in \mathcal{C}_{free}$

Ein vollständiger Algorithmus muss einen kontinuierlichen Pfad  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{free}$  berechnen, sodass  $\tau(0) = q_i$  und  $\tau(1) = q_g$  sind oder die korrekte Rückmeldung geben, dass ein solcher Pfad nicht existiert.

Es wurde gezeigt, dass dieses Problem PSPACE-hart ist, was NP-hart impliziert (vgl. [LaV06] S. 158).

#### Metrische Räume

Eine grundlegende Operation für Algorithmen in der Bewegungsplanung ist die Messung der Distanz zwischen zwei Punkten im Raum. Es ist einfach, den euklidischen Abstand in  $\mathbb{R}^n$  zu definieren. Um eine Abstandsfunktion über einem beliebigen  $\mathcal{C}$  zu definieren, müssen jedoch bestimmte Axiome erfüllt sein, damit sie mit den intuitiven Erwartungen auf der Grundlage des euklidischen Abstands übereinstimmt.

Die folgenden Definitionen und Axiome bilden die Basis für eine Funktion, die einen topologischen Raum zu einem metrischen Raum weiterentwickelt. Ein *metrischer Raum*  $(X, \rho)$  ist ein topologischer Raum  $X$ , über den eine Funktion  $\rho : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  definiert ist, so dass für beliebige Punkte  $a, b, c \in X$  folgende Eigenschaften gelten:

- $\rho(a, b) \geq 0$  (Nicht-Negativität)
- $\rho(a, b) = 0$  genau dann, wenn  $a = b$  (Reflexivität)
- $\rho(a, b) = \rho(b, a)$  (Symmetrie)
- $\rho(a, b) + \rho(b, c) \geq \rho(a, c)$  (Dreiecksungleichheit)

Die Funktion  $\rho$  definiert die Distanzen zwischen zwei Punkten im metrischen Raum, und die vier Bedingungen entsprechen der intuitiven Vorstellung über das Konzept der Distanz. Insbesondere die letzte Bedingung impliziert eine Optimalität von  $\rho$  in dem Sinn, dass die Distanz zwischen zwei Punkten stets weniger oder gleich groß ist als der Weg über einen Zwischenpunkt.

Die wichtigste Familie von Metriken über  $\mathbb{R}^n$  sind die sogenannten  $L_p$ -Metriken, die für ein beliebiges  $p \geq 0$  mit

$$\rho(x, x') = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - x'_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

bestimmt werden können. In dieser Arbeit werden die Metriken für  $p = 1$  und  $p = 2$  verwendet. Sie spielen eine zentrale Rolle bei dem Vergleich von kontinuierlichen Räumen und gitternetzbasierter Räume:

- $L_1$ : Die *Manhattan-Metrik* wird so genannt, da sie in  $\mathbb{R}^2$  mit der Länge eines Pfades korrespondiert, der sich entlang eines achsenausgerichteten Gitters bewegt.

- $L_2$ : die *euklidische Metrik*, die der euklidischen Distanz entspricht

Der Fall  $p = 2$  kann auch über den Betrag eines Vektors ausgedrückt werden, die sogenannte *euklidische Norm*. Für die  $L_2$ -Metrik gilt dann  $\rho(x, y) = \|x - y\|$  (vgl. [LaV06] S. 187).

#### *Kollisionserkennung*

Die Erkennung von Kollisionen zwischen zwei Objekten im Konfigurationsraum ist eine wichtige Komponente bei der Bewegungsplanung. Da in sehr vielen Bewegungsplanungsalgorithmen die meiste Rechenzeit für die Kollisionserkennung aufgewendet wird, erhöht sich die Relevanz der genaueren Betrachtung der Problemstellung. Für den Fall eines zweidimensionalen Weltmodells und konvex geformter Objekte gibt es glücklicherweise einen Algorithmus mit linearer Laufzeit (vgl. [LaV06] S. 209).

**Kollisionserkennung als logisches Prädikat** Kollisionserkennung lässt sich als logisches Prädikat betrachten, das als Funktion  $\phi : \mathcal{C} \rightarrow \{\text{TRUE}, \text{FALSE}\}$  in Erscheinung tritt. Wenn eine Konfiguration  $q \in \mathcal{C}_{obs}$ , dann ist  $\phi(q) = \text{TRUE}$ , andernfalls ist  $\phi(q) = \text{FALSE}$ .

**Abstand zweier Mengen** Neben der grundsätzlichen Information, ob eine Kollision vorliegt, ist auch der Abstand zweier Objekte eine wichtige Information für Planungsalgorithmen. Eine sogenannte *Distanzfunktion* ist als  $d : \mathcal{C} \rightarrow [0, \infty)$  definiert, deren Wert die Distanz im Weltmodell  $\mathcal{W}$  abbildet, die zwischen dem sich am nächsten liegenden Punktpaar aller Punktpaare aus  $\mathcal{A}(q)$  und  $\mathcal{O}$  existiert. Im Allgemeinen ist die *Distanz* zweier geschlossener, begrenzter Teilmengen  $E$  und  $F$  aus  $\mathbb{R}^n$  wie folgt definiert:

$$\rho(E, F) = \min_{e \in E} \left\{ \min_{f \in F} \left\{ \|e - f\| \right\} \right\}.$$

Dabei ist  $\|\cdot\|$  die euklidische Norm. Wenn  $E \cap F \neq \emptyset$ , dann ist  $\rho(E, F) = 0$ .

**Kollisionserkennung in zwei Phasen** Wenn sich in einem Weltmodell eine große Anzahl von Objekten befindet, dann kann es hilfreich sein, die Kollisionserkennung in zwei Phasen zu unterteilen und so die Komplexität und den Berechnungsaufwand einzugrenzen:

- **Weitphase** In der umfassenden *Weitphase* sollen aufwändige detaillierte Berechnungen vermieden werden, indem Objekte ausgeschlossen werden, die weit voneinander entfernt sind. Dies geschieht in der Regel durch vereinfachende Datenstrukturen (Bounding Boxes) oder den Einsatz von Hashing-Methoden.
- **Nahphase** In der *Nahphase* werden individuelle Objektpaare im Detail verglichen, sodass eine genaue Kollisionserkennung durchgeführt wird.

Das Konzept für eine zweiphasige Vorgehensweise basiert auf der Erkenntnis, dass der Berechnungsaufwand für die Bewegungsplanung einen sehr großen Einfluss auf die praktische Anwendbarkeit eines spezifischen Algorithmus haben kann.

**Kollisionserkennung für kontinuierliche Pfade** Kollisionserkennungsalgorithmen stellen fest, ob eine Konfiguration (an einem Punkt im Raum) in  $\mathcal{C}_{free}$  liegt, aber Bewegungsplanungsalgorithmen erfordern, dass ein gesamter Pfad in  $\mathcal{C}_{free}$  abgebildet wird. Die Schnittstelle zwischen der Bewegungsplanung und der Kollisionserkennung beinhaltet in der Regel die Validierung eines Pfadsegments. Dies kann nicht Punkt für Punkt überprüft werden, da dies eine unendlich große Anzahl von Aufrufen des Kollisionserkennungsalgorithmus erfordern würde.

Angenommen, ein Pfad  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}$  muss geprüft werden, um festzustellen, ob  $\tau([0, 1]) \subset \mathcal{C}_{free}$ . Ein üblicher Ansatz besteht darin, das Intervall  $[0, 1]$  stichprobenartig abzutasten und die Kollisionserkennung nur für die Abtastwerte aufzurufen. In der Praxis wird häufig als Auflösung der Abtastrate ein festes  $\Delta q > 0$  als Schrittweite im Konfigurationsraum gewählt. Die Punkte  $t_1, t_2 \in [0, 1]$  werden so gewählt, dass sie nahe genug beieinander liegen, um sicherzustellen, dass  $\rho(\tau(t_1), \tau(t_2)) \geq \Delta q$  ist, wobei  $\rho$  eine Metrik auf  $\mathcal{C}$  ist. Der Wert von  $\Delta q$  wird oft experimentell bestimmt. Ist  $\Delta q$  zu klein, wird viel Zeit mit der Kollisionserkennung vergeudet. Wenn  $\Delta q$  zu groß ist, besteht die Möglichkeit, dass ein dünnes Hindernis auf dem Pfad nicht erkannt wird (vgl. [LaV06] S. 214).

#### 2.4.4 Zeitabhängige Bewegungsplanung

Bislang wurde das Problem der Bewegungsplanung in dieser Arbeit zeitlich unabhängig betrachtet und davon ausgegangen, dass sich genau ein Objekt im Weltmodell bewegt und alle anderen Objekte stationär die Hindernisregion  $\mathcal{O}$  bilden. Wenn jedoch von einem dynamischen Weltmodell ausgegangen wird, in dem Objekte über die Zeit ihren Standort verändern, dann entsteht eine neue Komplexität in der Bewegungsplanung. Das Hinzuziehen der Zeit ermöglicht die Betrachtung kinodynamischer Eigenschaften wie Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie die Koordination der Bewegungsplanung für mehr als ein Objekt.

##### Formale Problemstellung zeitabhängiger Bewegungsplanung

Sei  $T \subset \mathbb{R}$  ein Zeitintervall, das *beschränkt* als  $T = [0, t_f]$  und *unbeschränkt* als  $T = [0, \infty)$  geschrieben werden kann. Dabei ist 0 der Initialzeitpunkt und  $t_f$  der Endzeitpunkt im beschränkten Fall.

Sei der Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  als  $\mathcal{Z} = \mathcal{C} \times T$  definiert, wobei  $\mathcal{C}$  der Konfigurationsraum eines bewegten Objekts wie in Abschnitt 2.4.3 beschrieben ist. Ein

Zustand  $z$  wird als Zustandsvektor  $z = (q, t)$  repräsentiert und besteht aus einer Konfiguration  $q$  und einem Zeitpunkt  $t$  als Komponenten. Die Besonderheit der Zeit ist, dass sie immer voranschreitet. Daher sind insbesondere die Pfade in  $\mathcal{Z}$  gezwungen, sich in der Zeit vorwärts zu bewegen. Im Folgenden soll die formale Problemstellung aus Abschnitt 2.4.3 als zeitabhängige Version dargestellt werden. Die Komponenten können wie folgt aufgelistet werden:

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$
- ein Zeitintervall  $T = [0, t_f]$  oder  $T = [0, \infty)$
- eine Hindernisregion  $\mathcal{O}(t) \subset \mathcal{W}$  für jedes  $t \in T$   
Es wird angenommen, dass die Hindernisregion eine endliche Menge starrer Körper ist, die kontinuierlichen, zeitabhängigen Transformationen unterliegt.
- ein bewegtes Objekt  $\mathcal{A}$  und sein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$
- der Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  als kartesisches Produkt  $\mathcal{Z} = \mathcal{C} \times T$  und ein Zustand  $z$ , der als Zustandsvektor  $z = (q, t)$  repräsentiert wird und aus einer Konfiguration  $q$  und einem Zeitpunkt  $t$  besteht
- eine Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}$  innerhalb des Zustandsraums definiert als  $\mathcal{Z}_{obs} = \{(q, t) \in \mathcal{Z} \mid \mathcal{A}(q) \cap \mathcal{O}(t) \neq \emptyset\}$
- ein freier Raum  $\mathcal{Z}_{free} = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}$  innerhalb des Zustandsraums
- $\mathcal{C}_{obs}(t)$  und  $\mathcal{C}_{free}(t)$  für jedes  $t \in T$  mit  $\mathcal{C}_{obs}(t) = \{q \in \mathcal{C} \mid \mathcal{A}(q) \cap \mathcal{O}(t) \neq \emptyset\}$  und  $\mathcal{C}_{free} = \mathcal{C} \setminus \mathcal{C}_{obs}$
- ein Initialzustand  $z_i \in \mathcal{Z}_{free}$  mit  $z_i = (q_i, 0)$  für eine  $q_i \in \mathcal{C}_{free}(0)$
- eine stationäre Zielkonfiguration  $q_g \in \mathcal{C}$ , die als Zielregion  $\mathcal{Z}_g \subset \mathcal{Z}_{free}$  abgebildet ist, wobei  $\mathcal{Z}_g = \{(q_g, t) \in \mathcal{Z}_{free} \mid t \in T\}$

Ein vollständiger Algorithmus muss einen kontinuierlichen, zeitlich monotonen Pfad  $\tau[0, 1] \rightarrow \mathcal{Z}_{free}$  berechnen, so dass  $\tau(0) = z_i$  und  $\tau(1) \in \mathcal{Z}_g$ , oder korrekt zurückgeben, dass solch ein Pfad nicht existiert. Die zeitliche Monotonie impliziert für jedes Paar  $s_1, s_2 \in [0, 1]$  mit  $s_1 < s_2$ , dass  $t_1 < t_2$  und  $\tau(s_1) = (q_1, t_1)$  sowie  $\tau(s_2) = (q_2, t_2)$ .

In der allgemeinen Problemstellung für zeitabhängige Bewegungsplanung gibt es keine zusätzlichen Beschränkungen für den Pfad  $\tau$ , was bedeutet, dass das Bewegungsmodell unendliche Beschleunigung und unbegrenzte Geschwindigkeit für Objekte zulässt. Die Geschwindigkeit kann sich augenblicklich ändern, aber der Weg durch  $\mathcal{C}$  muss immer kontinuierlich sein.

**Stückweise lineare Bewegung** Ein für diese Arbeit relevantes Beispiel für die Art und Weise, wie eine zeitabhängige Bewegungsplanung umgesetzt werden kann, ist die Verwendung eines *stückweise linearen Bewegungsmodells*,



bei dem die Transformationen von  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{O}$  auf Basis einer stückweise linearen Funktion der Zeit durchgeführt werden. Da es sich um ein lineares Bewegungsmodell handelt, wird ein Punkt  $(x, y)$  durch  $(x + c_1t, y + c_2t)$  mit den Konstanten  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$  transformiert. Bei einer stückweise linearen Funktion können die Konstanten zu einer endlichen Anzahl an kritischen Zeitpunkten geändert werden. Zwischen diesen Zeitpunkten bleibt die Funktion linear (vgl. [LaV06] S. 314).

### Trennung von Bahnplanung und Bewegungssteuerung

Für das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren soll als Grundlage die Methode der *Geschwindigkeitsanpassung* (engl. velocity tuning) beschrieben werden. Die Grundidee besteht darin, die Lösung der Problemstellung in  $\mathcal{C} \times T$  in die *Bahnplanung* und die *zeitliche Bewegungsplanung* aufzuteilen.

Dabei wird davon ausgegangen, dass es stationäre Hindernisse gibt, die durch einen geplanten Pfad  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{free}$  umgangen werden. Dazu werden in der ersten Phase die klassischen Methoden der Bahnplanung ohne zeitliche Abhängigkeiten verwendet.

Die zeitliche Bewegungsplanung wird in der zweiten Phase auf den neu generierten Pfad angewandt. Dies geschieht durch den Entwurf einer Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma : T \rightarrow [0, 1]$ , die für jede Zeit  $t$  die Position des bewegten Objekts  $\mathcal{A}$  auf dem Pfad  $\tau$  beschreibt. Dies wird durch eine Komposition  $\phi = \tau \circ \sigma$  erreicht, die  $T$  über  $[0, 1]$  nach  $\mathcal{C}_{free}$  abbildet. Daher ist  $\phi : T \rightarrow \mathcal{C}_{free}$ . Die Konfiguration zum Zeitpunkt  $t \in T$  ist durch  $\phi(t) = \tau(\sigma(t))$  gegeben (vgl. [LaV06] S. 317).

Sei  $S = [0, 1]$  der Definitionsbereich von  $\tau$ . Dann kann ein Zustandsraum  $\mathcal{Z} = T \times S$  definiert werden, in dem jeder Punkt  $(t, s)$  einen Zeitpunkt  $t \in T$  und eine Position  $s \in [0, 1]$  auf dem Pfad indiziert. Die Hindernisregion wird wie folgt definiert:

$$\mathcal{Z}_{obs} = \{(t, s) \in \mathcal{Z} \mid \mathcal{A}(\tau(s)) \cap \mathcal{O}(t) \neq \emptyset\}.$$

Der freie Raum ist als  $\mathcal{Z}_{free} = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}$  definiert. Die Planungsaufgabe für die Bewegungssteuerung besteht darin, einen kontinuierlichen Pfad  $g : [0, 1] \rightarrow \mathcal{Z}_{free}$  zu finden (vgl. [LaV06] S. 318).

### 2.4.5 Bewegungsplanung für mehrere Objekte

Die Planung der Bewegung mehrerer Objekte in einer Welt  $\mathcal{W}$  erfordert nicht nur die Vermeidung von Kollisionen mit der Hindernisregion  $\mathcal{O}$ , sondern auch die Koordination einer kollisionsfreien Bewegung der Objekte untereinander. Angenommen, es soll die Bewegung von  $m$  Objekten  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^m$  geplant werden. Dann hat jedes Objekt  $\mathcal{A}^i$  einen assoziierten Konfigurationsraum  $\mathcal{C}^i$  und jeweils eine eigene Initialkonfiguration  $q_{init}^i$  und Zielkonfigura-

tion  $q_{\text{ziel}}^i$ .

**Formale Problemstellung** Der Zustandsraum wird so definiert, dass er die Konfigurationen aller bewegten Objekte gleichzeitig abbildet:

$$\mathcal{Z} = \mathcal{C}^1 \times \mathcal{C}^2 \times \dots \times \mathcal{C}^m.$$

Ein Zustand  $z \in \mathcal{Z}$  beinhaltet die Konfiguration aller Objekte und kann als  $z = (q^1, q^2, \dots, q^m)$  geschrieben werden. Die Dimension von  $\mathcal{Z}$  ist durch  $N = \sum_{i=1}^m \dim(\mathcal{C}^i)$  gegeben.

Es gibt zwei Hindernisregionen im Zustandsraum: Die eine entsteht durch die Kollisionen mit statischen Objekten und die andere entsteht mit anderen bewegten Objekten. Für die Kollisionen mit statischen Objekten wird die Hindernisregion für jedes Objekt  $\mathcal{A}^i$  bei  $1 \leq i \leq m$  durch die Untermenge

$$\mathcal{Z}_{obs}^i = \{x \in \mathcal{Z} \mid \mathcal{A}^i(q^i) \cap \mathcal{O} \neq \emptyset\}$$

definiert. Für die Definition der Hindernisregion zwischen den bewegten Objekten kann für jedes Paar  $\mathcal{A}^i$  und  $\mathcal{A}^j$  die Untermenge

$$\mathcal{Z}_{obs}^{ij} = \{z \in \mathcal{Z} \mid \mathcal{A}^i(q^i) \cap \mathcal{A}^j(q^j) \neq \emptyset\}$$

definiert werden. Beide Formeln werden in der folgenden formalen Beschreibung der Problemstellung für die Bewegungsplanung mehrerer Objekte kombiniert (vgl. [LaV06] S. 319):

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$
- eine Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$
- die bewegten Objekte  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^m$
- ein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}^i$  mit  $i$  von 1 bis  $m$  für jedes bewegte Objekt
- ein Zustandsraum  $\mathcal{Z}$ , der als kartesisches Produkt  $\mathcal{Z} = \mathcal{C}^1 \times \mathcal{C}^2 \times \dots \times \mathcal{C}^m$  definiert ist
- eine Hindernisregion in  $\mathcal{Z}$ , die als

$$\mathcal{Z}_{obs} = \left( \bigcup_{i=1}^m \mathcal{Z}_{obs}^i \right) \cup \left( \bigcup_{ij, i \neq j} \mathcal{Z}_{obs}^{ij} \right)$$

definiert wird

Dabei sind  $\mathcal{Z}_{obs}^i$  und  $\mathcal{Z}_{obs}^{ij}$  jeweils die einzelnen Hindernisregionen für statische und bewegte Objekte

- der freie Zustandsraum  $\mathcal{Z}_{free} = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}$
- ein Initialzustand  $Z_{init} \in \mathcal{Z}_{free}$ , der die Initialkonfigurationen  $z_{init} = (q_{init}^1, \dots, q_{init}^m)$  aller bewegten Objekte beinhaltet

- ein Zielzustand  $z_{\text{ziel}}$  in  $\mathcal{Z}_{\text{free}}$ , der die Zielkonfigurationen  $z_{\text{ziel}} = (q_{\text{ziel}}^1, \dots, q_{\text{ziel}}^m)$  aller bewegten Objekte beinhaltet

Die Planungsaufgabe besteht darin, dass ein kontinuierlicher Pfad  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{Z}_{\text{free}}$  berechnet werden muss, so dass  $\tau(0) = z_{\text{init}}$  und  $\tau(1) \in z_{\text{ziel}}$ . Dabei beinhaltet dieser Pfad durch die besondere Konstruktion von  $\mathcal{Z}$  alle einzelnen Pfade im freien Raum aller bewegten Objekte.

Durch diese formal einfache Darstellung wirkt die Problemstellung ähnlich wie die für ein einzelnes bewegtes Objekt. Jedoch wächst die Dimension von  $\mathcal{Z}$  linear mit der Anzahl der bewegten Objekte, während ein vollständiger Algorithmus zur Lösung der Problemstellung im besten Fall eine exponentielle Laufzeit erreichen kann. Selbst für viele stichprobenbasierte Algorithmen kann die Dimension bei vielen Objekten in der Praxis ein Problem darstellen (vgl. [LaV06] S. 320).

### Entkoppelte und priorisierte Planung

Das Konzept der sogenannten *entkoppelten Planung* unterteilt die Problemlösung in mehrere Phasen. Zuerst werden die Bewegungen für die einzelnen Objekte entworfen, wobei die Interaktionen zwischen den bewegten Objekten zunächst ignoriert werden. In der nächsten Phase werden diese Wechselwirkungen berücksichtigt, jedoch sind die Wahlmöglichkeiten für den Algorithmus durch die bereits entworfenen Pfade eingeschränkt. Üblicherweise können Entscheidungen aus der ersten Phase in der zweiten Phase nicht mehr rückgängig gemacht werden. Daher geht die Vollständigkeit des Algorithmus in der Regel verloren. Dennoch liefert die entkoppelte Planung in der praktischen Anwendung gute Ergebnisse, und in einigen Fällen kann die Vollständigkeit wiederhergestellt werden (vgl. [LaV06] S. 322).

Ein einfacher Ansatz für eine entkoppelte Planung besteht darin, die bewegten Objekte nach Priorität zu sortieren und die Objekte mit höherer Priorität zuerst einzeln zu planen. Dieser Ansatz der *priorisierten Planung* geht davon aus, dass die Planung für ein Objekt mit niedriger Priorität alle Objekte mit höherer Priorität als sich bewegende Hindernisse ansieht.

Angenommen, die bewegten Objekte sind durch ihre Indizes in absteigender Reihenfolge durch  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^m$  sortiert. Der Ansatz der prioritären Planung geht induktiv wie folgt vor:

- **Induktionsanfang:** Für das erste Objekt  $\mathcal{A}^1$  wird mit einem der klassischen Algorithmen ein kollisionsfreier Pfad  $\tau_1 : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{\text{free}}^1$  berechnet. Anschließend wird eine Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma_1$  bestimmt, sodass  $\phi_1 = \tau_1 \circ \sigma_1 : T \rightarrow \mathcal{C}_{\text{free}}^1$  berechnet werden kann.
- **Induktionsschritt:** Angenommen, es wurden bereits die Wegzeitfunktionen  $\phi_1, \dots, \phi_{i-1}$  für die Objekte  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^{i-1}$  bestimmt, sodass keine Kollisionen zwischen den Objekten entstehen. Für jedes  $t \in T$  und

$j \in \{1, \dots, i-1\}$  können die Belegungen im Weltmodell  $\mathcal{A}^i(\phi_j(t)) \subset \mathcal{W}$  bestimmt werden, die als Untermenge der Hindernisregion  $\mathcal{O}(t)$  angesehen werden können. Auf dieser Basis werden für das Objekt  $\mathcal{A}^i$  ein neuer kollisionsfreier Pfad  $\tau_i$  und eine Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma_i$  berechnet, die zusammen  $\phi_i = \tau_i \circ \sigma_i$  bilden.

Dieser Ansatz ist nach LaValle in der Praxis erfolgreich, jedoch muss für dieses Verfahren der Verlust der Vollständigkeit des Lösungsraums in Kauf genommen werden (vgl. [LaV06] S. 322).

**Vorgeplante, festgelegte Pfade und der Koordinationsraum** Ein besonderer Fall der priorisierten Planung ist, in der ersten Phase alle Pfade  $\tau_1, \dots, \tau_m$  zu planen und in der zweiten Phase in jedem Induktionsschritt eine Geschwindigkeitsanpassung durch die Bestimmung der Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma_i$  vorzunehmen. Diese Vorgehensweise schränkt die Wahlmöglichkeiten zur Lösungsfindung weiter ein, aber erzeugt ein 2D-Planungsproblem, das einfach zu lösen ist (vgl. [LaV06] S. 322).

Die grundlegende Idee der festgelegten Pfade, die unabhängig von der Geschwindigkeitssteuerung bestimmt werden, wird mit dem Konzept des *Koordinationsraums* weiterentwickelt. Da der eigentliche Konfliktbereich zweier Objekte zylinderförmig und örtlich begrenzt ist, können mit stichprobenbasierten Algorithmen in der Praxis gute Ergebnisse erzielt werden. Eine einfache Methode ist die Verwendung einer gitterbasierten Datenstruktur, um die Suche nach Konfliktbereichen zu unterstützen (vgl. [LaV06] S. 325).

**Festgelegte Straßenkarten und die sichere Garagenkonfiguration** Eine weitere Spezialisierung der festgelegten Pfade ist die Verwendung einer Straßenkarte oder eines topologischen Graphen. Hier kann die einfache Wegfindung über klassische Verfahren wie den Algorithmus von Dijkstra erfolgen. Der resultierende Koordinationsraum ist dann für jedes Objekt eindimensional, da auf den gefundenen kürzesten Pfad begrenzt. Hier ist nicht mehr die Wegfindung das Planungsproblem, sondern die Koordination steht im Fokus der Problembetrachtung.

Ein Weg zu einem vollständigen Algorithmus ist die Einführung des Konzepts der *sicheren Garagenkonfiguration*  $q^i$  für jedes bewegte Objekt  $\mathcal{A}^i$ , in der eine Kollision mit anderen Objekten ausgeschlossen werden kann. Wenn  $q^i$  von jedem Initialzustand  $z_{init}$  erreichbar ist und als Zielkonfiguration verwendet wird, dann kann ein vollständiger Planungsalgorithmus entwickelt werden (vgl. [LaV06] S. 325).

#### 2.4.6 Planung unter differentiellen Zwangsbedingungen

Bei der vorangegangenen Betrachtung der Bewegungsplanung wurde davon ausgegangen, dass ein Weg zwischen zwei beliebigen Konfigurationen ohne

Hindernisse einfach ermittelt werden kann. Der auf Stichproben basierende Ansatz, der Straßenkarten verwendet, geht beispielsweise davon aus, dass zwei nahe zueinander gelegene Konfigurationen im Konfigurationsraum direkt miteinander verbunden werden können. Solche Pfadbeschränkungen sind global in dem Sinne, dass sie sich nur auf die Menge der zulässigen Konfigurationen beziehen, die den freien Konfigurationsraum bilden.

Differenzielle Zwangsbedingungen treten grundsätzlich überall dort auf, wo sich physische Objekte bewegen. Sie ergeben sich aus der Kinematik und Dynamik eines mechanischen Systems und führen dazu, dass die zulässigen Geschwindigkeiten an jedem Punkt lokal begrenzt sind.

Ein gängiger Ansatz besteht darin, sie bei der Bewegungsplanung einfach zu ignorieren und zu hoffen, dass untergeordnete Steuerungstechniken sie so handhaben können, dass ein berechneter Pfad dennoch so genau wie möglich ausgeführt wird. Ein besserer, aber aufwändigerer Ansatz besteht darin, differenzielle Beschränkungen in den Entwurfsprozess einzubeziehen, damit die berechneten Bahnen den natürlichen Bewegungsmöglichkeiten eines mechanischen Systems entsprechen (vgl. [LaV06] S. 713).

**Differenzielle Modellierung** Modelle mit differenziellen Randbedingungen werden im Allgemeinen über

$$\dot{z} = f(z, u)$$

dargestellt. Dies ist das zeitkontinuierliche Gegenstück zur Zustandsübergangsfunktion  $z_{k+1} = f(z_k, u_k)$ . Im Unterschied zur diskreten Version der Funktion liefert  $f(z, u)$  im zeitkontinuierlichen Fall einen Geschwindigkeitsvektor und nicht den nächsten Zustand. Da die Zustandsübergänge nicht diskret betrachtet werden können, wird ein zukünftiger Zustand, der differenziellen Zwangsbedingungen genügt, über die Ableitung nach dem Geschwindigkeitsvektor erzeugt. Daher ist es naheliegend, nur Geschwindigkeiten anzugeben. Dies beruht auf den Konzepten der Tangentenräume und Vektorfelder (vgl. [LaV06] S. 715).

Ein für diese Arbeit relevantes Beispiel für einen solchen *Tangentenraum* kann für die Annahme  $\mathcal{C} = \mathbb{R}^2$  gegeben werden. Eine Konfiguration wird als  $q = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  geschrieben, während ein Geschwindigkeitsvektor als  $(\dot{x}, \dot{y})$  ausgedrückt wird. Jedes  $(\dot{x}, \dot{y})$  ist Element des Tangentenraums  $T_q(\mathbb{R}^2)$ , der als zweidimensionaler Vektorraum an jedem Punkt  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  definiert ist. Zu Abbildung der Zwangsbedingungen wird für jedes  $q \in \mathbb{R}^2$  die Menge der gültigen Geschwindigkeitsvektoren  $U(q) \subset T_q(\mathbb{R}^2)$  gebildet (vgl. [LaV06] S. 716).

Damit das mathematische Konzept der Ableitung nach Position und Zeit im Allgemeinen möglich wird, ist es erforderlich, dass  $\mathcal{C}$  nicht nur eine topologische Mannigfaltigkeit, sondern darüber hinaus auch eine sogenannte

*differenzierbare Mannigfaltigkeit* ist und sich lokal wie ein euklidischer Raum verhält (vgl. [LaV06] S. 716). Damit ergibt sich die Verbindung zur klassischen Mechanik und ihren Teilgebieten. Zur Bewegungsplanung können Modelle der Newtonschen Mechanik, des Lagrange-Formalismus und der Hamiltonschen Mechanik (z. B. chaotische Bewegung von Partikeln) verwendet werden.

Aus der Hamiltonschen Mechanik stammt das Konzept des *Phasenraums*, das dazu genutzt werden kann, Zwangsbedingungen für Ableitungen höherer Ordnung (Beschleunigung, Ruck usw.) auf die Ableitung erster Ordnung, also Beschränkungen der Geschwindigkeit zu reduzieren. Dies wird allerdings durch eine erhöhte Dimension des Zustandsraums erkauft (vgl. [LaV06] S. 715). Das spezifische Konzept der Nutzung von Geschwindigkeitsbeschränkungen als Ersatz für Zwangsbedingungen der Beschleunigung wird in dieser Arbeit verwendet.

### **Stichprobengestützte Planung unter differentiellen Zwangsbedingungen**

Laut LaValle gibt es im Allgemeinen keine kombinatorischen Ansätze für Modelle mit differentiellen Zwangsbedingungen, sodass entsprechende Algorithmen nur in äußerst begrenzten Fällen existieren. Modellen mit differentiellen Zwangsbedingungen fehlen die meisten der nützlichen mathematischen Eigenschaften, die für kombinatorische Ansätze erforderlich sind. Grundsätzlich wird die Entwicklung von Algorithmen durch die Diskretisierung von drei Räumen (Zustandsraum, Aktionsraum und Zeit) erschwert (vgl. [LaV06] S. 713).

Daher sollen in diesem Abschnitt einige Grundlagen und Methoden der stichprobengestützten Bewegungsplanung vorgestellt werden, die differentielle Zwangsbedingungen ermöglichen. Dabei werden die Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den Begriffen der *kinodynamischen Planung* und der *Trajektorienplanung* vorgestellt. Der in der Literatur wichtige Fall der nicht-holonomen Planung wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt und daher hier nicht vorgestellt (vgl. [LaV06] S. 787).

**Formale Problemstellung** Es wird angenommen, dass die differentiellen Zwangsbedingungen in einer Zustandsübergangsgleichung  $\dot{z} = f(z, u)$  auf einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit  $\mathcal{Z}$ , dem Zustandsraum, ausgedrückt werden, der ein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$  oder ein Phasenraum eines Konfigurationsraums sein kann. Eine Lösung wird nicht direkt als Pfad ausgedrückt, sondern durch Integration der Zustandsübergangsgleichung aus einer Aktionstrajektorie abgeleitet.

Die Aktionstrajektorie basiert für den allgemeinen Fall auf dem *Aktionsraum*  $U \subset \mathbb{R}^m$ . Ein Planungsalgorithmus berechnet die Aktionstrajektorie  $\tilde{u}$ , die über die Funktion  $\tilde{u} : [0, \infty) \rightarrow U$  definiert ist. Eine einzelne Aktion

am Zeitpunkt  $t$  wird durch  $u(t) \in U(z(t)) \subset U$  ausgedrückt, womit die Abhängigkeit der möglichen Aktionen vom Zustandsraum abgebildet wird. Es wird angenommen, dass eine terminierende Aktion  $u_T$  verwendet wird, die zu einem Zeitpunkt  $t_F$  angewendet wird.

Die Verbindung zwischen Aktions- und Zustandsraum wird durch folgende Definition einer *Zustandstrajektorie* geschaffen:

$$z(t) = z(0) + \int_0^t f(z(t'), u(t')) dt'$$

integriert die Zustandsübergangsgleichung  $\dot{z} = f(z, u)$  aus dem Initialzustand  $z(0)$ . Mit  $\tilde{z}(z(0), \tilde{u})$  sei die Zustandstrajektorie über alle Zeiten definiert. Wenn  $u$  für jede Zeit  $t$  festgelegt ist, dann definiert  $\dot{z} = f(z, u)$  ein statisches Vektorfeld (vgl. [LaV06] S. 789).

Die formale Problemstellung lässt sich aus den vorherigen Problemstellungen in den Unterabschnitten Abschnitt 2.4.3 und Abschnitt 2.4.4 kombinieren und erweitern:

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^2$
- ein bewegtes Objekt  $\mathcal{A}$
- eine Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$
- ein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$
- ein unbegrenztes Zeitintervall  $T = [0, \infty)$
- ein Zustandsraum  $\mathcal{Z}$ , der als differenzierbare Mannigfaltigkeit definiert ist und der  $\mathcal{Z} = \mathcal{C}$  oder als abgeleiteter Phasenraum von  $\mathcal{C}$  definiert werden kann
- eine Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}$  und der freie Zustandsraum  $\mathcal{Z}_{free} = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}$ , der alle Zustände enthält, die Kollisionen vermeiden und alle Zwangsbedingungen einhalten
- Für jeden Zustand  $z \in \mathcal{Z}$  gibt es einen beschränkten Aktionsraum  $U(z) \subseteq \mathbb{R}^m \cup \{u_T\}$  mit  $m$  als feste Anzahl an *Aktionsvariablen* und  $u_T$  als *Terminierungsaktion*. Sei  $U$  die Vereinigung aller  $U(z)$  über alle  $z \in \mathcal{Z}$ .
- eine Zustandsübergangsgleichung  $\dot{z} = f(z, u)$ , die für alle  $z \in \mathcal{Z}$  und  $u \in U(z)$  definiert ist
- ein Initialzustand  $z_I \in \mathcal{Z}_{free}$
- eine Zielmenge  $\mathcal{Z}_G \subset \mathcal{Z}_{free}$

Ein vollständiger Algorithmus berechnet eine Aktionstrajektorie  $\tilde{u} : T \rightarrow U$ , aus der eine Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  gebildet werden kann, bei der  $z(0) = z_I$  ist, für die ein  $t > 0$  mit  $u(t) = u_T$  existiert und für die es ein  $z(t) \in \mathcal{Z}_G$  gibt (vgl. [LaV06] S. 790).

Eine formale Besonderheit in dieser Problemstellung ist die Verwendung der Terminierungsaktion  $u_T$ . Sobald sie ausgeführt wird, bleibt der erreichte

Zustand unverändert. Dabei wird angenommen, dass die Geschwindigkeitsvektoren in  $\mathcal{Z}_G$  null sind, sodass das physische Objekt nach Durchführung der Bewegung in dieser Endposition verbleibt.

**Komplexität** Die Bewegungsplanung unter differentiellen Zwangsbedingungen gilt als extrem schwierige Problemstellung (vgl. [LaV06] S. 790). Schon die Standardproblemstellung aus Abschnitt 2.4.3 ist PSPACE-hart. Daher sind die überwiegenden praktisch anwendbaren Lösungsansätze stichprobenbasiert.

### Region der unvermeidlichen Kollision

Ein große Herausforderung bei der Bewegungsplanung von hochdynamischen Systemen ist die Berücksichtigung der sogenannten *Region der unvermeidlichen Kollision* (engl. region of inevitable collision, RIC). Diese ist definiert als die Menge von Zuständen  $\mathcal{Z}_{ric}$ , aus denen heraus ein Eintritt in die Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}$  unvermeidlich ist. Wenn sich ein Objekt mit hoher Geschwindigkeit auf ein Hindernis zubewegt, dann wird ab einem Punkt eine Kollision eintreten, unabhängig davon, ob Brems- oder Ausweichmanöver eingeleitet werden. Bei sehr geringen Geschwindigkeiten sind in der Praxis  $\mathcal{Z}_{ric}$  und  $\mathcal{Z}_{obs}$  ungefähr deckungsgleich, da ein Objekt in jedem Fall schnell genug zum Stillstand gebracht werden kann. Bei steigenden Geschwindigkeiten wächst  $\mathcal{Z}_{ric}$  jedoch dramatisch an (vgl. [LaV06] S. 796).

### Kinodynamische Planung und Trajektorienplanung

Der Begriff der *kinodynamischen Planung* bezieht sich auf Planungsprobleme, für die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsgrenzen eingehalten werden müssen. Es handelt sich hierbei um Zwangsbedingungen der zweiten Ordnung auf dem Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$ . Der Begriff der *Trajektorienplanung* wird häufig synonym zur kinodynamischen Planung verwendet. Historisch gesehen verbindet sich mit der Trajektorienplanung ein Ansatz der entkoppelten Planung, bei dem zuerst ein Pfad durch  $\mathcal{C}_{free}$  geplant wird, für den anschließend ein Geschwindigkeitsprofil erstellt wird, das den Zwangsbedingungen genügt (vgl. [LaV06] S. 792).

### Entkoppelte Trajektorienplanung

Schon bei der Betrachtung einfacher dynamischer Planungsprobleme in Abschnitt 2.4.4 und bei der Planung für mehrere Objekte in Abschnitt 2.4.5 wurde die entkoppelte Planung besprochen. Auch wenn sich die Möglichkeiten moderner Hardware für den Einsatz ganzheitlicher Planungsalgorithmen eignen, kann ein entkoppelter Einsatz notwendig werden, wenn Lösungen durch aufwändige numerische Integration, Kollisionserkennung oder hochdimensionale Hindernisregionen zu rechenintensiv werden (vgl. [LaV06] S. 841).



Idealerweise ist das Ziel einer Methode die Erstellung eines Bewegungsplans, der durch eine Regelungseinrichtung direkt ausgeführt werden kann und dabei Hindernisse vermeidet und differenzielle Zwangsbedingungen einhält. Eine besondere Annahme dabei ist, dass der tatsächliche Zustand eines bewegten Objekts zuverlässig und genau gemessen werden kann. Eine typische Vorgehensweise für einen entkoppelten Ansatz wird nach LaValle in vier unterschiedliche Module unterteilt:

- Verwende einen einfachen Planungsalgorithmus zur Bestimmung eines kollisionsfreien Pfades  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{free}$ .
- Transformiere  $\tau$  in einen neuen Pfad  $\tau'$ , der die differenziellen Zwangsbedingungen besser erfüllt. Dies kann beispielsweise durch eine Pfadglättung erfolgen.
- Berechne eine Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma : [0, t_F] \rightarrow [0, 1]$  für  $\tau'$ , sodass  $\tau' \circ \sigma$  einen zeitparametrisierten Pfad durch  $\mathcal{C}_{free}$  bilden. Dieser Pfad muss den Anforderungen an die Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  genügen und  $\dot{z} = F(z(t), u(t))$  sowie  $u(t) \in U(z(t))$  für alle Zeitpunkte erfüllen, bis die terminierende Aktion  $u_T$  zum Endzeitpunkt  $t_F$  ausgeführt wird.
- Entwirf eine Regeleinrichtung  $\pi : \mathcal{Z} \rightarrow U$ , die den Verlauf der geplanten Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  in der physischen Realität mit möglichst geringem Fehler nachzubilden versucht.

Durch diese Form der Entkopplung wird eine Dekomposition der Problemstellung erreicht, die in der Praxis zu großen Einsparungen im Berechnungsaufwand führen kann. Dies wird durch den Verlust der Vollständigkeit des Algorithmus erkauft, da nachteilige Entscheidungen in einem Modul in nachfolgenden Modulen zu unvorteilhaften Lösungen führen können (vgl. [LaV06] S. 841).

### Pfadbeschränkte Trajektorienplanung

Angenommen, es existiert bereits ein geglätteter Pfad  $\tau' : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{free}$ , der auf einem Pfad  $\tau$  basiert, der durch einen Algorithmus berechnet oder per Hand gestaltet wurde. Das Ziel ist nun, eine Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  zu bestimmen, die als Führungsgröße einer Regeleinrichtung dienen kann, wie sie in Abschnitt 2.1 für die Steuerung logistischer Systeme beschrieben wurde. Die dazugehörige Aufgabe ist die Bestimmung eines Geschwindigkeitsprofils entlang des Pfades, das die differenziellen Zwangsbedingungen im Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  einhält. Angenommen, dass jeder Zustand  $z \in \mathcal{Z}$  eine Konfiguration in  $\mathcal{C}$  sowie ihre zeitliche Ableitung repräsentiert, sodass  $z = (q, \dot{q})$ . Wenn  $n$  die Dimension von  $\mathcal{C}$  ist, dann hat  $\mathcal{Z}$  entsprechend die Dimension  $2n$  (vgl. [LaV06] S. 846).

Sobald ein Pfad gegeben ist, können die Freiheitsgrade für die weitere Bewegungsplanung beschränkt werden, z. B. mit:

- die Position  $s \in [0, 1]$  entlang des Pfades
- die Geschwindigkeit  $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$  an jedem Punkt  $s$

Der vollständige Zustand  $z \in \mathcal{Z}$  lässt sich aus  $s$  und  $\dot{s}$  rekonstruieren. Aus dieser Vorgehensweise heraus ergibt sich ein zweidimensionales Planungsproblem, bei dem alle Zustandsänderungen die Zwangsbedingungen der Gleichung  $\dot{z} = f(z, u)$  erfüllen müssen. Für die effiziente Lösung dieses Problems gibt es zahlreiche Methoden, von denen viele ursprünglich für Roboterarme entwickelt wurden (vgl. [LaV06] S. 846). Für die Betrachtung aller differenziellen Zwangsbedingungen im Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$  kann eine Gleichung in der folgenden Form aufgestellt werden:

$$\ddot{q} = h(q, \dot{q}, u).$$

Dabei sind  $n$  Aktionsvariablen  $u = (u_1, \dots, u_n)$  berücksichtigt. Die Beschleunigung in  $\mathcal{C}$  ist vom Zustand  $z = (q, \dot{q})$  und der Aktion  $u$  abhängig. Das bewegte Objekt wird dabei als holonomisch angenommen und hat genug Freiheitsgrade, um einem spezifizierten Pfad zu folgen. LaValle zeigt, dass es möglich ist, die obige Gleichung mit den Positionen  $s$  auf dem Pfad und ihren Ableitungen ersten und zweiten Grades  $\dot{s}$  und  $\ddot{s}$  in Beziehung zu setzen (vgl. [LaV06] S. 847ff). Dabei wird die Funktion  $h'(s, \dot{s}, u)$  definiert und als Gleichung

$$\ddot{q} = h'(s, \dot{s}, u)$$

geschrieben, wobei der einzige Unterschied zur vorherigen Gleichung ist, dass  $z = (q, \dot{q})$  auf eine Untermenge von  $\mathcal{Z}$  beschränkt ist, die durch Anwendung von Werten für  $s$  und  $\dot{s}$  erreicht werden können. Die Menge an möglichen Beschleunigungsvektoren, die durch  $u$  erreicht werden können, bleibt prinzipiell gleich. LaValle zeigt, dass für jedes  $u_i$  mit  $i \in \{1, \dots, n\}$  eine Zwangsbedingung in der Form

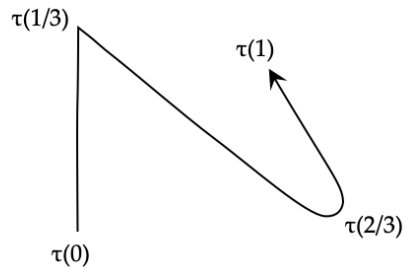
$$\ddot{s} = \frac{1}{d\tau_i/ds} h'_i(s, \dot{s}, u_i) - \frac{d^2\tau_i}{ds^2} \dot{s}^2 \quad (2.1)$$

durch Auflösung nach  $\ddot{s}$  erzeugt wird, sofern  $d\tau_i/ds \neq 0$  (vgl. [LaV06] S. 848).

Eine Aktion  $u \in U$  führt nur dann dazu, dass dem Pfad  $\tau$  gefolgt wird, wenn alle  $n$  Zwangsbedingungen basierend auf Gleichung 2.1 erfüllt sind. Aus diesem Grund sind alle Aktionen, die  $\tau$  folgen, in einer eindimensionalen Untermenge von  $U$  enthalten, da bei Wahl eines  $u_i$  alle anderen  $n - 2$  Aktionsvariablen über Auflösung der ersten Gleichung nach  $\ddot{s}$  und anschließendes Einsetzen bestimmt werden.

Durch diese gegenseitige Abhängigkeit der Aktionsvariablen  $(u_1, \dots, u_n)$  können unter Umständen viele Fälle auftreten, in denen aus einem Zustand  $z$  keine geeigneten Aktionen  $u \in U$  existieren, die zu einem korrekten Folgen

von  $\tau$  führen. Durch das Einführen von geeigneten Zwangsbedingungen auf  $\mathcal{Z}$  können solche Zustände ausgeschlossen werden (wie z. B. durch eine erlaubte Höchstgeschwindigkeit). Auch durch eine ungeeignete Wahl von  $\tau$  können Fälle generiert werden, die dazu führen, dass ein Folgen des Pfades unmöglich wird.



**Abb. 2.16** Ein ungünstig gewählter Pfad für die pfadbeschränkte Trajektorienplanung

Abbildung 2.16 zeigt einen ungünstig gewählten Pfad  $\tau$ . An der Position  $\tau(1/3)$  erreicht er eine *Ecke*, die dazu führt, dass  $\tau$  nicht differenzierbar ist. Je nach Bewegungsmodell kann es unmöglich sein, an dieser Stelle dem Pfad zu folgen. Für holonomische Bewegungsmodelle ist es möglich, an dieser Stelle die Geschwindigkeit bis auf den Wert null zu reduzieren und dann wieder neu zu starten. Grundsätzlich ist es vorteilhaft, den Pfad in weichen Kurven zu führen, wobei eine sehr enge Kurve, wie sie in der Abbildung an Position  $\tau(2/3)$  abgebildet ist, aufgrund der starken Krümmung zu einer niedrigen Geschwindigkeit führt, damit die Zentripetalbeschleunigung nicht zu hoch wird.

Sieht man von dem Problem der schlecht gewählten Pfade ab, dann kann die Erzeugung eines optimalen Geschwindigkeitsprofils effizient erfolgen. LaValle zeigt eine Möglichkeit der Verwendung von dynamischer Programmierung und, für die vorliegende Arbeit von Bedeutung, den zeitoptimalen Ansatz der sogenannten *Bang-Bang-Methode*. Die grundsätzliche Idee ist es, das Geschwindigkeitsprofil aus einer Sequenz der Bewegungsprimitive der maximalen Beschleunigung und der maximalen Verzögerung zu erzeugen (vgl. [LaV06] S. 852ff).



## Kapitel 3

# Axiomatik der Logistik

**Zusammenfassung** Das dritte Kapitel bildet die Grundlage für die Identifizierung der Forschungslücke, die mit dieser Arbeit geschlossen wird. Es wird eine Axiomatik der Logistik entwickelt, die Konzepte aus der Bewegungsplanung der Robotik mit logistischen Fachbegriffen verbindet. Es wird eine Neudefinition der Logistik auf Basis des Konzepts des logistischen Raums hergeleitet. Aus der Axiomatik ergibt sich die mögliche Struktur des logistischen Raums als Kontinuum zwischen einer gitterbasierten und einer kontinuierlichen Abbildung. Der ideale logistische Raum wird als Extremwert einer kontinuierlichen Struktur identifiziert und semantisch dem idealisierten Förderwesen zugeordnet. Eine gitterbasierte Struktur wird dem idealisierten Lagerwesen zugeordnet. Anschließend wird das Konzept des Cyberphysischen Zwillings als Verbindung zwischen cyberphysischen Systemen, Digitalem Zwilling und der Axiomatik der Logistik eingeführt.

### 3.1 Motivation für eine axiomatische Betrachtung

Das Unterfangen, eine allgemeingültige Axiomatik der Logistik aufzustellen, muss sich zunächst der Frage stellen, wozu es gebraucht wird, wenn es bereits eine Vielzahl von Strukturierungsansätzen für die logistische Wirklichkeit gibt, die ihre jeweilige nützliche Daseinsberechtigung führen (vgl. Abschnitt 2.1). Eine zweite Frage ist, warum eine Dissertation über eine Bewegungsplanung für Transportroboter an dieser Stelle der Arbeit – zwischen Grundlagen und Bestimmung der Forschungslücke – eine Axiomatik entwickelt.

Der Ausgangspunkt der Überlegungen zur Entwicklung einer Axiomatik ist die intuitive Annahme, dass hinter den erfolgreichen Logistikanwendungen, die auf gitterbasierten Bewegungen basieren (vgl. das AutoStore-System in Abbildung 3.1a), ein grundlegendes Prinzip der Logistik steckt. Erweitert werden diese Überlegungen durch die Existenz schwarmbasierter Systeme, die sich frei bewegen können (vgl. das Loadrunner-System in Abbildung 3.1b) und ein Gegenbeispiel für ausschließlich gitterbasierte Bewegung zeigen. Diese und andere Beispiele für moderne Logistikanwendungen geben jedoch nur Hinweise auf die mögliche Existenz grundlegender Prinzipien der Logistik. Es fehlt eine grundlegende, anwendungsunabhängige Betrachtung, die Einzelproblemstellungen und Gesamtprobleme verbindet und den beteiligten Disziplinen und Fachbereichen (z. B. Informatik, Statistik, Automatisierungstechnik, Robotik) mit Vorgaben aus dem Gesamtzusammenhang der Logistik zuweist. Bisher füllt die Logistikforschung diese Rolle nur bedingt. Vielmehr nimmt sie heutzutage die umgekehrte Synthesefunktion ein und beschränkt sich häufig auf ihre Rolle als Anwendungsdomäne.



(a)



(b)

**Abb. 3.1** (a) Gitterbasierte Bewegung am Beispiel AutoStore<sup>1</sup>[FS21] (b) Freie Bewegung am Beispiel des Loadrunners [ten+20]

Der Anspruch einer zeitgemäßen Dissertation in der Logistikforschung muss es sein, dass sie die Herausforderungen und Probleme aus logistischer Sicht modelliert und strukturiert. Dabei soll die Betrachtung der Einzelproblem-

<sup>1</sup> Quelle: ©AutoStore

stellungen der beteiligten Disziplinen und Fachbereiche (in diesem Fall vor allem der Robotik) als Grundlage für eine übergeordnete Theorie der Logistik genutzt werden. Dies wird durch die Entwicklung einer Axiomatik ermöglicht. Die folgenden Annahmen werden in dieser Arbeit für den Entwurf der Axiomatik verwendet:

- Ein logistisches Axiom ist ein intuitiv unmittelbar einleuchtender Grundsatz, der als Prinzip für eine im praktischen Arbeitsleben empirisch gut bestätigte Regel postuliert werden kann (nach dem klassischen und naturwissenschaftlichen Axiombegriff).
- In der Regel sind logistische Axiomensysteme evidenzbasiert und müssen nicht formal vollständig sein.
- Ein logistisches Axiomensystem stellt die Grundlage für die Verkürzung der Wirklichkeit zur Verfügung, nach der logistische Modelle erstellt werden können.
- Der Wert eines logistischen Axiomensystems zeigt sich erst in der Praxis.

Es wird jedoch nicht die einzig allgemeingültige Axiomatik im Sinne der Naturwissenschaften gesucht, sondern eine Axiomatik, die für die meisten logistischen Zielanwendungen einen hinreichenden Erkenntnisgewinn zulässt. Daher wären die Newtonschen Axiome ein gutes Beispiel für ein einfaches System, das hinreichend genau ist. Im Gegensatz dazu stehen Axiome der speziellen Relativitätstheorie oder der Quantenmechanik, die genauer sind, aber auch deutlich komplexer in ihrer Anwendung. Für die Logistik verhält sich dieser Umstand etwas anders: Die Grundbegriffe sind trivial und allgemein bekannt, daher gibt es sie in vielen, leicht unterschiedlichen Stadien der Formalisierung. Dies bedeutet, dass bereits eine Vielzahl von intuitiven, klassischen Axiomensystemen für die Logistik existiert.

Im Grunde lernt jedes Kind die Grundlagen einer logistischen Strukturierung des Raums anhand von Bauklötzen und anderem Spielzeug. Daher ist der klassische Axiombegriff – das unmittelbar einleuchtende Prinzip – für fast alle Menschen in logistisch wichtigen Angelegenheiten auf den ersten Blick einfach einzusehen. Dasselbe gilt für den naturwissenschaftlichen Axiombegriff, da die meisten logistischen Angelegenheiten alltäglich und vielfach empirisch bestätigt werden.

Die offensichtliche Trivialität der anfänglich zu lösenden Problemstellungen und die allgemeine Verbreitung logistischer Anwendungen sorgen dafür, dass es eine große Zahl ähnlicher Axiomensysteme gibt, die in Software realisiert wurden. Alleine im deutschsprachigen Raum gibt es mehr als 100 Anbieter von Lagerverwaltungssystemen (vgl. [Sch+20]), deren Softwareprodukte im Grunde dieselbe logistische Problemstellung lösen. Die folgende Definition eines Gesetzes soll diesen Umstand darstellen, der einen Aspekt des Dilemmas der logistischen Standardisierung beschreibt.

### **Gesetz über die Langlebigkeit pragmatischer Belanglosigkeit**

Je einfacher eine Sache von vielen Menschen beschrieben werden kann, die für eine pragmatische und in kurzer Zeit zu lösende Problemstellung notwendig, aber nicht wichtig ist, desto zahlreicher werden inkompatible Ad-hoc-Definitionen dieser Sache entwickelt, für deren spätere Standardisierung aufgrund der relativen Belanglosigkeit kein Aufwand getrieben wird.

Das Problem besteht also darin, dass in jeder logistischen Anwendungsentwicklung implizit grundlegende Modelle und Definitionen der Logistik festgelegt werden, die spätere Entwicklungen behindern und deren Inkompatibilität zu den impliziten Modellen anderer Anwendungen zu Schnittstellenproblemen führt, die nur durch hohen Aufwand behoben werden können. Die Prinzipien zu einer allgemeingültigen Axiomatik der Logistik lassen sich erfolgreich nur dann entwickeln, wenn diese Problematik ausreichend adressiert wird.

Damit kann die erste der anfangs gestellten Fragen beantwortet werden. Erst eine explizit entwickelte Axiomatik der Logistik ermöglicht eine grundsätzliche, übergeordnete Strukturierung der Logistik als regulatives Prinzip für die Entwicklung von standardisierten Gestaltungsmethoden. Eine explizit entwickelte Axiomatik erleichtert die Betrachtung der Logistik als Wissenschaftsdisziplin, die Einzelproblemstellungen und Gesamtprobleme verbindet und den beteiligten Disziplinen Vorgaben aus dem Gesamtzusammenhang der Logistik zuweisen kann.

Die Beantwortung der zweiten Frage ergibt sich aus dem Wunsch, ein Verfahren der Bewegungsplanung für physische Objekte aus dem Gesamtzusammenhang einer Axiomatik der Logistik heraus zu entwickeln. Der konkrete praktische *Einsatz* der in dieser Arbeit entwickelten Axiomatik ist die Ableitung von Prinzipien für gitterbasierte und freie Bewegung aus logistischen Axiomen heraus. Diese Prinzipien sollen miteinander in Relation gesetzt werden, sodass eine allgemeine anwendungsunabhängige Forschungslücke im Rahmen logistischer Bewegungsplanung bestimmt werden kann, die nicht mehr von einer anderen Fachdisziplin dominiert wird (in diesem Fall Robotik).

## **3.2 Aufbau der Axiomatik**

Die Begriffe der Logistik werden aus einer Betrachtung der Strukturierung des logistischen Raums entwickelt, die sich an der Theorie der Bewegungsplanung aus der Robotik orientiert (vgl. Abschnitt 2.4.3). Es werden Axiome der Logistik aufgestellt, die auf mathematischen Konzepten der Topologie basieren, aus denen sich weitere Prinzipien der Logistik ableiten lassen. Anhand



von Beispielen und Erläuterungen der Axiome werden die unterschiedlichen Prinzipien erläutert und gezeigt, wie sich eine begriffliche Struktur der Logistik aus den Axiomen und in Zusammenhang mit den abgeleiteten Prinzipien entfaltet. Das Adjektiv *logistisch* wird im Rahmen der Axiomatik bereits vor einer Definition des Begriffs *Logistik* verwendet, um allgemein verwendete Begriffe, wie etwa den Raum, von den hier aufgestellten Begriffen zu unterscheiden.

### Strukturierung des Raums

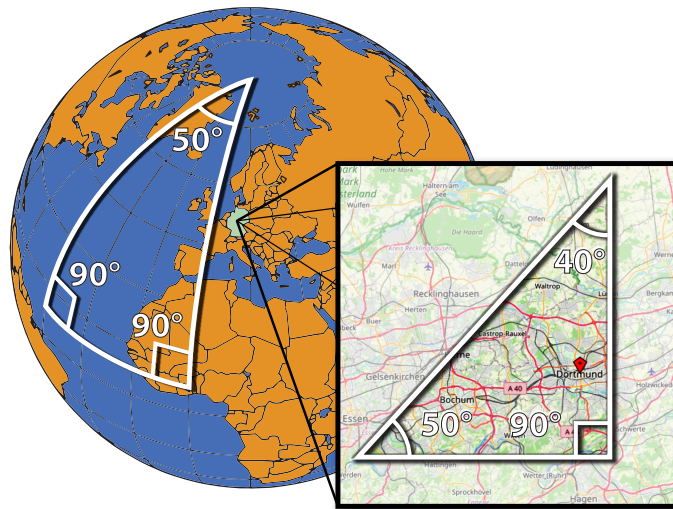
Der grundlegende Begriff der Axiomatik ist der *logistische Raum* mit dem dazugehörigen Prinzip von der *Strukturierung des Raums*. Der logistische Raum ist ein künstliches Gedankenkonstrukt, das die physische Wirklichkeit vereinfacht abbildet und eine allgemeine Beschreibung und Lösung von Problemstellungen und Charakteristiken logistischer Systeme ermöglicht.

Er kann mathematisch als *Mannigfaltigkeit* aufgefasst werden, also als topologischer Raum, der lokal dem als euklidisch angenommenen physikalischen Raum gleicht (vgl. Abschnitt 2.4.3). Zugleich ist er auch ein soziales Kommunikationsmodell für die Koordination logistischen Handelns und häufig von einer pragmatischen Ungenauigkeit geprägt (z. B. die Anweisung: „Stell die Palette mit den grünen Kisten hinten links in die Ecke.“).

Für die irdische Logistik kann die Sphäre der Erdkugel als grundsätzliche Referenz-Mannigfaltigkeit angesehen werden. Hier wird jede Region als Karte im Koordinatenraum  $\mathbb{R}^2$  auf eine Ebene abgebildet (siehe Abbildung 3.2). Die Menge aller Karten bildet die Oberfläche vollständig ab und wird *Atlas* genannt. Zwischen den Karten sind Übergänge definiert, die einen geordneten Kartenwechsel erlauben.

Das Beispiel der Kartierung der Erde ist sehr anschaulich, aber auch insofern irreführend, als es die klassische geographische Strukturierung des Raums mit vermessungstechnischer Genauigkeit suggeriert. Am Beispiel einer Mobilfunkzelle lässt sich eine andere Art von Strukturierung des Raums veranschaulichen, die sich an einer kabellosen Kommunikationsinfrastruktur orientiert. Abbildung 3.3a illustriert einen Mobilfunkturn als Kern einer zellularen Struktur, die idealisiert gleichmäßig den physischen Raum abdeckt, aber in der Wirklichkeit sehr irreguläre Formen annehmen kann (siehe Abbildung 3.3b).

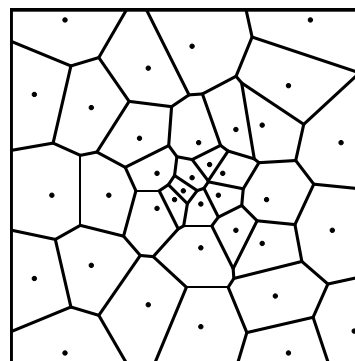
Betrachtet man Systeme der innerbetrieblichen Logistik, so kann man den logistischen Raum als Mannigfaltigkeit auffassen, indem die räumlichen Bereiche einzelner Gewerke die Karten eines Atlas bilden, der den Raum vollständig beschreibt (siehe Abbildung 3.4).



**Abb. 3.2** Die Erdoberfläche ist eine Mannigfaltigkeit, sie kann in einem Atlas über mehrere Karten dargestellt werden.



(a)



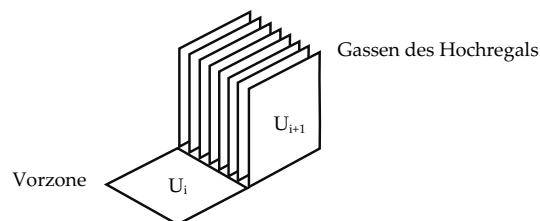
(b)

**Abb. 3.3** (a) Mobilfunkmast als Kern einer zellularen Struktur (b) Irreguläre Struktur von Mobilfunkzellen am Beispiel eines Voronoi-Diagramms

### Logistischer Raum

Sei  $L$  ein logistischer Raum,  $U \subset L$  eine offene Teilmenge und  $A \subset \mathbb{R}^n$  eine offene Teilmenge des euklidischen Raums. Ein Atlas von Karten  $\phi : U \rightarrow A$ , bestehend aus der Menge  $\mathcal{A} = \{(U_i, \phi_i) | i \in I\}$  von Karten auf  $L$ , deren Definitionsbereiche  $L$  überdecken, definiert den logistischen Raum als Mannigfaltigkeit. Die Karten des Atlas hängen über definierte Kartenübergänge zusammen. Die Lage der Karten zueinander sowie der spezifische Charakter der Kartenübergangsfunktionen bilden die **Struktur** des logistischen Raums. Der logistische Raum ist endlich.

Ein so definierter logistischer Raum bildet eine Struktur, bestehend aus zusammenhängenden, vereinfachten Karten des physischen Raums innerhalb eines Gebäudes oder Firmengeländes. Der Ansatz über den Begriff der Mannigfaltigkeit erlaubt eine grundlegende Definition, die sich einerseits gut mit der klassischen Aufteilung logistischer Systeme in Subsysteme verträgt und zugleich eine Basis für Anknüpfungspunkte zur Theorie der Bewegungsplanung bietet (vgl. Abschnitt 2.4.3).



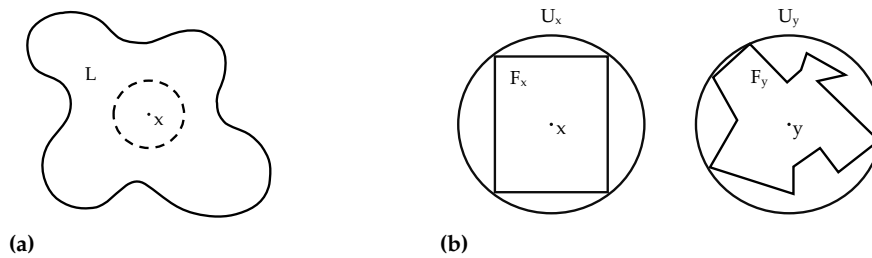
**Abb. 3.4** Der Atlas des Hochregallagers, bestehend aus verbindender Vorzone und Lagergassen, beschreibt die Mannigfaltigkeit des Systems.

Die Struktur des logistischen Raums ergibt sich durch eine explizite *Trennung* in disjunkte Umgebungen. Die Möglichkeit, den Trennungsbegriff zu definieren, ergibt sich aus der euklidischen Metrik, die im logistischen Raum gilt. Dies bedeutet, dass Abstände zwischen zwei Punkten gemessen werden können und damit der Begriff der *Umgebung* definiert werden kann: Sei  $(\mathbb{R}^n, d)$  ein euklidischer Raum mit der Metrik  $d$ . Eine Menge  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  heißt genau dann Umgebung von  $x \in \mathbb{R}^n$ , wenn es ein  $\varepsilon > 0$  gibt, sodass für alle  $y \in \mathbb{R}^n$  mit  $d(x, y) < \varepsilon$  die Eigenschaft  $y \in U$  erfüllt ist (siehe Abbildung 3.5a). Darauf aufbauend lässt sich das Trennungsassiom für die Logistik definieren, das umgangssprachlich mit dem folgenden Sprichwort beschrieben werden kann: „*Space is what stops everything from being in the same place. [Raum ist das, was die Dinge daran hindert, alle am selben Platz zu sein.]*“ Das hier definierte Axiom der logistischen Trennung erweitert die Definition des hausdorffschen Trennungsassioms, nach dem ein topologischer Raum dann die Hausdorffeigenschaft hat, wenn für alle  $x, y \in M$  mit  $x \neq y$  disjunkte offene Umgebungen  $U_x$  und  $U_y$  existieren (siehe Abbildung 3.5b).

#### Axiom der Trennung

Seien  $x, y \in L$  Punkte im logistischen Raum und  $U_x, U_y$  ihre Umgebungen, dann bilden die Formen  $F_x \subset U_x, F_y \subset U_y$  jeweils spezifische Untermengen ab. Sind die Formen disjunkt, dann heißen sie **getrennt**.

Dieses Trennungsassiom bildet zum einen die Grundlage für eine Definition logistischer Orte, Plätze und Objekte, und zum anderen kann auf seiner Basis eine lokale Nachbarschaft für physische Objekte definiert werden, die für eine



**Abb. 3.5** (a) Die Menge  $L$  ist eine Umgebung des Punktes  $x$ . (b) Beispiel für das Trennungsassiom: zwei Punkte  $x$  und  $y$  mit ihren Formen  $F_x$  und  $F_y$ , die durch Umgebungen getrennt werden

Definition verteilter Intelligenz und dezentraler Steuerung ausschlaggebend ist (siehe Dezentralität in cyberphysischen Systemen Abschnitt 2.2).

Zunächst werden logistische Orte definiert. Der Unterschied zwischen *Orten* und *Plätzen* wurde hier vor dem Hintergrund der existierenden Begriffe *Lagerort* und *Lagerplatz* gewählt: Ein Ort ist ein eindeutig identifizierbarer Teil des logistischen Raums, während auf einem Platz physische Objekte getrennt voneinander *platziert* werden können.

#### Logistischer Ort

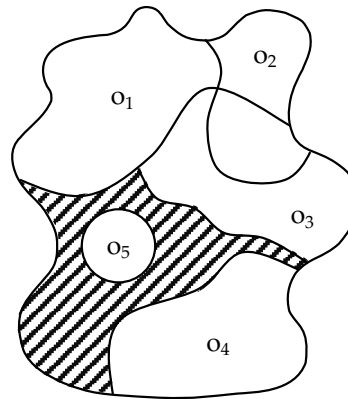
Sei  $O \subset L$  die Menge aller logistischen Orte, so ist jeder dieser Orte  $o \in O$  eindeutig identifizierbar über die Funktion  $id : O \rightarrow I_O$ . Dabei existiert für jeden Ort eine festgelegte, geschlossene Umgebung. Orte können andere Orte beinhalten. Die Umgebungen von Orten können sich wechselseitig überlappen.

Ein logistischer Platz hingegen definiert sich über seine Beziehung zu den Objekten. Er ist ein Ort, auf dem sich Objekte aufhalten können. Plätze können klassifiziert werden, wenn es einen Bezug zu bestimmten Klassen von Objekten gibt (z. B. Behälterstellplatz, Palettenplatz).

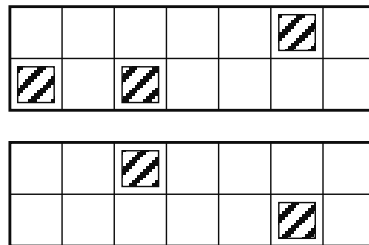
#### Logistischer Platz

Sei  $P$  die Menge aller logistischen Plätze, so ist jeder dieser Plätze  $p \in P$  eindeutig identifizierbar über die Funktion  $id : P \rightarrow I_P$ . Dabei gibt es für jeden Platz eine festgelegte, geschlossene Umgebung, die sich nicht mit den Umgebungen anderer Plätze überschneidet.

Die Menge von Plätzen bildet mit ihrer geometrischen Anordnung im logistischen Raum die abstrakte Verwaltungsstruktur eines Logistiksystems. Eine häufig vorkommende Anordnung ist das regelmäßige Raster bzw. Git-



**Abb. 3.6** Beispiel eines logistischen Raums mit logistischen Orten. Die schraffierte Fläche kennzeichnet freien Raum, der keinem Ort zugeordnet ist.



**Abb. 3.7** Schema eines Blockzeilenlagers

ternetz, wie es beispielsweise in Regallagern oder Bodenblocklagern (vgl. Abbildung 3.7) zum Einsatz kommt.

### Logistische Objekte

Während sich die Strukturierung des logistischen Raums auf topologischen Konzepten der Mathematik gründet, stammen die Axiome und Prinzipien zum Inhalt des Raums aus der logistischen Praxis. Die im folgenden aufgestellten Begriffe unterscheiden sich vor allem durch ihren Abstraktionsgrad in Bezug auf die Trennbarkeit und die Identifizierbarkeit einzelner Objekte.

Der Begriff mit dem höchsten Abstraktionsgrad ist der des *logistischen Materials*. Er beschreibt alle unterscheidbaren Klassen von physischem Material, die eine logistische Relevanz innerhalb eines betrachteten Systems besitzen. Das Material unterscheidet sich von der ortsfesten Infrastruktur durch seine Beweglichkeit. Es wird nicht getrennt betrachtet und einzelne Objekte werden nicht gezählt (vgl. Schüttgut). Die Bestimmung der Quantität erfolgt über eine Messung in einer zur Klasse passenden Maßeinheit (z. B. Gewicht in kg). Der Bezug zur Strukturierung wird über eine Verortung hergestellt.

Jede Menge von Material mit einer Quantität ist eindeutig einem logistischen Ort zugeordnet.

#### Logistisches Material

Sei  $M$  die Menge aller Klassen von physischem Material, die eine logistisch relevante Bedeutung im Raum  $L$  haben. Dann gibt die Funktion  $content : O \rightarrow M_O \in M$  die Klassen von physischen Objekten zurück, die sich an einem Ort befinden, und die Funktion  $quantity : M_O \rightarrow \mathbb{R}$  liefert die jeweilige am Ort befindliche Quantität in einer zur Klasse passenden Maßeinheit.

Eine Spezialisierung logistischen Materials sind die logistischen Artikel. Sie repräsentieren einzeln trennbare und damit zählbare physische Objekte (vgl. Stückgut). Alle Objekte einer Artikelklasse weisen die gleichen Eigenschaften auf, sie sind untereinander austauschbar. Objekte innerhalb einer Artikelklasse unterscheiden sich nicht und sind daher nicht eindeutig identifizierbar. Typischerweise wird eine Artikelklasse über eine *Artikelnummer* beschrieben, die auch außerhalb des Logistiksystems eine eindeutige Kennzeichnung ist. Artikel bilden die Geschäftsobjekte eines Logistiksystems, und ihre Verwaltung ist Kernbestandteil seiner Funktionalität.

#### Logistischer Artikel

Sei  $M$  die Menge aller Klassen von physischen Objekten, die eine logistisch relevante Bedeutung im Raum  $L$  haben. Dann sei  $A \in M$  die Menge an physischen Objekten, die einzeln trennbar und damit zählbar sind und deren Verwaltung und Bewegung zur Hauptaufgabe des Logistiksystems gehören. Artikel sind nicht einzeln identifizierbar, sondern nur klassifizierbar.

Während sich die Begriffe des Materials und des Artikels auf Klassen beziehen, steht der Begriff des *logistischen Objekts* für ein eindeutig identifizierbares physisches Objekt im logistischen Raum. Ein logistisches Objekt projiziert das reale Objekt auf eine abstrakte Form, die durch eine eindeutige Position und Rotation seine Belegung im logistischen Raum beschreibt. Aus dem Axiom der Trennung folgt, dass sich keine zwei logistischen Objekte mit ihren Formen überdecken können.

### Logistisches Objekt

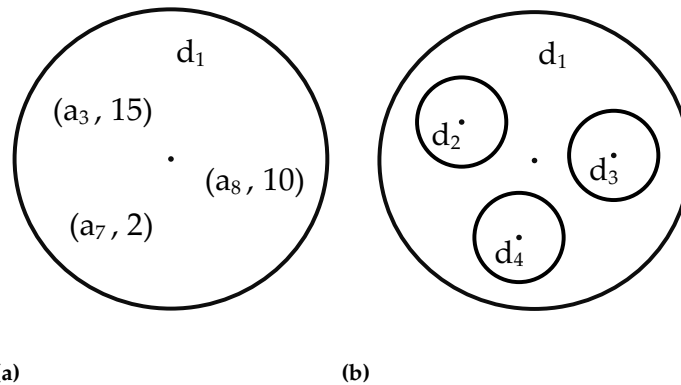
Sei  $D \subset L$  die Menge aller logistischen Objekte, so ist jedes dieser Objekte  $d \in D$  eindeutig identifizierbar über die Funktion  $id : D \rightarrow I_D$ . Für jedes Objekt kann über die Funktion  $env : D \rightarrow L$  eine Umgebung  $U_d \in L$  bestimmt werden, die das Objekt im Raum belegt. Über die Funktion  $form : D \rightarrow L$  kann die spezifische Form  $F_d \in U_d$  innerhalb der Umgebung bestimmt werden. Der Definitionsbereich der Funktion besteht aus der Menge aller Punkte in  $L$ , sodass die Bildmenge der Form zu jeder Zeit vollständig im logistischen Raum liegt.

Das logistische Objekt bildet mit seiner Projektion eine Verkürzung der Wirklichkeit ab, die in der Regel mit einer Reduzierung der räumlichen Dimensionen einhergeht. Das *Axiom des Beinhaltens* beschreibt den Erhalt der Informationen über das reale Objekt bei einer solchen räumlichen Verkürzung. Es steht im Gegensatz zum Axiom der Trennung für die Möglichkeit, dass sich mehrere Objekte und Artikel gleichzeitig am selben Ort im logistischen Raum aufhalten können. In dieser Axiomatik bezieht sich der Begriff des Beinhaltens ausschließlich auf Artikel (vgl. Abbildung 3.8a). Damit werden insbesondere Ladehilfsmittel, wie etwa Pakete oder Behälter, abgebildet.

### Axiom des Beinhaltens

Sei  $d \in D$  ein logistisches Objekt und beschreibe  $A_d \in A$  die Menge an unterschiedlichen Artikelklassen, die Inhalt des logistischen Objekts  $d$  sein können. Dann gibt die Funktion  $content : D \rightarrow C_d \in A_d$  die Menge von tatsächlich enthaltenen Artikelklassen zurück, und die Funktion  $count : A_d \rightarrow \mathbb{N}$  liefert die Anzahl an enthaltenen Artikeln. Die Artikel vollziehen als Inhalt jeden Ortswechsel des Objekts nach.

Wenn ein logistisches Objekt ein anderes logistisches Objekt enthält, wird dies über das *Axiom der Vereinigung* abgebildet (vgl. Abbildung 3.8b). Es beschreibt eine hierarchische Beziehung zwischen über- und untergeordneten Objekten. Die Position und Rotation eines untergeordneten Objekts wird nach der Vereinigung relativ zu der des übergeordneten Systems betrachtet. Auf diese Weise werden räumliche Strukturen innerhalb logistischer Objekte abgebildet.



**Abb. 3.8** (a) Das logistische Objekt  $d_1$  beinhaltet die Artikel  $a_3$ ,  $a_7$  und  $a_8$ . (b) Die logistischen Objekte  $d_2$ ,  $d_3$  und  $d_4$  sind innerhalb von  $d_1$  vereinigt.

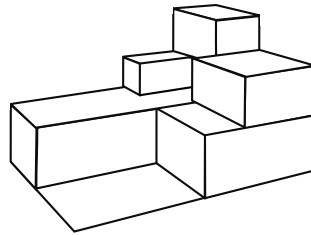
### Axiom der Vereinigung

Seien  $d, e \in D$  logistische Objekte und sei die Form  $form(d)$  derart, dass sie in die Form  $form(e)$  passt, dann können  $d$  und  $e$  derart vereinigt werden, dass  $d$  zum Inhalt von  $e$  gehört und im Sinne einer Baumstruktur untergeordnet ist. Die Funktion  $children : D \rightarrow D_C \subseteq D$  gibt die Menge der untergeordneten Objekte zurück. Die Funktion  $parent : D \rightarrow D$  liefert das übergeordnete Objekt zurück. Alle untergeordneten Objekte bewegen sich zusammen mit dem übergeordneten Objekt.

Der Unterschied zwischen den Begriffen des Beinhaltens und des Vereinigens ist ein Kerngedanke der Axiomatik, der die verschiedenen Grade der Verkürzung physischer Wirklichkeit abbildet, die inhärent mit der Fähigkeit eines Systems zur Beobachtung der Wirklichkeit verbunden sind. Das Vereinigen erhält die Information über die Identität des untergeordneten Objekts, das weiterhin vom übergeordneten Objekt getrennt betrachtet werden kann, während das Beinhaltens keine Informationen über Identität, Form oder Position von Einzelobjekten kennt.

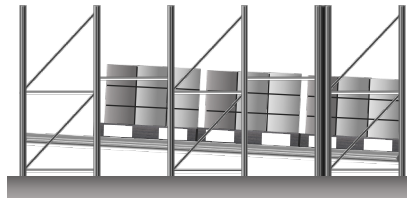
Durch das Vereinigen lässt sich der Raum auf logistischen Objekten strukturieren, wie es z. B. bei dem Packmuster einer Palette auftritt (siehe Abbildung 3.9). Hier ist es eher eine Frage des Betrachtungsrahmens, ob diese feingliedrige Strukturierung als lohnenswerter Teil des logistischen Raums gesehen werden sollte. Die weitergehende Fragestellung ist hier jedoch, welchen Einfluss die erreichbare Genauigkeit und Häufigkeit von Messungen auf die Modellierung haben sollte und wo grundsätzlich die Grenze zwischen der Struktur des Raums und seinen Inhalten gezogen wird.





**Abb. 3.9** Vereinigung von logistischen Objekten: Strukturierung des Raums auf einem logistischen Objekt am Beispiel einer Palette

Der Zusammenhang zwischen Ladehilfsmitteln, Plätzen und Orten bei der Modellierung lässt sich gut am Beispiel eines Palettendurchlaufregals veranschaulichen. Hierbei handelt es sich im Prinzip um die rein mechanische Realisierung des Modells einer FIFO-Warteschlange. Die Paletten werden auf das eine Ende einer schrägen Rollenbahn aufgesetzt und rollen von der Schwerkraft angetrieben zum anderen Ende hin (siehe Abbildung 3.10). Die gesamte Rollenbahn kann als ein einzelner Platz angesehen werden, auf dem mehrere Paletten gelagert werden. Sowohl die Regalgasse als übergeordneter Ort als auch die Übergabestellen als untergeordnete Orte ergänzen das Modell. Die Trennung wird durch die Verwendung von Standardpaletten im Zusammenspiel mit Bremsrollen und einer Durchschubsicherung erreicht. So kann ein von der individuellen Form der zu lagernden Artikel unabhängiges Modell abstrakt beschrieben werden. Das Bemerkenswerte an dem Beispiel des Palettendurchlaufregals ist, dass es vollkommen ohne Automatisierungstechnik bereits die Realisierung eines nicht-trivialen, logistischen Verhaltenmodells darstellt.



**Abb. 3.10** Palettendurchlaufregal

Das Beispiel der Standardpalette illustriert die Bedeutung von standardisierten *Ladehilfsmitteln* für die Strukturierung des Raums. Durch ihren Einsatz werden Größe und Form logistischer Artikel und Objekte aus Sicht des Systems vereinheitlicht. Dies ermöglicht wiederum, die Form und Größe der Plätze zu standardisieren.

### Zustandsänderungen

Neben der Änderung der Struktur des logistischen Raums sowie der Orte und Plätze bilden die vier Aktivitäten des Vereinigens/Auflösens und des Hinzufügens/Entnehmens die grundlegenden Formen der inneren Zustandsänderung von Objekten in dieser Axiomatik. Als weiteres Merkmal dieser Aktivitäten ist festzuhalten, dass sie nur in ihrer lokalen Nachbarschaft auftreten können. Damit soll ausgedrückt werden, dass alle Tätigkeiten, die verkürzt abgebildet dazu führen, dass sich die Zuordnung eines physischen Objekts zu einem logistischen Objekt ändert, nur durch kleinere lokale Bewegungen und mechanische Veränderungen unmittelbar am logistischen Objekt erfolgen (z. B. Hineinlegen, Aufstellen, Verpacken, Befestigen usw.). Zu diesem Zweck wird eine Nachbarschaft definiert, die das Konzept dieser lokalen, räumlichen Nähe zwischen Objekten beschreibt.

#### Nachbarschaft

Für jedes Objekt  $d$  können über die Funktion  $neighbours : D \rightarrow D_n \in D$  die Objekte abgefragt werden, die sich in der Nähe von  $d$  befinden. Die genaue Bestimmung der Nachbarschaft hängt von den jeweiligen konkreten Objekten und ihren Ausmaßen ab, die abgebildet werden. Die Nachbarschaft eines Objekts bewegt sich immer mit dem Objekt selbst mit, sodass dieses sich im Mittelpunkt der Umgebung befindet. Eine Änderung der Anzahl und Zusammensetzung der Nachbarn ergibt sich durch eine Ortsveränderung entweder des Objekts oder seiner Nachbarn.

Das Axiom der lokalen Zustandsänderung soll hier aufgestellt werden, um auszudrücken, dass zwei Objekte sich in räumlicher Nähe befinden müssen, damit sie ihre jeweiligen Zustände untereinander wechseln können. Dabei erhalten intrinsische Zustandsänderungen die Gesamtmenge an logistischen Materialien, die sich im System befinden: Es kommt weder neues Material hinzu, noch geht Material verloren. Als extrinsische Zustandsänderungen gelten alle Änderungen, die sich auf die Gesamtmenge und -zusammensetzung von Material im System auswirken.

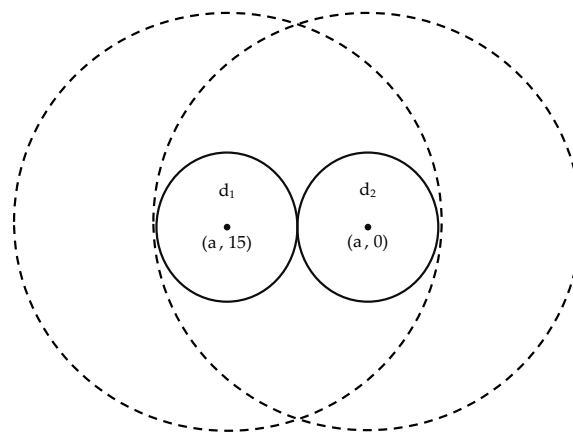


Abb. 3.11 Zwei logistische Objekte in ihrer jeweiligen Nachbarschaft (schraffierte Linie)

#### Axiom der lokalen Zustandsänderung

Alle Zustandsänderungen eines logistischen Objekts erfolgen in einer lokal begrenzten Umgebung. Seien  $d, e \in D$  logistische Objekte, so kann ein Zustandstransfer zwischen diesen Objekten nur stattfinden, wenn gilt:  $d \in \text{neighbours}(e)$  und  $e \in \text{neighbours}(d)$ . Auch die Bewegung als systemweite Ortsveränderung eines Objekts erfolgt durch eine Verkettung von lokalen Ortsveränderungen. Aus globaler Systemsicht werden diese lokalen Zustandsänderungen *mikroskopisch* genannt.

Die spezifische Zuordnung eines physischen Objekts zu den logistischen Objekten oder zu den Artikeln ist beim Einsatz dieser Axiomatik in einer praktischen Anwendung eine kritische Modellierungsentscheidung.

#### Wege und Relationen

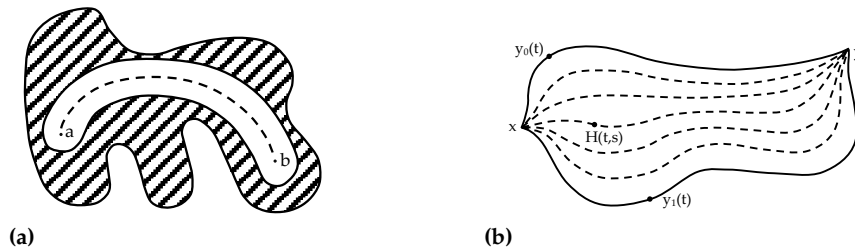
Neben dem einfachen Vorhandensein von Orten, Plätzen und Objekten ist ein Logistiksystem von der Möglichkeit bzw. Notwendigkeit gekennzeichnet, die Objekte zu bewegen. Die Definition eines logistischen Wegs orientiert sich an der Definition des Wegs aus der Geometrie und ergänzt diese durch die Berücksichtigung der Umgebung eines Objekts, dessen wirkliche, physische Belegung im logistischen Raum sie darstellt.

### Logistischer Weg

Sei  $L$  ein logistischer Raum und  $I = [a, b]$  ein reelles Intervall. Ein logistischer Weg kann über die stetige Funktion  $f : I \rightarrow L$  definiert werden, wenn ein Objekt  $\exists d \in D$  existiert, so dass für seine Hülle auf der Bahnkurve  $env(f(I)) \in L$  gilt, also für alle Punkte der Bahnkurve auch die Umgebung von  $d$  immer im logistischen Raum liegt. Die Punkte  $f(a)$  und  $f(b)$  heißen Anfangs- und Endpunkt der Kurve.

In Abbildung 3.12a ist eine solche Bahnkurve von Ort  $a$  nach Ort  $b$  gestrichelt gezeichnet, während die Hülle die Punkte der Kurve im logistischen Raum (gestrichelter Bereich) umfasst, die vom bewegten Objekt belegt werden. Ein Weg ist eine von vielen möglichen Verbindungen zwischen zwei Orten. In einem logistischen System stehen grundsätzlich alle Orte zueinander in *Relation*, daher gibt es immer mindestens einen logistischen Weg zwischen zwei Orten, sodass der logistische Raum eine einzige Wegzusammenhangskomponente darstellt.

Abbildung 3.12b zeigt die Homotopie zweier Kurven und soll als Veranschaulichung für die Vielzahl an möglichen Wegen zwischen zwei Orten im freien logistischen Raum dienen. Im späteren Verlauf der Arbeit wird eine solche Homotopiegruppe von Kurven eine tragende Rolle für eine heuristische Verbesserung der in dieser Arbeit entwickelten Bewegungsplanung spielen (siehe Kapitel 6).



**Abb. 3.12** (a) Bahnkurve eines logistischen Wegs von  $a$  nach  $b$  mit ihrer Hülle (b) Homotopie zweier Kurven

Betrachtet man zwei logistische Wege von  $a$  nach  $b$  und von  $x$  nach  $y$  mit ihren Hüllen, dann sind sie disjunkt, wenn  $env_{ab}(f_{ab}(I_{ab})) \cap env_{xy}(f_{xy}(I_{xy})) = \emptyset$  gilt. Zwei Objekte, die sich auf diesen Kurven bewegen, werden sich niemals direkt beeinflussen, insbesondere entstehen keine Kollisionen (siehe Abbildung 3.13a). Kreuzen sich die Wege oder gibt es eine anderweitige Überlappung der Hüllen, dann entsteht eine Konfliktzone  $K$ , die von der Schnittmenge der Hüllen  $K = env_{ab}(f_{ab}(I_{ab})) \cap env_{xy}(f_{xy}(I_{xy}))$  gebildet wird (siehe Abbildung 3.13b). In dieser Zone sind Kollisionen von Objekten möglich, sodass ein logistisches System durch ein geeignetes Steuerungs-

verfahren die Bewegung der beiden Objekte in Abhängigkeit voneinander kollisionsfrei koordinieren muss.

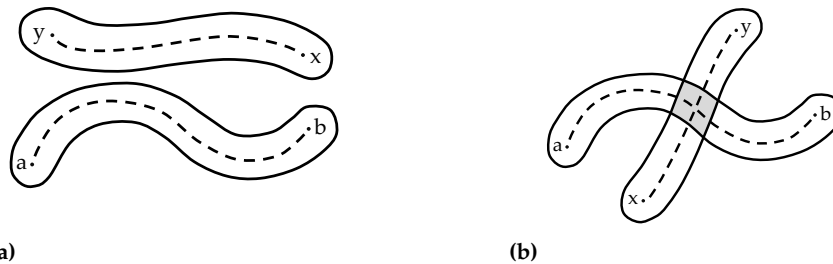


Abb. 3.13 (a) Zwei disjunkte logistische Wege (b) Zwei logistische Wege mit Konfliktszone

Im Rahmen der Modellbildung und späteren Realisierung ist der Unterschied zwischen dem Weg als logistischem Konzept der Erreichbarkeit von Orten und der zugehörigen Bahnkurve als Bildmenge von Punkten im logistischen Raum wichtig: Die Existenz eines Wegs von  $a$  nach  $b$  bedeutet, dass es im logistischen Raum eine Bahnkurve gibt, sodass in der physischen Wirklichkeit ein Objekt von  $a$  nach  $b$  bewegt werden kann. Wenn die Bildmenge punktgenau bestimmt werden soll, dann kann das entweder über eine Beobachtung der Wirklichkeit geschehen oder über eine Parameterdarstellung der Kurve berechnet werden. Die Grundaufgabe eines Steuerungsverfahrens ist die Lösung der Aufgabe der Planung einer Bewegung und ihre geregelte, kontrollierte Ausführung in der Wirklichkeit.

Wenn der logistische Raum so beschaffen ist, dass zwischen zwei Orten oder Plätzen dauerhaft logistische Wege existieren, über die eine oder mehrere Klassen von Objekten bewegt werden können, dann stehen diese Orte oder Plätze in *Relation* zueinander. Hinter dem Konzept der logistischen Relation steht zum einen der Wunsch nach der weitergehenden Abstraktion des Raums hin zu einer Netzwerkdarstellung als Graph mit Knoten und Kanten. Zum anderen ist die Relation auch ein Ausdruck des Bewegungspotenzials im logistischen Raum, weg von der Betrachtung der Bewegung eines einzelnen Objekts, hin zur Bewegungsmöglichkeit und -koordination vieler Objekte.

#### Logistische Relation

Zwei logistische Orte oder Plätze stehen in *Relation* zueinander, solange es mindestens einen logistischen Weg gibt, der beide verbindet. Die logistische Relation kann gerichtet oder ungerichtet sein und bildet die Grundlage für Definitionen logistischer Netzwerke.

Die logistische Relation ist ein mächtiges Werkzeug zur Verkürzung der Wirklichkeit auf essenzielle logistische Zusammenhänge. In der Netzwerkdarstellung als Graph mit Knoten und Kanten liegt aber auch die Gefahr verborgen, dass der logistische Raum zu sehr vereinfacht wird. Zum einen kann eine Kante als einzelner Weg missverstanden werden, zum anderen werden Graphen oft als Planungswerkzeug benutzt und stellen eine statische Struktur des logistischen Raums dar, die eine freie Nutzung des tatsächlich vorhandenen physischen Raums zugunsten vordefinierter Wege aufgibt.

### Dynamik und Bewegung

Mit den vorangegangenen Definitionen und Überlegungen kann nun eine grundlegende Definition der *Logistik* erfolgen, indem diese um die *Zeit* ergänzt werden.

#### Logistik

Die Logistik beschreibt die **vernünftige Bewegung logistischer Objekte** an *Orten*, durch die *Zeit* und in *Relationen*.

Zum Beispiel wird die Bewegung eines Objekts von einem Ort  $a$  zu einem Ort  $b$  innerhalb eines Intervalls  $T$  der *Zeit* auf der Bahnkurve eines logistischen Wegs beschrieben. Die *Vernunft* der Bewegung könnte zum Beispiel bedeuten, dass der Weg mit der kürzesten Bahnkurve gewählt wird. Es kann aber auch sein, dass eine längere Kurve gewählt wird, deren Weg weniger Konfliktzonen enthält und die somit in kürzerer Zeit zum Ziel kommt. Somit fällt unter den Begriff der Vernunft auch der Bereich der Prinzipien der klassischen *Optimierung* (z. B. des Operations Research).

Für die Beschreibung der Bewegung reicht für die Logistik ein kinodynamischer Ansatz aus, der rein geometrisch zusätzlich zu den Größen Ort und Zeit die Ableitungen *Geschwindigkeit*, *Beschleunigung* und *Ruck* berücksichtigt. Das räumliche Bezugssystem bildet der logistische Raum, während das zeitliche Bezugssystem von der Lage und Ausdehnung des logistischen Raums in der physischen Wirklichkeit abhängt.

#### Prinzip der Kollisionsfreiheit

Die Bewegung aller logistischen Objekte erfolgt *kollisionsfrei*. Die Umgebungen zweier Objekte, die nicht vereinigt sind und sich nicht beinhalten, werden sich zu keinem Zeitpunkt überdecken.

Aus dem Trennungsaxiom unter Hinzunahme der Zeit folgt, dass sich zwei Objekte nicht zur gleichen Zeit am gleichen Ort befinden können. Die Geschwindigkeiten zweier Objekte auf sich kreuzenden Bahnkurven ist stets so angepasst, dass keine Kollision entsteht.

### Logistische Prozesse

Ein weiteres Kennzeichen eines logistischen Systems sind wiederkehrende Bewegungsvorgänge entlang definierter Relationen. Dies folgt aus der endlichen Anzahl von Orten und Plätzen, die durch eine endliche Anzahl von Relationen verbunden sind. Über die Zeit werden die Bewegungen unterschiedlicher Objekte für eine Relation entlang logistischer Wege durchgeführt, die sich gleichen oder sehr ähnlich sind.

#### Axiom der wiederkehrenden Bewegungsvorgänge

Logistik ist gekennzeichnet von wiederkehrenden Bewegungsvorgängen im logistischen Raum. Die Planung von wiederkehrenden Bewegungsvorgängen ermöglicht bzw. erfordert die Betrachtung des Bewegungspotenzials eines Systems und die Untersuchung der Möglichkeit paralleler Bewegungsvorgänge über alle möglichen Wege aller Relationen unter Berücksichtigung der Kollisionsfreiheit.

Über wiederkehrende Bewegungsvorgänge ließe sich eine Art von *Flussbegriff* für den logistischen Raum definieren. Jedoch stehen hier die schon existierenden Begriffe etwas im Wege. Auf der einen Seite ist der *Materialfluss* als Begriff zu breit und abstrakt gefasst, da er im Grunde als Verkettung sämtlicher Zustandsänderungen eines physischen Objekts definiert ist. Auf der anderen Seite ist der physikalische Flussbegriff eher als Durchsatzdefinition von Teilchen durch eine beobachtete Fläche zu sehen.

Mit der Grundidee eines Flusses ergibt sich jedoch die Vorstellung von spezifischen Orten, an denen dieser Fluss entsteht und wo er versiegt. Was für die Bewegung einzelner Objekte der *Startort* und der *Zielort* sind, bilden für wiederholte Bewegungsvorgänge die *Quellen* und die *Senken* ab. Die grundlegende Ursache für die Festlegung besonderer Orte ist, dass in vielen realen Systemen spezifische Zustandsänderungen nicht überall stattfinden können. Welche Zustandsänderungen wo stattfinden können, ist anwendungsspezifisch. Zu den besonderen Orten zählen z. B. der Wareneingang und -ausgang in Lagerhäusern oder auch Kommissionierplätze. Im Allgemeinen wird in dieser Axiomatik von der Existenz besonderer Orte und Plätze ausgegangen, die als Quellen und Senken von wiederholten Bewegungsvorgängen angenommen werden.

### Axiom der besonderen Orte und Plätze

Der logistische Raum enthält besondere Orte und Plätze, die jeweils einer Klasse zugeordnet sind. Für jede Klasse sind Zustandsänderungen definiert, die an diesen Orten durchgeführt werden können. Die besonderen Orte bilden Startorte und Zielorte von Relationen. Besondere Plätze sind Start und Ziel individueller Bewegungsvorgänge von logistischen Objekten.

Zu dem Begriff der *Vernunft* der Bewegung im logistischen Raum gehört einerseits die Vermeidung unnötiger Bewegungen, andererseits auch die gezielte Bewegung zu besonderen Orten und Plätzen mit dem Zweck der Zustandsänderung. Die extrinsische Motivation für diese gezielten Bewegungen findet sich in anwendungsspezifischen *Prozessen*, für deren Bearbeitung bestimmte Zustandsänderungen erforderlich sind. Für diese Axiomatik ist eine formale Definition des Prozessbegriffs nicht notwendigerweise zielführend, da sie in Konkurrenz zu anderen Definitionen stehen würde und für den eigentlichen Fokus der Betrachtung der Bewegungsplanung nicht benötigt wird.

Gezielte Bewegungen zu besonderen Orten führen zusammen mit der Kollisionsfreiheit zu einer natürlichen Reihenfolgebildung der Objekte im logistischen Raum. Diese natürliche Reihenfolge führt zu einer Sequenzierung der Bewegungsvorgänge, die sich direkt auf die Struktur der Objekte im Raum auswirkt. Wenn eine spezifische Strukturierung der Objekte erwünscht ist, dann erfordert dies eine gezielte Reihenfolgebildung.

### Reihenfolgebildung

Kollisionsfreie Bewegungsvorgänge durch besondere Orte führen zu einer *natürlichen Reihenfolgebildung* der Objekte im logistischen Raum. Zusätzlich kann eine *gezielte Reihenfolgebildung* für die Organisation der Objekte im Raum definiert werden, die zusätzlich zu den sonstigen Bedingungen für die Bewegungsplanung berücksichtigt werden muss.

Durch die Reihenfolgebildung werden logistische Objekte und ihre Bewegungsvorgänge voneinander abhängig. Es entsteht eine Vorher-Nachher-Beziehung, die als partielle Ordnung dargestellt werden kann. Diese raumzeitliche Abhängigkeit in der Reihenfolge kann dazu führen, dass ein Bewegungsvorgang verändert oder sogar pausiert wird, zum einen, damit Kollisionen vermieden werden, und zum anderen, damit eine mögliche vorgegebene Reihenfolge eingehalten wird.

In beiden Fällen können Warteschlangen entstehen, die entweder klassisch als tatsächliche räumliche Schlangenstruktur gebildet werden (siehe



Abbildung 3.14a) oder als verteilte Warteschlange im Raum gebildet werden (siehe Abbildung 3.14b).

### Warteschlange

Eine Warteschlange bildet sich aus einer Menge von logistischen Objekten, die durch eine Vorher-Nachher-Beziehung so lange in Abhängigkeit stehen, bis sie sich durch einen bestimmten Ort bewegt haben. Sowohl die Objekte als auch der Ort können während des Wartens stillstehen oder in Bewegung sein.

Warteschlangen können auch durch Engstellen im logistischen Raum auf natürliche Weise entstehen, wobei die Objekte einzig durch die gemeinsame Passage der Engstelle in Abhängigkeit geraten.

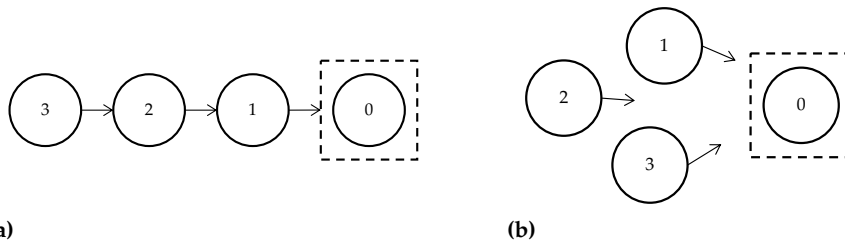


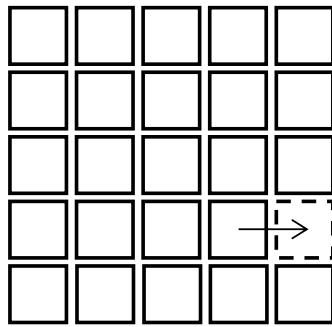
Abb. 3.14 (a) Klassische Warteschlange (b) Verteilte Warteschlange

Im Gegensatz zur klassischen Warteschlangentheorie wird in diesem Axiomensystem die Warteschlange nicht als abstrakte Struktur ohne räumliche Ausdehnung betrachtet, sondern als eine raumzeitliche Abhängigkeit von logistischen Objekten, die Platz im logistischen Raum belegen (vgl. [Bau13]).

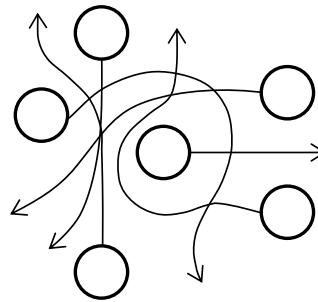
### Idealisiertes Förder- und Lagerwesen

Aus dem Prinzip der Kollisionsfreiheit verbunden mit der Endlichkeit des logistischen Raums folgt die begrenzte *Kapazität* eines logistischen Systems. Diese Kapazität ist im Ruhezustand aller Objekte gleich der maximalen Anzahl an Plätzen, die ohne Überlappung im logistischen Raum angeordnet werden können. Abbildung 3.15a zeigt das *idealisierte Lagerwesen* in Form einer gitterbasierten Anordnung von rechteckigen Dingen mit sehr guter Raumausnutzung, sodass eine Bewegung der Objekte nur im festgelegten Raster stattfinden kann (Pfeil in der Abbildung).

Abbildung 3.15b zeigt das *idealisierte Förderwesen* in Form der gleichzeitigen kollisionsfreien Bewegung aller Objekte im freien Raum. Während die Kapazität eines logistischen Systems mit vollständig ruhenden Dingen trivial zu bestimmen ist, führt die Bewegung von Objekten zur Notwendigkeit von freiem Raum zum Manövrieren, der die allgemein verfügbare Kapazität



(a)



(b)

**Abb. 3.15** (a) Kollisionsfreiheit bei gitterbasierter Trennung im Ruhezustand (idealisiertes Lagerwesen) (b) Gleichzeitige kollisionsfreie Bewegung aller Objekte (idealisiertes Förderwesen)

verringert. Die genaue Bestimmung des zur Bewegung notwendigen freien Raums ist von einer Vielzahl von Faktoren abhängig: von kinodynamischen Zwangsbedingungen bei der Ausführung der Bewegung, der Gestaltung des logistischen Raums, der Bewegungsplanung.

In der Regel werden logistische Systeme so gebaut, dass es dezidierte Lagerbereiche gibt, die durch Förderbereiche oder -strecken miteinander verbunden sind. Ein Beispiel für die Kombination aus Lager- und Förderbereichen ist in Abbildung 3.7 mit dem Blockzeilenlager gegeben, mit den Blöcken als Lagerbereiche und dazwischenliegenden Förderwegen als Zeilentrennung. Im Sinne dieser Axiomatik bilden diese Bereiche als Karten dann in ihrer Gesamtheit den Atlas des logistischen Raums.

### 3.3 Zur Beobachtung in logistischen Systemen

Mit der bislang beschriebenen Axiomatik wird der Zustand des Logistiksystems im Sinne eines allwissenden, globalen und zeitunabhängigen Beobachters beschrieben. Die Abstraktionen der Axiomatik bringen durch ihre verkürzte Abbildung der Wirklichkeit die eingeschränkte Fähigkeit zur Erkennung und Identifikation von Objekten zum Ausdruck. Zusätzlich ist in der Regel keine zeitlich und räumlich durchgängige Abdeckung für die Beobachtung des physischen Raums gegeben. Es werden in unregelmäßigen Zeitabständen lokal Ereignisse erzeugt, die einen lokal beschränkten Zustand zu einem bestimmten Zeitpunkt wiedergeben. Ein Großteil der physischen Wirklichkeit des logistischen Systems liegt für einen globalen Beobachter zu jeder Zeit im Verborgenen.

Eine Änderung der Zustände im logistischen System kann nur durch diese prinzipiell lokal beschränkten Beobachtungsereignisse erfasst werden, deren zeitverzögerte Aggregation ein globales Abbild des Systems ergeben. Die

resultierende eingefrorene Systemsicht – der Schnappschuss – repräsentiert damit immer einen in der Vergangenheit liegenden, statischen Systemzustand.

Die Beobachtungen sind daher natürlicherweise nach den Orten strukturiert, an denen sie entstehen und wo sie aufgenommen werden. Diese Struktur kann insofern als hierarchisch angenommen werden, als die Aggregation von Daten für einen Ort die Information aller Orte beinhaltet, die innerhalb seiner Umgebung liegen.

#### **Logistische Ordnung**

Logistische Ordnung beschreibt den Grad der Fähigkeit eines Systems, zu einem bestimmten Zeitpunkt die Information bereitzustellen zu können, die auf die einzelnen Zustände der im logistischen Raum verteilten Objekte schließen lässt.

So gilt ein Lager, das nach dem Prinzip der chaotischen Lagerung arbeitet, so lange als logistisch geordnet, wie eine Datenbank mit der aktuellen Information über die Zuordnung aller Artikel zu ihren Lagerplätzen existiert.

#### **Logistische Entropie**

In gewisser Hinsicht lässt sich die Situation in logistischen Systemen mit Systemen der statistischen Physik vergleichen. In beiden Fällen gibt es eine makroskopische und eine mikroskopische Sichtweise auf die Objekte (oder Teilchen) des Systems und eine Grundproblematik bei der Fähigkeit zur Beobachtung. Aufgrund der lücken- und fehlerhaften Beobachtungsfähigkeit kann auch im logistischen System von einer spontanen Änderung der Mikrozustände ausgegangen werden, sodass sich jedes geordnete logistische System zu einem Zustand der Unordnung hin entwickelt.

#### **Axiom der spontanen Zustandsänderung**

Der makroskopische Zustand eines logistischen Systems setzt sich durch die mikroskopischen Zustände des logistisch relevanten Materials im logistischen Raum zusammen. Die mikroskopischen Zustände können sich aus Sicht eines globalen Beobachters jederzeit *spontan* ändern.

Spontane Zustandsänderungen entstehen zum einen durch Messungenauigkeiten und -fehler bei der Erkennung, Klassifikation oder Identifikation von physischen Objekten. Zum anderen entstehen sie durch ungeplante und unbeobachtete Bewegungen von physischen Objekten (Herunterfallen, Steuerungsfehler, Kommunikationsfehler, menschlicher Irrtum, mechanische Ausfälle, Diebstahl, Unfälle usw.).

Um den makroskopischen Zustand zu aktualisieren, wird eine gewisse Menge an zusätzlicher Information benötigt, damit von diesem wieder auf die tatsächlich vorliegenden Mikrozustände geschlossen werden kann.

#### **Spezielle logistische Entropie**

Die eingeschränkte logistische Entropie ist das Maß für die Unkenntnis von Position, Geschwindigkeitsvektor und Inhalt aller einzelnen Objekte im logistischen Raum.

Bezogen auf das hier entwickelte Axiomensystem bezieht sich die eingeschränkte logistische Entropie in ihrer Zustandsdefinition nur auf die immanenten Eigenschaften aller logistischen Objekte: Position oder Standort sowie Inhalt. Es ist möglich, die Entropiedefinition um weitere Eigenschaften zu erweitern, wenn dies für ein konkretes logistisches System notwendig erscheint.

#### **Allgemeine logistische Entropie**

Die logistische Entropie ist das Maß für die Unkenntnis der Zustände aller einzelnen Objekte im logistischen Raum.

Die logistische Entropie ist im Gegensatz zum klassischen thermodynamischen Entropiebegriff kein objektives physikalisches Maß. Vielmehr hängt sie von der Modelldefinition der Zustandsbeschreibung eines konkreten Systems ab: Wenn das Modell die Temperatur als Zustandsgröße beinhaltet (z. B. in der Impfstofflogistik), dann muss diese Information durch Temperatursensoren erfasst und übermittelt werden. Wenn die Temperatur keine Rolle spielt (z. B. in der Stahlträgerlogistik), dann spielt auch das Fehlen der Temperaturinformation für die Bewertung der logistischen Entropie dieses Systems keine Rolle.

### **3.4 Konzeption eines Cyberphysischen Zwillings**

Das Konzept des Cyberphysischen Zwillings ist eine Spezialisierung des Digitalen Zwillings und erweitert diesen um einige für die Logistik wichtige Eigenschaften. Das Konzept ergänzt die Axiomatik der Logistik im Kontext dieser Arbeit um ein allgemeines Modell von dezentralisierbaren Abbildungs- und Steuerungssystemen für die Ausführung von logistischen Bewegungen.

#### **Diskretisierung als Grundlage für eine Dezentralisierung der Steuerung**

Die Diskretisierung von Objekten im logistischen Raum ermöglicht erst den Einsatz einer Bewegungssteuerung. Die natürliche Verteilung von physischen Objekten im Raum führt zu einer verteilten Zustandsinformation, sodass

eine vollkommen dezentrale Betrachtung der Steuerung der grundlegende Basisfall ist, von dem jedes Steuerungssystem abgeleitet werden muss.

Es gibt vier Diskretisierungsarten für Objekte in der Logistik:

- **Physische Diskretisierung** Dies können natürlich diskretisierte Artikel sein (z. B. Stahlträger) oder eine Diskretisierung durch Ladehilfsmittel. Die Bauform einiger Ladehilfsmittel ermöglicht eine einfache mechanische Vereinzelung. Eine physische Diskretisierung des Raums kann durch bauliche Maßnahmen wie Regale oder auch Farbmarkierungen auf dem Boden geschehen.
- **Wahrnehmende Diskretisierung** Die technische Fähigkeit, physische Objekte oder Räume voneinander trennen zu können, wird hier als wahrnehmende Diskretisierung betrachtet. In der Regel führt eine solche Diskretisierung zu einer relativen Lokalisierung der Objekte oder Räume untereinander.
- **Elektronisch-kommunikative Diskretisierung** Wenn ein Computersystem mit Kommunikationsfähigkeit in ein physisches Objekt eingebettet wird, dann kann durch die eindeutige Kennung (z. B. MAC- oder IP-Adresse) bei der Kommunikation eine Diskretisierung von Objekten durchgeführt werden, die gleichzeitig zu einer Identifikation führt.
- **Algorithmische Diskretisierung** Datenstrukturen und Algorithmen in existierender Software, die sich auf physische Objekte oder den logistischen Raum beziehen, bestimmen die Diskretisierung während des digitalen Abbildungsprozesses.

Damit physische Objekte im Sinne eines Digitalen Schattens automatisiert digital abgebildet werden können, muss ein automatisiertes Identifikationsverfahren existieren, das Objekte einzeln betrachten kann.

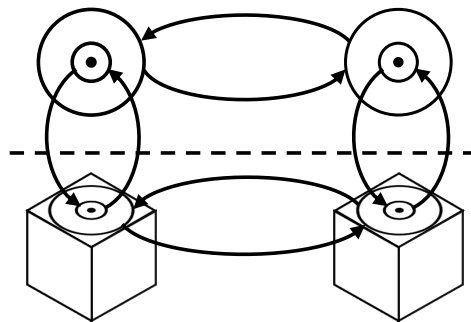


Abb. 3.16 Cyberphysischer Zwilling

### Eigenschaften

Diese neue Klasse von Digitalen Zwillingen soll hier als *Cyberphysischer Zwilling* definiert werden, der folgende zusätzliche Eigenschaften besitzt:

- Das digitale Objekt ist wichtiger als das physische Objekt, sodass alle wesentlichen Änderungen am Verhalten am digitalen Objekt vorgenommen werden und das physische Objekt sein inneres Verhalten entsprechend den Vorgaben des digitalen Objekts laufend anpasst.
- Der Übertragungsweg vom digitalen Objekt zum physischen Objekt ist dominant und kann durch die Übertragung kompilierten Quellcodes oder kompilierter neuronaler Netze das Verhalten des abgebildeten cyberphysischen Systems in der physischen Welt grundlegend ändern. Der Übertragungsweg von der digitalen in die physische Welt ist somit mehr als ein einfacher Datenstrom.
- Das physische Objekt ist in der Hauptsache ein Stellvertreter des digitalen Abbilds, agiert aber weitgehend autonom mit einer lokalen Entscheidungsfindung.
- Das physische Objekt kann Datenverarbeitungsprozesse im virtuellen Abbild anstoßen, wenn sich Situationen in der physischen Welt ergeben, die eine Anpassung des Verhaltens notwendig erscheinen lassen.
- Alle Cyberphysischen Zwillinge sind in der physischen und der virtuellen Welt vernetzt und bilden ein komplexes Gesamtsystem, dessen Verhalten aus beiden Welten heraus gesteuert wird.
- Cyberphysische Zwillinge sind bezüglich ihrer logistischen Funktionen und Attribute als mobile, physische Objekte standardisiert.

In Abbildung 3.16 wird wieder auf das Grundkonzept eines Systems von Avataren und Agenten Bezug genommen. Es stellt verschiedene Typen Cyberphysischer Zwillinge in einer Silicon Economy dar, die jeweils in der physischen und der virtuellen Welt als Agenten untereinander verhandeln, aber zwischen den Welten über die exklusive Avatar-Verbindung kommunizieren. Die Exklusivität bei dieser *Weltensprung-Kommunikation* sichert die Synchronizität der beiden Objektkerne und somit die Zwillingseigenschaft ab. Abbildung 3.17 zeigt zusammenhängende Systeme von verteilten Cyberphysischen Zwillingen.

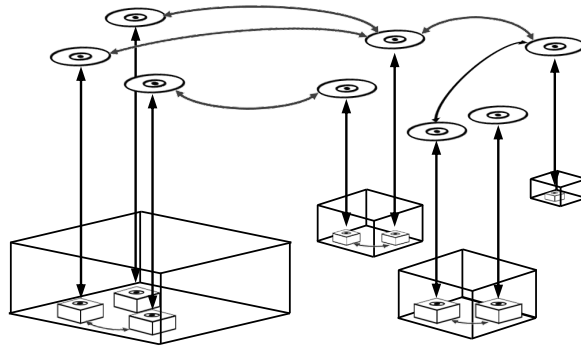


Abb. 3.17 Systeme von verteilten Cyberphysischen Zwillingen





## Kapitel 4

# Anforderungen, existierende Arbeiten und Forschungslücke

**Zusammenfassung** Das vierte Kapitel formuliert zunächst die Anforderungen an eine kontinuierliche kinodynamische Bewegungssteuerung logistischer Objekte. Diese Anforderungen dienen als Grundlage für eine Analyse der existierenden Verfahren in der Logistik und der Robotik. Die bestehenden Arbeiten aus der Logistik befassen sich mit der anwendungsbezogenen Bewegungsplanung in innerbetrieblichen Logistiksystemen. Die relevanten Arbeiten der Robotik werden über eine Auswahl an spezifischen Schlüsselwörtern bestimmt, die zu den Anforderungen passen. Dies ermöglicht, auch die Arbeiten mit in die Betrachtung einzubeziehen, die keinen logistischen Anwendungsfall untersuchen. Anschließend werden die Grenzen der existierenden Verfahren analysiert und die Forschungslücke bestimmt.

## 4.1 Anforderungen

Die Anforderungen an eine kontinuierliche kinodynamische Bewegungssteuerung logistischer Objekte unter Berücksichtigung dezentraler Ausführung dienen als Grundlage für einen Abgleich mit Forschungsarbeiten im Betrachtungsraum dieser Arbeit. Mithilfe einer Anforderungsspezifikation werden die Grenzen bisheriger Arbeiten strukturiert erfassbar und die Forschungslücke sowie ihre Implikationen für die Entwicklung eines neuartigen Verfahrens bestimmbar.

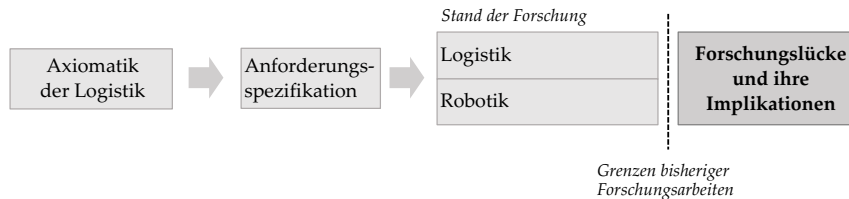


Abb. 4.1 Weiteres Vorgehen zur Bestimmung der Forschungslücke

Die Defizite des aktuellen Forschungsstands vor dem Hintergrund der spezifizierten Anforderungen offenbaren Anknüpfungspunkte für den Lösungsentwurf, den diese Arbeit leistet, siehe Abbildung 4.1.

Die Anforderungen an ein Verfahren werden wie folgt spezifiziert:

- **Bewegungsplanung für viele Objekte** Das Verfahren muss in der Lage sein, die Bewegung für eine große Zahl an Objekten zu planen.
- **Echtzeitfähige Planung für neue Objekte** Bevor ein neues Objekt in den logistischen Raum eintritt, sollte eine Bewegungsplanung innerhalb eines vorgegebenen Zeitfensters abgeschlossen werden, sodass der physische Bewegungsvorgang nicht durch die Zeit zur Planung verzögert wird.
- **Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen** Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck müssen bei der Bewegungsplanung berücksichtigt werden, sodass ein sicherer Transportvorgang gewährleistet ist.
- **Konfliktfreiheit inklusive Deadlockfreiheit** Konflikte zwischen den Bewegungen verschiedener Objekte müssen vermieden werden. Das Verfahren darf keine Deadlocks zulassen.
- **Hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen** Das Verfahren muss hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der bewegten Objekte zulassen. Als hoch werden Geschwindigkeitswerte ab 6 m/s und Beschleunigungswerte ab 3 m/s<sup>2</sup> angenommen.
- **Unterstützung für Verfahren der quasi-kontinuierlichen Wahrnehmung** Das Verfahren zur Bewegungssteuerung sollte in der Lage sein,

Daten zu Position und Rotation eines Objekts in sehr kurzen Zeitabständen zu verarbeiten.

- **Dezentralisierbarkeit** Das Verfahren zur Bewegungssteuerung sollte dezentral ausgeführt werden können.
- **Vergleichbarkeit mit der analytischen Wegzeitberechnung der Logistik** Damit ein Vergleich zur klassischen, analytischen Wegzeitberechnung möglich wird, sollte diese als Spezialfall des zu entwickelnden Verfahrens abgebildet werden können.

Der Stand der Forschung setzt sich aus bisherigen Arbeiten zur Bewegungssteuerung in Logistik und Robotik zusammen. Ihnen widmen sich die nachfolgenden Abschnitte.

## 4.2 Existierende Arbeiten

Die existierenden Arbeiten werden getrennt nach den Themenbereichen der Logistik und der Robotik betrachtet.

### 4.2.1 Logistik

Die für diese Arbeit relevanten existierenden Arbeiten stammen aus dem Bereich der technischen Logistik und befassen sich mit der Bewegungsplanung in innerbetrieblichen Logistiksystemen. Allen Arbeiten ist gemein, dass sie nicht alleine ein Verfahren theoretisch entwickeln, sondern zusätzlich immer einen Bezug auf ein konkretes technisches System aufweisen und häufig parallel zu diesem entwickelt wurden. Kennzeichnend für die Entwicklung der Logistikforschung ist der Aufbau von kleinen Demonstratoren in Kombination mit einer Simulation größerer Systeme.

#### Gitterbasierte Systeme

Einen guten Überblick über den aktuellen Stand der Forschung und der Industrie im Bereich der gitterbasierten Steuerungsverfahren insbesondere in der (überwiegend) deutschen Logistikforschung- und Industrie findet sich in [Sei16]. Seibold beschreibt die Arbeiten, die auf der Entwicklung des *Flex-Conveyors* aufbauen, eines modularen, gitterbasierten Stetigfördersystems, das Behälter mithilfe quadratischer Transfermodule in alle vier Richtungen transportieren kann. Dieses System kann durch sogenannte Deadlock-Tokens bestimmte Konfliktsituationen vermeiden, die durch zirkuläre Wartebeziehungen ausgelöst werden. Es werden weitere gitterbasierte Systeme beschrieben: der *GridSorter* für Sortiersysteme [Fle21], der *GridStore* als Lagersystem [Gue+14] sowie *GridPick* als Kommissioniersystem [Ulu14].

Seibold entwickelt in ihrer Arbeit einen Algorithmus, der das Routing auf Basis von *logischer Zeit* durchführt. Dies ermöglicht eine Reduktion kinodynamischer Bewegungsmodelle auf die ereignisdiskrete Wahrnehmungsfä-

higkeit des Systems. Folglich wird das Steuerungssystem unabhängig von den tatsächlichen Transportzeiten der einzelnen Transfermodule. Durch die Verwendung von logischer Zeit ergibt sich ein natürlicher Weg zur Dezentralisierung der Steuerung, da die ursprüngliche Veröffentlichung von Lamport die Synchronisation verteilter Systeme thematisiert.

Das System *GridFlow* verwendet Transportfahrzeuge, die in einem dichten, gitterbasierten Bodenblocklager Paletten transportieren können. Dazu stehen die Paletten auf unterfahrbaren Gestellen, sodass die Fahrzeuge sich unabhängig von den Paletten gitterbasiert bewegen können. Das System vermeidet Deadlocks und Livelocks auf Basis einer globalen Priorisierung der Fahrzeuge (vgl. [SF20]).

Das Amazon Kiva System ist ein weiteres gitterbasiertes Transportsystem mit Transportrobotern (vgl. [WDM08]). Es kombiniert ein Lagersystem auf Basis von beweglichen Regalen mit dem Transport der Regale zu Kommissionierstationen. Der Steuerungsalgorithmus wurde wissenschaftlich publiziert und führte zu einer Vielzahl von weiteren Publikationen in den folgenden Jahren. Insbesondere die formalen Definitionen von *Multi-Agent Pathfinding* (MAPF) und *Multi-Agent Pickup and Delivery* (MAPD) lassen sich auf dieses System zurückführen (vgl. [SS20]). Dabei wurde mit *Conflict-based Search* (CBS) ein optimaler Algorithmus für die Bewegungsplanung in dieser Systemklasse gefunden (vgl. [Sha+15]). Dieser Algorithmus benötigt dabei alle Transportaufträge als Eingabe und berechnet ein optimales Scheduling der Bewegungen der Transportroboter. Eine laufende Eingabe neuer Aufträge ist nicht vorgesehen, und es werden keine kinodynamischen Zwangsbedingungen bei der Bewegungsplanung berücksichtigt. Wie bei allen gitterbasierten Systemen muss der Roboter vor einer Richtungsänderung im Stillstand sein. Eine vollkommen dezentrale Steuerung ist möglich, sie bringt für die Vorausberechnung aller Bewegungen keinen direkten Mehrwert, da keine lokale Entscheidungsfindung durchgeführt wird. Das System basiert auf einer Lokalisierung durch eine Matrix von Barcodes, die auf dem Boden angebracht werden und die von den Robotern zur Lokalisierung gelesen werden. In den folgenden Jahren entstand eine Reihe von ähnlichen Systemen anderer Anbieter (vgl. [Wur17]).

Allen gitterbasierten Systemen ist gemein, dass sie eine dichte, infrastruktur-basierte Struktur abbilden, bei denen der Vermeidung von Deadlocks besondere Bedeutung bei der Bewegungsplanung zukommt. Die Wahrnehmung beschränkt sich auf ein ereignisdiskretes Informationsmodell, das den Eingang und Ausgang eines Förderguts oder Transportroboters in Bezug auf eine Gitterzelle abbildet.

### **Verfahren unter Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen**

In der Regel werden kinodynamische Zwangsbedingungen in der Bewegungsplanung logistischer Systeme nur auf der Ebene der individuellen Auslegung der Maximalgeschwindigkeit eines Systems berücksichtigt. Dies kann z. B. die Fahrkurvenplanung eines Regalbediengerätes sein, bei der ein sanftes Beschleunigen und Bremsen zur Vermeidung von Ruck führt. Eine weitere Gegenmaßnahme aus der logistischen Praxis ist eine geeignete mechanische Ladungssicherung oder ein Ladehilfsmittel zur Vermeidung des Herunterfallens von Gegenständen (vgl. [tSD18]).

### **Fahrerlose Transportsysteme**

Die wissenschaftliche Literatur zu klassischen Fahrerlosen Transportsystemen (FTS) beschreibt Problemstellungen, die auf festgelegten Straßenkarten basieren. Moderne Entwicklungen in diesem Bereich stützen sich auf Entwicklungen der Robotik, sodass sich hier die existierenden Arbeiten auf Anwendung existierender Roboter beschränken (vgl. [DVD20]). Im Kontext dieser Arbeit wird ein FTS als Roboter in einer logistischen Anwendung gesehen.

### **Industrielle Entwicklungen und Systeme**

Es gibt zahlreiche industrielle Entwicklungen, über die keine detaillierten Veröffentlichungen über die Bewegungsplanung existieren. In vielen Fällen kann aufgrund von Werbematerial (insbesondere Videos) auf bestimmte Verfahren geschlossen werden. Dies ist z. B. bei gitterbasierten Verfahren sehr gut zu erkennen. Generell konnte im Rahmen dieser Arbeit kein industrielles System gefunden werden, welches augenscheinlich den spezifizierten Anforderungen, insbesondere einer freien Orientierung der Fahrzeuge bei gleichzeitig hohen Geschwindigkeiten, genügt.

## **4.2.2 Robotik**

Die theoretischen Grundlagen der Bewegungsplanung aus der Robotik wurden in dieser Arbeit bereits ausführlich dargestellt. Die folgenden Arbeiten beziehen sich daher auf die spezifischen Anforderungen, die sich für die Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum ergeben.

Es gibt einige Besonderheiten bei der Literaturrecherche im Bereich Robotik, die sich für diese Arbeit ergeben. Aus Sicht der Robotik ist die Logistik lediglich eins von vielen Anwendungsgebieten, in denen Roboter zum Einsatz kommen können. Das bedeutet, dass die einfache Suche nach wissenschaftlichen Veröffentlichungen mit Logistikbezug nicht zu einem umfassenden Bild der relevanten Literatur führt. Viele Veröffentlichungen, die Verfahren der Bewegungsplanung betreffen, werden nicht für eine Logistikanwendung

entwickelt und so bei einer einfachen Suche mit dem Begriff *Logistik* nicht gefunden.

Eine weitere Problemstellung ist von weitaus grundsätzlicherer Natur: Selbst aus Sicht der klassischen Logistik stellen Roboter nur ein mögliches Gewerk unter vielen dar. So kommen Greifarmroboter etwa bei der Kommissionierung zum Einsatz, und das weite Feld der Transportroboter fällt unter den Bereich der Unstetigfördertechnik oder der FTS. Es gibt bislang keine Veröffentlichung, die sich mit dem allgemeinen Thema einer frei-orientierten Bewegungsplanung für logistische Objekte befasst, die unabhängig von einem konkreten technischen System ist.

Es werden daher in den Ergebnissen der Literaturrecherche die Begriffe der Robotik verwendet, die zu den spezifizierten Anforderungen passend sind. Dazu werden im Folgenden die englischsprachigen Begriffe genannt, die zur Auffindung relevanter Veröffentlichungen der Robotik geführt haben:

- **Multi-Robot** Veröffentlichungen, die eine Vielzahl von Robotern betreffen
- **Swarm** Veröffentlichungen, die sich mit einer Schwarmsteuerung von Robotern befassen
- **Kinodynamic** Veröffentlichungen, die sich mit kinodynamischer Bewegungsplanung befassen
- **Lifelong Planning** Veröffentlichungen, die sich mit einer Bewegungsplanung befassen, die neue Objekte oder Aufträge während der Ausführung berücksichtigen kann

Weitere Anforderungen wie Deadlockfreiheit und die erreichten Geschwindigkeiten, die in der Praxis getestet wurden, lassen sich in der Regel nicht durch den Titel bestimmen, sondern finden sich im Volltext oder sind eine implizite Eigenschaft der untersuchten Methode (wie z. B. bei Conflict-based Search).

Es lässt sich feststellen, dass es eine deutlich größere Anzahl von Veröffentlichungen in der Robotik als in der technischen Logistik gibt, was auf die deutlich größere Anzahl an Wissenschaftlern zurückzuführen ist, die sich mit Robotik im Allgemeinen befassen.

#### **Gitterbasierte Verfahren mit Logistikbezug**

Eine Ausnahme von der Regel, dass Veröffentlichungen zur Bewegungsplanung in der Robotik keinen direkten Bezug zur Logistik haben, lässt sich im Fall der gitterbasierten Verfahren feststellen. Aus einer Veröffentlichung über die Entwicklung des Amazon Kiva Systems ist ein eigener Forschungsbereich der Robotik geworden, der auf einer Formalisierung der Problemstellung basiert, die mit MAPD einen eigenen Begriff bekommen hat (vgl. [WDM08]).

Dabei handelt es sich bei MAPD im Grunde um eine altbekannte Problemstellung der Unstetigfördertechnik, die Lastfahrten und Leerfahrten betrifft. Es wurde in der Robotik für diese Art gitterbasierte Systeme eine neue Begrifflichkeit und ein neues Themengebiet geschaffen.

Ein Effekt der Formalisierung des Kiva Systems als MAPD ist die Festbeschreibung spezifischer Eigenschaften des praktischen Systems, an denen sich fast alle weiteren Arbeiten als Randbedingungen halten: das gitterbasierte Bewegungsmodell, der zeitliche Gleichschritt aller Bewegungen in die nächste Gitterzelle, keine Berücksichtigung individueller Geschwindigkeiten und die labyrinthartigen Layouts mit einem Manhattan-Straßenmodell (vgl. [SS20]).

Wie bereits oben beschrieben, existiert mit CBS ein effizienter, optimaler Algorithmus für die Lösung von MAPF (vgl. [Sha+15]). Er kombiniert eine  $A^*$ -Suche mit dem geschickten Einsatz eines binären Suchbaums, der die Konfliktfälle speichert, in denen zwei Roboter die gleiche Gitterzelle zum gleichen Zeitpunkt belegen wollen. Über diesen Suchbaum werden die Prioritätsmöglichkeiten, nach denen ein Roboter auf den anderen warten muss, für jeweils beide Fälle betrachtet. Damit kann eine günstige Zuweisung von Prioritäten erreicht und die Gesamtleistung des Systems optimiert werden. Damit steht er im Gegensatz zum Verfahren mit logischer Zeit aus der Arbeit von Seibold, das keine Optimalität für das Gesamtsystem garantiert. Die optimale Bewegungsplanung von CBS erfordert jedoch die Eingabe aller Transportanfragen vor Start der Bewegungsplanung und kann damit nicht auf neu hinzukommende Anfragen reagieren. Das Verfahren ist besonders für Szenarien geeignet, für die keine neuen Transporte während der Ausführung des optimalen Bewegungsplans erforderlich sind und die eine dichte Hindernisregion besitzen, die wenig Ausweichmöglichkeiten bietet, sodass die optimale Zuweisung von Prioritäten von Vorteil ist.

### Schwarmverfahren

Verfahren der Bewegungsplanung auf Basis von Schwarmalgorithmen betrachten den Roboter als holonomisch agierenden Partikel, der einen Geschwindigkeitsvektor besitzt, dessen Werte durch verschiedene Regeln laufend neu berechnet werden (Feedback Planning). Die Wahrnehmung des einzelnen Roboters ist dabei auf seine lokale Nachbarschaft beschränkt, in der er die Bewegungen anderer Roboter kontinuierlich beobachtet. Die Geschwindigkeitsvektoren der Nachbarn werden bei der Neuberechnung des eigenen Vektors so berücksichtigt, dass keine Konflikte auftreten. Die charakteristische Eigenschaft von Schwarmverfahren ist, dass alle Partikel die Regeln kennen, nach denen sie sich Verhalten (*Reziprozität*). Mit dem Verfahren der *Reciprocal Velocity Obstacles* (RVO) existiert ein heuristisches Verfahren, das diesen Umstand zur Bewegungsplanung verwendet (vgl. [vLM08]). Aufbauend darauf wurden die *ORCA Lines* als Methode entwickelt und

nachgewiesen, dass eine konfliktfreie Bewegung beliebig vieler Teilnehmer garantiert werden kann, wenn der Geschwindigkeitsvektor unbeschränkt ist (vgl. [van+11a]).

Alle Schwarmverfahren verwenden eine lokal beschränkte Wahrnehmung und antizipieren die Bewegung anderer Teilnehmer nur über einen beschränkten Zeithorizont. Damit sind sie nicht in der Lage, globale Deadlockbedingungen zu verhindern. Bei einer Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen verliert das ORCA-Verfahren seine Garantie auf Konfliktfreiheit, da Situationen entstehen können, die eine plötzliche sehr hohe Geschwindigkeitsänderung erfordern. Bei hohen Geschwindigkeiten besteht für jedes Schwarmverfahren die Herausforderung, einen Eintritt in die Zone der unvermeidlichen Kollision zu erkennen und zu verhindern.

### **Kinodynamische Verfahren für einzelne Roboter**

Die Entwicklung effizienter Verfahren unter Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen gilt selbst für einzelne Roboter bis heute als Herausforderung in der Robotik. Der Grund liegt in der großen Anzahl an zusätzlichen Zuständen, die von einem Verfahren potenziell betrachtet werden müssen. Das Ziel kinodynamischer Verfahren ist, eine zeitoptimale Pfadplanung zu erreichen, die nicht unbedingt den kürzesten Pfad verwendet, sondern einen, der hohe Geschwindigkeiten ermöglicht. Dazu sollten Pfade vermieden werden, die ungünstige Zwangsbedingungen erzeugen, wie sie z. B. durch rechte Winkel entstehen (siehe Abschnitt 2.4.6).

Bei einer entkoppelten Planung wird zuerst ein Pfad generiert, für den im zweiten Schritt ein Geschwindigkeitsprofil gebildet wird. Für die Erzeugung günstiger Pfade kann auf die besonderen Eigenschaften von *Splines* zurückgegriffen werden, die es erlauben, Geschwindigkeiten und Beschleunigung langsam ansteigen zu lassen und ruckartige Bewegungen verhindern. Für die Bewegungsplanung einzelner Roboter wurde dies mit Hilfe von Bézierkurven fünfter Ordnung erforscht (vgl. [LSB09]). Ein Vorteil von *Splines* ist, dass Pfade durch wenige Kontrollpunkte und Parameter repräsentiert werden.

Mit dem *Timed-Elastic-Bands*-Verfahren (TEB) können zeitoptimale Pfade auch für nicht-holonomische Roboter effizient berechnet werden (vgl. [Roe+12]). Ein TEB wird als Problemstellung einer gewichteten multikriteriellen Optimierung abgebildet. Die meisten Kriterien sind lokal, was zu einer spärlichen Systemmatrix führt, für die es effiziente Lösungsansätze auf Basis Methode der kleinsten Quadrate gibt.

### **Kinodynamische Multi-Roboter-Verfahren**

Die Problemstellung kinodynamischer Multi-Roboter-Verfahren kombiniert die Komplexität beider Einzelproblemstellungen, sodass bislang keine global optimalen Algorithmen existieren.



Ein Ansatz der Komplexitätsreduktion basiert auf einer globalen Planung ohne Konfliktbehandlung zur Generierung von Wegpunkten, die anschließend über eine dynamische lokale Planung angefahren werden. In [Gar19] wird ein solches Verfahren verwendet, um frei-orientierte FTS in einer Fabrikumgebung zu steuern. Die lokale Planungsmethode ist eine Variante von TEB und wurde in der Praxis mit einer beschränkten Wahrnehmung von 15 m x 15 m, einem Zeithorizont von 20s und einer translationalen Geschwindigkeit von 1 m/s durchgeführt. Damit ist es möglich, dass sich Fahrzeuge lokal ausweichen können, wenn genügend Platz zur Verfügung steht.

Eine weitere Arbeit beschäftigt sich mit der Bahnplanung von Drohenschwärmen und setzt dazu eine angepasste Variante des *Rapidly-Exploring-Random-Tree*-Verfahrens (RRT) ein (vgl. [CKV21]).

Das *Safe-Intervall-Path-Planning*-Verfahren (SIPP) reduziert die Komplexität der Konfliktlösung unter Robotern durch die Bestimmung von Raum-Zeit-Intervallen, in denen eine Kollision vermieden werden muss (vgl. [PL11]). Durch die Beschränkung auf diese Konfliktintervalle wird die Anzahl an Operationen, die für eine Konfliktvermeidung durchgeführt werden müssen, effizient reduziert.

Allen Arbeiten im Bereich der kinodynamischen Mutli-Roboter-Verfahren ist gemein, dass sie in Praxis und Simulation relativ wenige Roboter betrachten (häufig weniger als 10, üblicherweise nicht mehr als 30). Ein Grund liegt in der mit der Anzahl an Robotern ansteigenden Komplexität der notwendigen Berechnungen.

### 4.3 Grenzen existierender Verfahren

In den folgenden Unterabschnitten werden die Grenzen der bisherigen Arbeiten in Robotik und Logistik zusammengefasst und die Forschungslücke bestimmt, die Thema dieser Arbeit ist. In Bezug auf die spezifizierten Anforderungen können die Grenzen der bisherigen Arbeiten in die folgenden Aspekte strukturiert werden.

#### Grenzen gitterbasierter Systeme und Verfahren

In den letzten zehn Jahren gab es grundlegende Entwicklungen im Bereich gitterbasierter Systeme (Kiva, FlexConveyor, Flexsorter usw.) mit einer größeren Anzahl an wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Dabei wird die Bewegungsplanung für viele Objekte bzw. Roboter betrachtet und insbesondere der Aspekt der Deadlockfreiheit bei der Konfliktvermeidung thematisiert. Die Grenzen liegen in der gitterbasierten Struktur, die eine grundsätzlich ungünstige Rahmenbedingung für eine kinodynamische Bewegungsplanung darstellt: Bei jeglichen Richtungswechseln muss das Objekt oder der Roboter zum Stillstand kommen. Dies vermindert die Durchschnittsgeschwindigkeit.

Diese grundlegende Begrenzung führt im idealen, leeren logistischen Raum zu unnötigen Leistungsverlusten. Aus axiomatischer Sicht sind gitterbasierte Verfahren immer dann geeignet, wenn es sich um Systeme handelt, die dem idealen Lagerwesen nahestehen, da hier eine gitterbasierte Struktur natürlicherweise durch standardisierte Logistikobjekte gegeben ist. Für das ideale Förderwesen sind sie grundsätzlich ungeeignet.

### **Grenzen existierender kontinuierlicher Bewegungsplanung in der Logistik**

Wenn kontinuierliche Bewegungsplanung aus der Robotik in der Logistik eingesetzt wird, dann nur in der konkreten Anwendung eines Unstetigfördersystems in Form von FTS. Die Bewegungsplanung beschränkt sich hier auf das Roboter-Subsystem und es wird nicht der übergreifende Materialfluss geplant. Die Arbeiten beschränken sich auf die klassischen Anwendungsbereiche von FTS, wie z. B. in der Produktionsversorgung, und verbessern dort die bekannten Steuerungsmechanismen. Eine Substitution von Stetigfördersystemen im Allgemeinen wird nicht berücksichtigt. Die Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen findet vor allem durch Vorgabe niedriger Maximalgeschwindigkeiten statt, die in den typischen Anwendungsbereichen von FTS durch die Sicherheit in der Mensch-Maschine-Interaktion zusätzlich vorgegeben ist. Eine Verfahren mit hohen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten wurde daher bislang nicht untersucht. Bislang existiert keine allgemeine Theorie der Bewegungsplanung in der Logistik, die ein kontinuierliches Weltmodell berücksichtigt. Ein möglicher Grund dafür ist, dass bislang eine industrietaugliche kontinuierliche Wahrnehmungsfähigkeit nicht existiert, die für eine technische Umsetzung einer kontinuierlichen Bewegungsplanung notwendig wäre. Grundlegende Konzepte aus der Robotik, wie der Konfigurationsraum, sind bislang der Logistiktheorie nicht bekannt. Die Robotik wird als Wissenschaft für spezielle Transportsysteme gesehen, die mit der allgemeinen Materialflussplanung keine Überschneidungspunkte besitzt.

### **Grenzen von Schwarmverfahren**

Schwarmverfahren werden durch ihre lokale Wahrnehmung und ihren limitierten Zeithorizont begrenzt. Dies ermöglicht zwar eine effiziente lokale Bewegungssteuerung, jedoch verhindert es in der Praxis hohe Geschwindigkeiten bei gleichzeitig enger Trajektorienführung. Der begrenzte Zeithorizont führt zu der theoretischen Möglichkeit für globale Deadlockzustände. Die kinodynamischen Zwangsbedingungen realer Roboter lassen sich nur bei geringen Geschwindigkeiten durch klassische Schwarmverfahren einhalten.

### **Grenzen existierender Multi-Roboter-Verfahren**

Die Grenzen existierender Multi-Roboter-Verfahren sind nicht grundlegender Natur, sondern lassen sich durch eine gewisse Ignoranz der Robotikwissenschaften gegenüber zukünftigen Logistikanwendungen erklären. Die grundlegende Bewegungsplanung für bekannte Umgebungen gilt als weitgehend gelöst, auch wenn kein effizientes allgemeingültiges Planungsverfahren für Multi-Roboter-Systeme mit kinodynamischen Zwangsbedingungen existiert. Eine Ursache der im Vergleich zu gitterbasierten Systemen fehlenden Veröffentlichungen liegt vermutlich in der Abwesenheit einer eindrucksvollen Logistikanwendung im kontinuierlichen Raum, deren Problemstellung aus Sicht eines Robotikwissenschaftlers fruchtbar ist. Existierende Veröffentlichungen nehmen daher Bezug entweder auf Robotersysteme, die im Umfeld einer Universität selbst gebaut werden, oder auf relativ günstige Systeme, die frei am Markt erhältlich sind. Dementsprechend konzentrieren sich aktuelle Verfahren auf Drohnenschwärme oder selbstgebaute Multi-Roboter-Systeme mit wenigen Einheiten. Verfahren für hohe Geschwindigkeiten werden im Kontext autonomer Fahrzeuge im Straßenverkehr betrachtet (hier werden schnelle Modellautos verwendet). Ein weiterer Grund ist das Fehlen existierender Sensorik für eine kontinuierliche Wahrnehmung in aktuell verfügbaren Systemen.

Die Folge ist, dass kein veröffentlichtes Verfahren existiert, das alle Anforderungen dieser Arbeit in Bezug auf eine große Anzahl von Objekten, die sich mit hoher Geschwindigkeit unter Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen deadlockfrei im hindernisfreien Raum bewegen, erfüllt.

## **4.4 Forschungslücke**

Die Forschungslücke ergibt sich aus der Erkenntnis, dass für das idealisierte Förderwesen, das durch den idealen (leeren) logistischen Raum repräsentiert wird, kein allgemeines Verfahren zur kinodynamischen Bewegungsplanung existiert. Aus Sicht einer Axiomatik der Logistik würde durch das Schließen dieser Lücke, zusammen mit den gitterbasierten Verfahren für das idealisierte Lagerwesen, eine prinzipiell vollständige Beschreibung der logistischen Bewegungsplanung entstehen.

Eine Implikation für die Verfahrensentwicklung ist, dass die Suche nach einem geeigneten Verfahren insbesondere den Nachweis für die Durchführbarkeit in einem allgemein gültigen, archetypischen Anwendungsfall des Förderwesens bedeutet, nicht die Suche nach Optimalität im Sinne der Robotikwissenschaften.

Es gilt, ein Verfahren zu finden, das durch Verwendung der am einfachsten zu verstehenden notwendigen Methoden und Bausteine die Leistung eines klassischen Logistiksystems erreicht oder übertrifft. Wünschenswert

wäre zudem eine gute Vergleichbarkeit oder Herleitungsfähigkeit aus der analytischen Wegzeitberechnung der Materialflussplanung als Anknüpfungspunkt und Grundlage zur Entwicklung einer erweiterten Logistiktheorie.

## Kapitel 5

# Verfahren zur kinodynamischen Bewegungsplanung

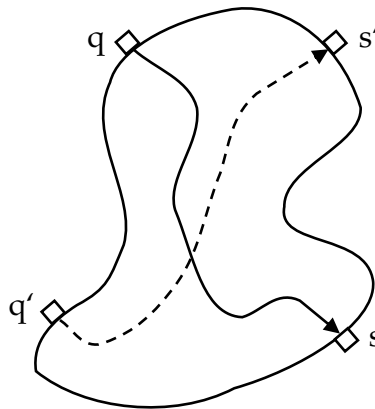
**Zusammenfassung** Das fünfte Kapitel erarbeitet den Lösungsentwurf dieser Arbeit, ein Verfahren zur kontinuierlichen, kinodynamischen Bewegungssteuerung logistischer Objekte in der innerbetrieblichen Logistik. Zunächst wird die Gestaltung des idealen logistischen Raums betrachtet und die Problemstellung formal definiert. Dem schließt sich die Beschreibung der Bestandteile und des Verfahrensablaufs an. Dabei werden die Faktoren Durchführbarkeit, Dezentralisierbarkeit und Echtzeitfähigkeit betrachtet. Im weiteren Verlauf wird detailliert auf splinebasierte Trajektorien eingegangen und es wird eine geeignete Spline-Familie ausgewählt. Die Abbildung der kinodynamischen Eigenschaften der Bewegungsplanung erfolgt durch ein numerisches Geschwindigkeitsprofil, dessen Struktur die Basis für die Bestimmung der Geschwindigkeiten auf der Trajektorie ist. Dieses Vorgehen bildet die Grundlage für die Erweiterung des Verfahrens auf eine kollisionsfreie Bewegungsplanung für mehrere Objekte.

## 5.1 Gestaltung des idealen logistischen Raums

Die weitere Struktur dieser Arbeit ist auf die Bestandteile und den Ablauf des Verfahrens zur Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum ausgerichtet. Neben der Beschreibung des Verfahrens wird ein Bewertungsrahmen für die empirische und simulative Evaluation entwickelt.

Die folgenden Abschnitte beschreiben den idealen logistischen Raum mit seinen Eigenschaften und die Bestandteile des Verfahrens in einer Übersicht. Dabei wird auf die Erfüllung der Anforderungen aus Abschnitt 4.1 eingegangen und auf die grundlegenden Methoden in Abschnitt 2.4 verwiesen. Anschließend folgt eine detaillierte Beschreibung der Algorithmen, die das Verfahren umsetzen.

Die besonderen Eigenschaften des idealen logistischen Raums sind das Fehlen von statischen Hindernissen, ein kontinuierlicher Konfigurationsraum und eine Notwendigkeit, die Bewegungen von vielen Objekten koordinieren zu müssen. Da keinerlei Lagerung stattfindet, kommen neue Objekte nur von außerhalb des Raums hinein und verlassen den Raum nach Abschluss der Bewegung wieder. Daraus folgt, dass sich Quellen und Senken von Bewegungsvorgängen ausschließlich an den Rändern des Raums befinden (siehe Randpunkte in Abschnitt 2.4.3). Abbildung 5.1 zeigt ein Beispiel eines idealen logistischen Raums mit zwei Quellen und zwei Senken.

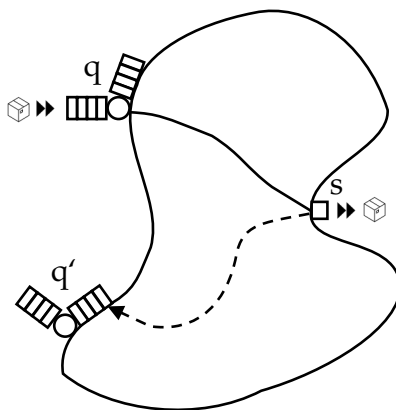


**Abb. 5.1** Bewegung zweier Objekte im idealen logistischen Raum

Die formale Problemstellung im idealen logistischen Raum ähnelt der in Unterabschnitt 2.4.5 beschriebenen Problemstellung für die Bewegungsplanung mehrerer Objekte. Der Unterschied ist, dass es keine statische Hindernisregion  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$  gibt, der kontinuierliche Pfad  $\tau : [0,1] \rightarrow \mathcal{Z}_{free}$  als Ergebnis der Planung zusätzlich kinodynamischen Zwangsbedingungen genügen

muss und die Start- und Zielpunkte am Rand des Raums liegen und auf fest definierte Quellen und Senken beschränkt sind.

Die Entwicklung eines vollständigen Algorithmus für die Planung im idealen logistischen Raum hat die Herausforderung, dass die Anzahl der Objekte die Dimension des Zustandsraums  $\mathcal{Z}$  linear wachsen lässt und dass die anspruchsvolle Planung unter kinodynamischen Zwangsbedingungen zusätzlich erforderlich ist (vgl. Unterabschnitt 2.4.6). Schon die Standardproblemstellung für kinodynamische Planung ist PSPACE-hart und die Planung für mehrere Objekte hat im besten Fall eine exponentielle Laufzeit. Folglich wird das Verfahren in dieser Arbeit als stichprobenbasierter Algorithmus entwickelt, der nach den Prinzipien der priorisierten und entkoppelten (Trajektorien-)Planung arbeitet (vgl. Abschnitt 2.4.5 und Abschnitt 2.4.6).



**Abb. 5.2** Last- und Leerfahrt eines Transportroboters im idealen logistischen Raum

In Abbildung 5.2 ist die Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum unter Nutzung eines Transportroboters skizziert. In diesem Fall handelt es sich zusätzlich um eine MAPF-Problemstellung (vgl. Abschnitt 2.4.2). Die Bewegungsplanung erfolgt nicht mehr für die Objekte, sondern für eine feste Anzahl an Transportrobotern, die dauerhaft im System verbleiben und die Objekte von den Quellen zu den Senken transportieren. Jeder Auftrag besteht prinzipiell aus einer Leerfahrt ohne Objekt zur Quelle (Pickup) und einer Lastfahrt mit Objekt zur Senke (Delivery). Wie in der Abbildung zu sehen ist, wird dieser Ablauf für den idealen logistischen Raum so modifiziert, dass die Roboter in Warteschlangen an den Quellen auf Objekte warten, diese in einer Lastfahrt zur Senke transportieren (durchgezogene Linie) und anschließend in einer Leerfahrt zu einer beliebigen Warteschlange weiterfahren (gestrichelte Linie). Die Warteschlangen befinden sich außerhalb des Raums an seinen Rändern. Ihre gemeinsame Kapazität ist mindestens so groß, dass

sich alle Transportroboter gleichzeitig in einer Warteschlange befinden können (Initialzustand, der Raum ist leer).

Die Warteschlangen außerhalb des Raums bilden eine *sichere Garagenkonfiguration*, wie sie in Abschnitt 2.4.5 beschrieben wird. Ein Transportroboter in der Warteschlange ist von der allgemeinen Bewegungsplanung ausgenommen, da er weder Konflikte erzeugt noch durch andere Roboter gestört wird. Sobald der vorderste Roboter die Warteschlange verlässt, rücken alle anderen Roboter automatisch auf. Der vorderste Roboter ist der einzige, der die Warteschlange verlassen kann, sobald seine Bewegungsplanung erfolgt ist. Gleichzeitig kann er beliebig lange warten, bevor er losfährt. Sobald ein Roboter losgefahren ist, kann er sicher sein, dass ein Platz in der Ziel-Warteschlange reserviert ist. Mit dieser Gestaltung ist eine *Deadlock- und Livelockfreiheit* des Verfahrens gesichert.

Wie in Abbildung 5.1 und Abbildung 5.2 angedeutet, kann der ideale logistische Raum eine beliebige Form annehmen. Es gelten grundsätzlich alle Eigenschaften für Räume in der kontinuierlichen Bewegungsplanung, wie sie in Unterabschnitt 2.4.3 beschrieben werden. Insbesondere gilt dies für die grundlegenden topologischen Konzepte, die in Abschnitt 2.4.3 beschrieben werden. Der ideale logistische Raum ist pfadzusammenhängend, und durch das Fehlen einer statischen Hindernisregion sind alle Pfade mit gleicher Quelle und Senke homotop.

Für die Mehrzahl der praktischen Anwendungen in der Logistik wird intuitiv angenommen, dass der ideale logistische Raum eine größere freie Fläche beinhaltet, auf der sich Objekte oder Roboter frei bewegen und einander einfach ausweichen können. Diese Annahme wird in dieser Arbeit nicht formalisiert, da das Verfahren auch für alle Spezialfälle eine durchführbare Bewegung planen kann. Jedoch basieren die heuristischen Teile des Verfahrens zur Konfliktvermeidung auf dem Vorhandensein einer größeren freien Fläche im Raum.

## 5.2 Bestandteile und Ablauf des Verfahrens

Die Problemstellung der *gleichzeitigen Bewegung vieler Objekte* wird über den Ansatz der *priorisierten Planung*, der in Abschnitt 2.4.5 beschrieben wird, gelöst. Allen Objekten wird eine Priorität zugeordnet. Die Bewegungsplanung wird nach absteigender Priorität für die Objekte einzeln durchgeführt. Für Objekte niedriger Priorität werden die Objekte höherer Priorität als dynamische Hindernisse berücksichtigt. Diese Priorisierung wird in diesem Verfahren durch eine Datenstruktur abgebildet, die das Verhalten einer FIFO-Warteschlange hat. In Abbildung 5.3 ist das grundsätzliche Verhalten illustriert. Ein Objekt beginnt den Prozess der Bewegungsplanung, wenn es sich an einer Quelle am Rand außerhalb des Raums befindet. Der Prozess der Bewegungsplanung wird am Ende der Warteschlange eingefügt und erhält



Informationen über alle bereits geplanten Bewegungen, die sich vor ihm in der Warteschlange befinden. Sobald die individuelle Bewegungsplanung abgeschlossen ist, steht das Ergebnis der Planung nachfolgenden Prozessen solange zur Verfügung, bis das Objekt den Raum an der Senke verlassen hat.

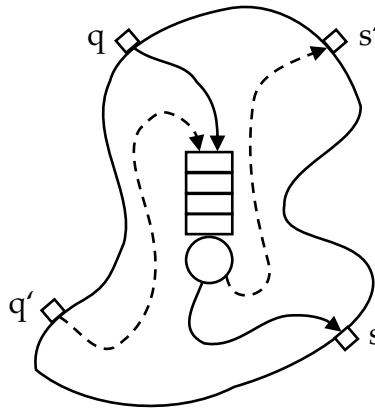


Abb. 5.3 Datenstruktur der Bewegungskoordination

Die Planung der individuellen Bewegung eines Objekts folgt dem Prinzip der *entkoppelten Planung*, wie es für die Trajektorienplanung in Abschnitt 2.4.6 beschrieben ist, und verbindet diesen Ansatz mit dem induktiven Vorgehen der priorisierten Planung für mehrere Objekte. Die formale Darstellung des resultierenden Planungsproblems kann aus einer Kombination der formalen Problemstellungen in Unterabschnitt 2.4.5 und Unterabschnitt 2.4.6 gebildet werden:

- ein Weltmodell  $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^2$  des idealen logistischen Raums
- ein unbegrenztes Zeitintervall  $T = [0, \infty)$
- das aktuell betrachtete Objekt  $\mathcal{A}^i$
- ein Konfigurationsraum  $\mathcal{C}$
- ein Zustandsraum  $\mathcal{Z}$ , der als differenzierbare Mannigfaltigkeit definiert ist und der  $\mathcal{Z} = \mathcal{C}$  oder als abgeleiteter Phasenraum von  $\mathcal{C}$  definiert werden kann
- die Zustandstrajektorien  $\tilde{z}^1, \dots, \tilde{z}^{i-1}$  der bereits geplanten Objekte  $\mathcal{A}^1, \dots, \mathcal{A}^{i-1}$
- eine zeitabhängige Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}(t)$ , die alle Zustände  $\tilde{z}^1(t), \dots, \tilde{z}^{i-1}(t)$  enthält, die zum Zeitpunkt  $t$  von den bereits geplanten Objekten eingenommen werden

- der zeitabhängige freie Zustandsraum  $\mathcal{Z}_{free}(t) = \mathcal{Z} \setminus \mathcal{Z}_{obs}(t)$ , der alle Zustände eines Zeitpunkts  $t$  enthält, die Kollisionen vermeiden und alle kinodynamischen Zwangsbedingungen einhalten
- Für jeden Zustand  $z \in \mathcal{Z}$  gibt es einen beschränkten Aktionsraum  $U(z) \subseteq \mathbb{R}^m \cup \{u_T\}$  mit  $m$  als feste Anzahl an *Aktionsvariablen* und  $u_T$  als Terminierungsaktion. Sei  $U$  die Vereinigung aller  $U(z)$  über alle  $z \in \mathcal{Z}$ .
- eine Zustandsübergangsgleichung  $\dot{z} = f(z, u)$ , die für alle  $z \in \mathcal{Z}$  und  $u \in U(z)$  definiert ist
- ein Initialzustand  $z_q$  aus der Menge aller Quellen
- ein Zielzustand  $z_s$  aus der Menge aller Senken

Der Algorithmus berechnet eine Aktionstrajektorie  $\tilde{u} : T \rightarrow U$ , aus der eine Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  gebildet werden kann, bei der  $z(0) = z_s$  ist, für die ein  $t > 0$  mit  $u(t) = u_T$  existiert und für die es ein  $z(t) = z_s$  gibt. Die Geschwindigkeitsvektoren werden für  $z(0)$  als null angenommen, das Objekt beginnt die Bewegung im Stillstand. Sobald  $u_T$  ausgeführt wird, bleibt der erreichte Zustand unverändert. Dabei wird angenommen, dass auch die Geschwindigkeitsvektoren in  $z_s$  null sind, sodass das physische Objekt nach Durchführung der Bewegung in dieser Endposition verbleibt.

Der entwickelte Algorithmus orientiert sich an der *entkoppelten Trajektorienplanung* aus Abschnitt 2.4.6. Der Hauptunterschied ist die Verwendung einer Menge von homotopen Pfaden, für die gleichzeitig Zustandstrajektorien berechnet werden, aus denen die schnellste ausgewählt wird. Folgende Verfahrensschritte werden durchgeführt:

- 1) Verwende einen einfachen Planungsalgorithmus zur Bestimmung eines stückweise linearen Pfades  $\tau : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}$  mit den Wegpunkten  $p_0, \dots, p_n$ .
- 2) Transformiere  $\tau$  durch eine Pfadglättung in einen neuen Pfad  $\tau'$ , der die differentiellen Zwangsbedingungen besser erfüllt.
- 3) Erzeuge eine Menge von homotopen geglätteten Pfaden auf Basis von  $\tau'$ .
- 4) Berechne für jeden homotopen Pfad  $\tau'_i$  eine Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma_i : [0, t_F] \rightarrow [0, 1]$  für  $\tau'_i$ , so dass  $\tau'_i \circ \sigma_i$  einen zeitparametrisierten Pfad durch  $\mathcal{C}$  bilden. Dieser Pfad muss den Anforderungen an eine Zustandstrajektorie  $\tilde{z}_i$  mit  $\tilde{z}_i(t) \in \mathcal{Z}_{free}(t)$  genügen und  $\dot{z} = F(z(t), u(t))$  sowie  $u(t) \in U(z(t))$  für alle Zeitpunkte erfüllen, bis die terminierende Aktion  $u_T$  zum Endzeitpunkt  $t_F^i$  ausgeführt wird.
- 5) Wähle den Pfad  $\tau'_i$  aus, dessen Endzeitpunkt  $t_F^i$  am kleinsten ist.
- 6) Entwerfe eine Regeleinrichtung  $\pi : \mathcal{Z} \rightarrow U$ , die den Verlauf der geplanten Zustandstrajektorie  $\tilde{z}_i$  in der physischen Realität mit möglichst geringem Fehler nachzubilden versucht.

Abbildung 5.4 illustriert das Verfahren. Es ist zu beachten, dass die Schritte 1 und 6 Teil des Verfahrens sind, aber nicht Teil des entwickelten Algorithmus. Der Algorithmus akzeptiert als Eingabe eine Wegpunktliste und berechnet in den Schritten 2 bis 5 eine kollisionsfreie, zeitoptimale Trajektorie zur Ausführung in einer Regeleinrichtung (z. B. in einem Transportroboter). Der Entwurf der Regeleinrichtung ist Bestandteil der empirischen Evaluation, während die Erstellung der Wegpunktliste im Rahmen der simulativen Evaluation betrachtet wird.

### Durchführbarkeit

Die Durchführbarkeit des Verfahrens wird durch die spezifische Gestaltung des idealen logistischen Raums mit seinen sicheren Quellen und Senken und durch Verfahrensschritt 4 garantiert. Die Bestimmung der Zeitsteuerungsfunktion wird durch eine *pfadbeschränkte Trajektorienplanung* vorgenommen, die in Abschnitt 2.4.6 beschrieben wird und für die es zahlreiche effiziente Methoden gibt. Der Algorithmus verwendet die sogenannte *Bang-Bang-Methode* zur zeitoptimalen Bestimmung eines Geschwindigkeitsprofils unter Berücksichtigung der dynamischen Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}$ . Eine detaillierte Betrachtung der garantierten Terminiertheit des Algorithmus findet sich in Abschnitt 5.6. Intuitiv lässt sich die Durchführbarkeit verstehen, wenn man den schlechtesten Fall der Bewegungsplanung betrachtet, bei dem ein Objekt an seiner Quelle auf alle anderen Objekte warten muss, die eine höhere Priorität besitzen. Da diese Objekte garantiert den Raum nach Abschluss des Bewegungsvorgangs an den Senken verlassen, kann die Bewegungsplanung immer durchgeführt werden, nachdem der Raum vollständig leer ist.

### Heuristisches Verhalten

Das Ziel der heuristischen Bestandteile des Verfahrens ist die Steigerung der Leistung in Bezug auf die Anzahl von Quelle-Ziel-Bewegungen über die Zeit. Dazu wird angenommen, dass in Verfahrensschritt 1 ein möglichst kurzer Pfad von Quelle zu Ziel gewählt wird. Die Pfadglättung in Verfahrensschritt 2 vermeidet kinodynamisch ungünstige Trajektorien und unterstützt so die Verwendung von *hohen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen*. Dies führt zu einer geringen Aufenthaltszeit im logistischen Raum und minimiert die Hindernisregion  $\mathcal{Z}_{obs}$  für nachfolgende Planungsprozesse. In der Folge werden für diese Prozesse Trajektorien mit hohen Geschwindigkeiten möglich, sodass sich ein kontinuierlich vorteilhaftes Gesamtverhalten ergibt.

Abbildung 5.5 veranschaulicht die in Verfahrensschritt 3 vorgenommene Erzeugung homotoper Pfade im idealen logistischen Raum. Grundlage dieser Heuristik ist die Überlegung, dass im freien Raum eine Vielzahl von kinodynamisch günstigen Pfaden existieren kann, sodass sich die Wahrscheinlichkeit erhöht, dass einer dieser Pfade kollisionsfrei bzw. mit wenigen Kollisionen geplant werden kann. Dies minimiert notwendige Bremsmanö-

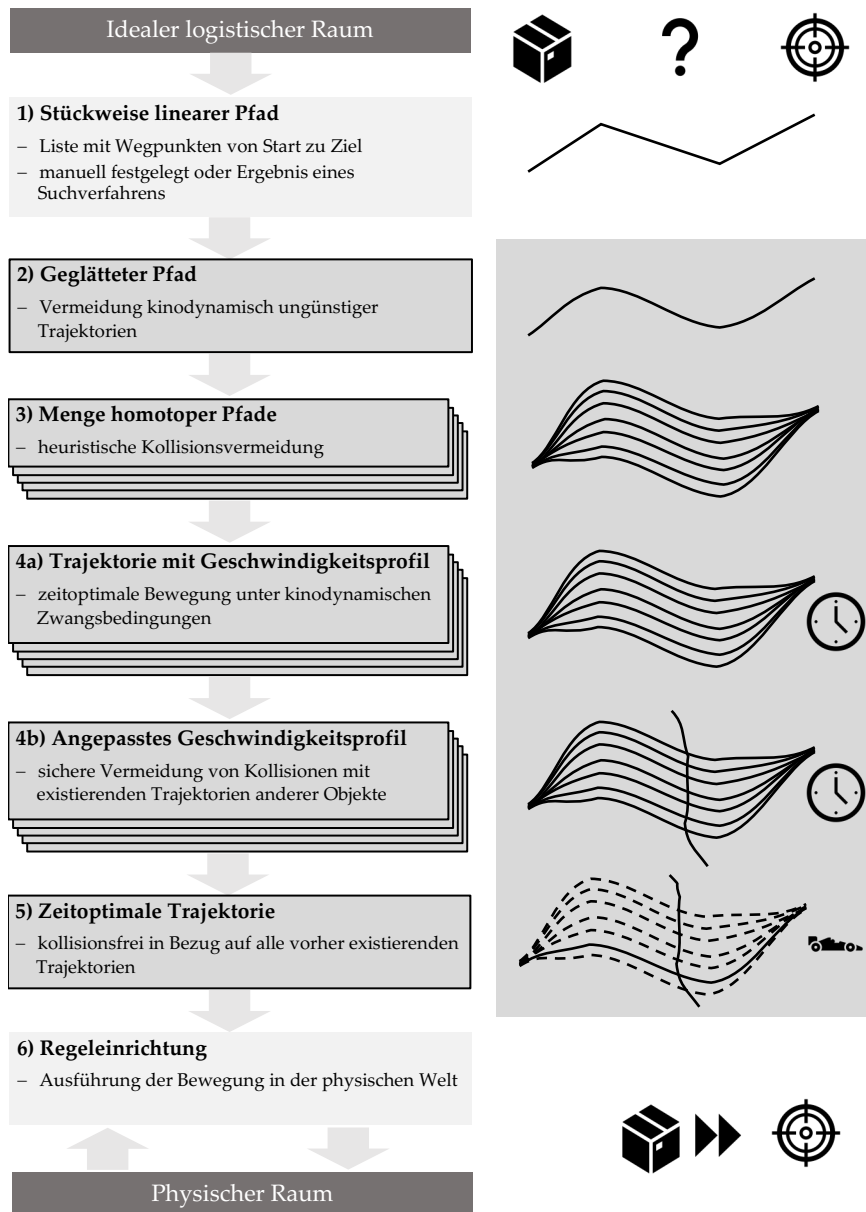


Abb. 5.4 Bestandteile des Verfahrens

ver bei der pfadbeschränkten Trajektorienplanung und führt in der Folge zu höheren Geschwindigkeiten mit den oben genannten günstigen Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit.

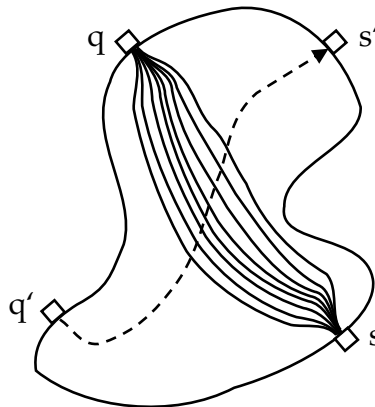


Abb. 5.5 Homotope Pfade im idealen logistischen Raum

### Dezentralisierbarkeit

Die Dezentralisierbarkeit des Verfahrens unterscheidet sich in Bezug auf die Durchführung des Planungsprozesses und die Ausführung der physischen Bewegung. Für eine dezentrale Planung sind zwei Faktoren von besonderer Bedeutung:

- **Konsens über Prioritäten**

Die kritische Eigenschaft für eine dezentrale Koordination der Planungsprozesse ist die Priorität, mit der die dynamische Hindernisregion bestimmt wird. Dazu ist es notwendig, eine globale Ordnung zu schaffen, die durch die zentrale Prozessliste in Abbildung 5.3 dargestellt ist.

- **Austausch existierender Pläne**

Für eine verteilte Berechnung müssen den Objekten mit niedriger Priorität alle Pläne von Objekten mit höherer Priorität zur Verfügung gestellt werden, sodass die dynamische Hindernisregion abgeleitet werden kann.

Sobald ein Planungsprozess alle Pläne höher priorisierter Objekte erhalten hat, kann er autonom seine Planung durchführen. Ein effizienter Austausch der Pläne ist von einer effizienten Repräsentation jedes geplanten Pfads  $\tau'$  und seiner Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma$  abhängig. Aus beiden kann die Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  abgeleitet werden, die Teil der Hindernisregion wird. Dies wird in diesem Verfahren im Wesentlichen durch die Verwendung von Splines erreicht, die in Abschnitt 5.3 beschrieben werden.

Eine anschließende dezentrale Ausführung der geplanten Bewegung ist durch die vollständige und kollisionsfreie Planung der Trajektorien von Quelle zu Senke einfach umzusetzen. Das bewegte Objekt braucht ausschließlich seine eigene Zustandstrajektorie zu kennen, um autonom die physische Bewegung ausführen zu können, da das Verfahren keine Umplanung erfordert

und neu hinzukommende Objekte die Bewegungen existierender Objekte berücksichtigen. Sobald das Objekt seine Zustandstrajektorie  $\tilde{z}$  kennt, sind die folgenden zwei Eigenschaften für die Regeleinrichtung von Bedeutung:

- **Kontinuierliche Lokalisierung einzelner Teilnehmer**  
Ein bewegtes Objekt verfügt über die Fähigkeit, sich kontinuierlich zu lokalisieren, sodass Abweichungen von der geplanten Trajektorie rechtzeitig erkannt werden können.
- **Globale Zeitbasis**  
Für eine dezentrale und autonome Ausführung der Bewegungen müssen alle Teilnehmer eine globale Zeitbasis teilen, die sicherstellt, dass die geplanten Bewegungen zum richtigen Zeitpunkt durchgeführt werden.

Eine Betrachtung der Dezentralisierbarkeit ist Teil der empirischen Evaluation.

### Echtzeitfähigkeit

Für die Bestimmung der Echtzeitfähigkeit wird betrachtet, ob das Verfahren bei Eintritt eines neuen Objekts in eine Quelle die Zeit des Erreichens der gewünschten Senke im Voraus bestimmen kann. Da ein fertiggestellter Bewegungsplan über die Zeitsteuerungsfunktion  $\sigma$  den Zeitpunkt des Erreichens der Senke bereits enthält, konzentriert sich die Bestimmung der Echtzeitfähigkeit auf die Fragestellung, ob das Verfahren die Berechnung eines Plans rechtzeitig vor Beginn der physischen Bewegung abschließen kann.

Die Laufzeit des Verfahrens hängt insbesondere von der Bestimmung der Geschwindigkeitsprofile unter Berücksichtigung der Hindernisregion in Verfahrensschritt 4 ab. Eine detaillierte Betrachtung des Laufzeitverhaltens findet sich in Abschnitt 5.6. Es kann gezeigt werden, dass die algorithmische Komplexität von Verfahrensschritt 4 nicht wesentlich schneller als eine lineare Funktion bezüglich der Eingabegrößen  $n$  (Anzahl diskreter Betrachtungspunkte auf dem geglätteten Pfad) und  $m$  (Anzahl bereits existierender Pfade mit höherer Priorität) wächst (in O-Notation  $\mathcal{O}(n \cdot m)$ ). In der Praxis zeigt sich, dass die Berechnung in sehr kurzer Zeit möglich ist. Eine Echtzeitfähigkeit des Verfahrens ist gegeben, wenn die Anzahl von gleichzeitigen Bewegungsprozessen auf einen festen Maximalwert  $m_{max}$  begrenzt wird und die Länge möglicher Pfade im Raum auf einen Maximalwert  $n_{max}$  beschränkt wird. Anschließend kann ein fester Wert für die Worst-Case-Laufzeit des Verfahrens in Bezug auf einen spezifischen logistischen Raum berechnet werden. Dies ermöglicht eine Echtzeitfähigkeit des Gesamtverfahrens.

Im Fall der dezentralisierten Bestimmung der Bewegungspläne muss beachtet werden, dass die Zeiten für die Bestimmung der Priorität und für die Übertragung der Trajektorien mit höherer Priorität Teil der Worst-Case-Laufzeit sind und somit die Echtzeitfähigkeit beeinflussen.

### **Bewertungsrahmen zur empirischen Evaluation**

Die Bewertung des Verfahrens im Rahmen der empirischen Evaluation geht auf die Fragestellung ein, ob ein Transportroboter konstruiert werden kann, der die geplanten Trajektorien als physische Bewegung in der realen Welt umsetzen kann (Verfahrensschritt 6). Insbesondere stellt sich die Frage, mit welcher Geschwindigkeit und Beschleunigung in der Praxis gefahren werden kann. Eine weitere Fragestellung ist die Genauigkeit, mit der die Regeleinrichtung die Zustandstrajektorie in der Realität abbilden kann, was sich auf den notwendigen Sicherheitsabstand auswirkt, der bei der Planung berücksichtigt werden muss.

### **Bewertungsrahmen zur simulativen Evaluation**

Die simulative Evaluation baut auf den Ergebnissen der empirischen Evaluation auf. Das Ziel ist die Bestimmung der Leistungsfähigkeit eines Logistiksystems, das durch das Verfahren gesteuert wird. Die Bewertung der Leistungsfähigkeit findet im Rahmen der Problemstellung eines Paketsortiersystems statt, das durch das Konzept des idealen logistischen Raums beschrieben werden kann. Die zentrale Fragestellung ist, ob das Verfahren für die Bewegungsplanung eines Transportroboterschwarms die Leistungsfähigkeit eines existierenden Sortiersystems erreicht.

## **5.3 Splinebasierte Trajektorien**

Für das Verfahren werden Splines als Mittel verwendet, um den genauen Weg durch den logistischen Raum für ein Objekt zu bestimmen. Die eigentliche Trajektorie, die eine exakte Geschwindigkeit und Beschleunigung an jedem einzelnen Punkt des Weges bestimmt, besteht dann aus diesem Weg und einem separat erstellten Geschwindigkeitsprofil, wodurch eine Darstellung der geplanten Bewegung über Raum und Zeit entsteht.

Für das Verfahren werden Splines als segmentweise polynomiale parametrische Kurven in der zweidimensionalen Ebene  $Q(t) \in \mathbb{R}^2$  angenommen. Alle Segmente des Splines sind Polynome  $n$ -ten Grades. Ein wesentlicher Aspekt von Splines ist die Erfüllung bestimmter Stetigkeitsbedingungen (siehe z. B. [Hug+13], S. 480).

### **Parametrische Stetigkeit**

Eine parametrische Kurve ist parametrisch stetig im  $n$ -ten Grad für den Parameter  $t$ , wenn die  $n$ -te Ableitung  $\frac{d^n}{dt^n} Q(t)$  stetig ist. Sie wird dann auch  $C^n$ -stetig genannt.

### **Geometrische Stetigkeit**

Eine parametrische Kurve gilt als im  $n$ -ten Grade geometrisch stetig, wenn die Vektoren der linken und rechten Grenzwerte der  $n$ -ten Ableitung  $\frac{d^n}{dt^n} Q(t)$

in ihrer Richtung übereinstimmen, daher müssen sie skalare Vielfache voneinander sein.

Für Punkte auf einem Polynom sind diese Stetigkeitsbedingungen immer erfüllt, da Ableitungen beliebigen Grades stetig sind. Daher sind die Verbindungspunkte der Polynomsegmente kritisch für die Erfüllung der Stetigkeitsbedingung der Kurve. Im Allgemeinen ist die geometrische Stetigkeit eine Folge der parametrischen Stetigkeit gleichen Grades, es sei denn, die jeweilige Ableitung ergibt den Nullvektor. Dann können Situationen entstehen, in denen der Vektor des linken Grenzwerts in eine andere Richtung zeigt als der des rechten Grenzwerts, obwohl beide am Verbindungspunkt den Nullvektor ergeben.

### **Erwünschte Eigenschaften**

Damit ein bewegtes Objekt in der Lage ist, einer splinebasierten Bahnkurve zu folgen, und die Bahn effizient geplant werden kann, ist es hilfreich, wenn die Splines mehrere Eigenschaften aufweisen, die im Folgenden diskutiert werden.

Für das hier entwickelte Verfahren wird von einem holonomischen Bewegungsmodell der bewegten Objekte ausgegangen: Die steuerbaren Freiheitsgrade entsprechen genau den Freiheitsgraden des logistischen Raums. Daher haben nicht alle Eigenschaften, die Splines bieten können, in dieser Arbeit die Bedeutung, die sie hätten, wenn es sich um nichtholonische bewegte Objekte handeln würde. Die folgenden Ausführungen zeigen aber die Möglichkeiten von Splines auf, die sie insbesondere im Gegensatz zu gitterbasierten Bewegungsverfahren besitzen. Dabei sollen Eigenschaften, die eine Fahrbarkeit der Spline grundsätzlich beeinflussen, betrachtet werden, da sie sich auch auf die Geschwindigkeit auswirken, mit der gefahren werden kann. Es handelt sich in den meisten Fällen um Stetigkeitseigenschaften.

### **Stetigkeit im Richtungswinkel**

Zusätzlich zur selbstverständlich gegebenen  $C^0$ -Stetigkeit in der Position kann es sinnvoll sein, dass die Bahnkurve  $G^1$ - oder  $C^1$ -stetig ist. Dies hat zur Folge, dass sich der Richtungswinkel des bewegten Objekts ändert. Diese Eigenschaft ist insbesondere dann erforderlich, wenn er sich nicht auf der Stelle drehen kann (z. B. bei einem autoähnlichen Fahrzeugmodell).

### **Stetigkeit in der Krümmung**

Eine exakte Befahrung von Splines mit unstetiger Krümmung würde bei gleichbleibender Geschwindigkeit sehr hohe, im schlimmsten Fall unendlich hohe Beschleunigungen erfordern. Sprünge im Krümmungsverlauf bedeuten starke, abrupte Kräfte auf das bewegte Objekt und seine eventuelle Nutzlast, die zu Schäden führen können. Eine ineffiziente Lösung ist die Reduzierung



der Geschwindigkeit bis hin zum Stillstand. Ein stetiger Krümmungsverlauf ist also in mehrfacher Hinsicht vorteilhaft. Für die Betrachtung der Auswahl einer geeigneten Spline-Familie soll auf die folgende Definition zurückgegriffen werden. Die Krümmung  $\kappa$  ist der Kehrwert des Radius einer Kurve und in [Ste15] wie folgt beschrieben:

$$\kappa = \left| \frac{dT}{ds} \right|,$$

wobei  $T$  die Funktion des Tangentenvektors der Kurve und  $s$  die Bogenlänge der Kurve ist. Die allgemeine Formel kann man mithilfe des Kreuzprodukts folgendermaßen ausdrücken:

$$\kappa(t) = \frac{Q'(t) \times Q''(t)}{|Q'(t)|^3}. \quad (5.1)$$

Wie aus der allgemeinen Form der Gleichung zu erkennen ist, kann über die Steuerung der ersten und zweiten Ableitung der Kurve eine Steuerung der Krümmung erreicht werden. Die Wahl einer geeigneten Splinefunktion, die stetig in ihrer ersten und zweiten Ableitung ist ( $C^2$ -Stetigkeit), impliziert damit auch eine Stetigkeit in der Krümmung.

#### **Festlegung der ersten und zweiten Ableitung beim Start**

Um eine Trajektorie, die bereits ausgeführt wird, reibungslos verändern zu können, ist die Fähigkeit zur Erzeugung von splinebasierten Kurven notwendig, die am Startpunkt mit vorher festgelegten Werten für Geschwindigkeitsvektor und Beschleunigungsvektor umgehen können. Auf diese Weise kann die Bahnkurve eines sich bereits bewegenden Objekts nahtlos verändert werden. Zusätzlich zu den Eigenschaften, die sich günstig auf das Fahrverhalten bzw. die Fahrbarkeit auswirken, werden Eigenschaften benötigt, die sich auf die Planbarkeit der splinebasierten Bahnkurve auswirken.

#### **Lokalität**

Als Lokalität wird die Eigenschaft bezeichnet, die wichtig wird, wenn ein einzelnes Segment eines Multisegmentsplines geändert werden soll. Ein Spline besitzt Lokalität, wenn Änderungen an einem einzelnen Segment des Splines nur eine begrenzte Nachbarschaft dieses speziellen Segments betreffen und nicht zu Änderungen für alle Segmente des Splines führen. Mithilfe dieser Eigenschaft entsteht die Möglichkeit, die Form eines Splines lokal zu manipulieren (z. B. um ein Hindernis zu umgehen), ohne dass die globale Form des Splines neu berechnet werden muss. Diese Eigenschaft kann auch zu einer effizienten Neuberechnung führen: Ein großer Teil der Parameter des Splines wird nach einer lokalen Änderung gleich bleiben, sodass man erwarten kann, dass die Berechnung für die Aktualisierung weniger aufwändig ist als für

eine globale Änderung der Form des Splines.

### **Korrelation von Form und Parametern**

Das Ausmaß, in dem die Parameter eines Splines auf einer intuitiven Ebene mit seiner Form übereinstimmen, beeinflusst die Nutzbarkeit eines Splines bei der Planung. Wenn eine Trajektorie durch eine Umgebung geführt werden soll, ergibt sich die Aufgabe, einen Spline zu definieren, der bestimmte Punkte durchläuft und bestimmte Bereiche meidet. Diese Aufgabe wird sehr erleichtert, wenn es relativ direkte Zusammenhänge zwischen der Form des Splines und seinen Parametern gibt.

### **Komplexität in der Berechnung**

Wenn die Berechnung der Splines in kurzer Zeit oder auf einem System mit eng begrenzter Rechenleistung erfolgen muss, dann spielt der Berechnungsaufwand eine gewichtige Rolle in der Anwendung. Dies kann in Fällen wichtig werden, wenn der Start des Bewegungsvorgangs durch die Berechnung verzögert wird und damit andere Bewegungsvorgänge blockiert. Zusätzlich ist eine komplexe Spline-Implementierung im Rahmen dieser Arbeit nicht zielführend, da nicht Kernbestandteil des Verfahrens der Kollisionsvermeidung.

### **Auswahl einer Spline-Familie**

Eine Einführung in bekannte Splines und eine detaillierte Untersuchung bestimmter Familien finden sich in [Spr08]. Zusammengefasst wird die Diskussion in Tabelle 5.1, in der die wichtigsten Eigenschaften der vorgestellten Spline-Familien aufgeführt sind. Hermite-Splines und kubische Bézier-Splines sind auf einer segmentweisen Basis definiert. Um diese Splines zu erzeugen, die aus mehreren Einzelsegmenten (mehreren Polynomen) bestehen, ist sogenanntes Stitching erforderlich. Dabei werden manuell zwei Splinesegmente so zusammengesetzt, dass die Übergänge den jeweiligen Stetigkeitsbedingungen entsprechen. Im Gegensatz dazu sind Catmull-Rom-Splines und B-Splines so definiert, dass der Stitching-Prozess bereits enthalten ist. Diese bislang genannten Spline-Familien gehören zu den kubischen Splines und werden in vielen Anwendungen genutzt (z. B. in der Computergrafik). In [Spr08] wird gezeigt, dass kubische Splines zu wenig Freiheitsgrade besitzen, um alle Eigenschaften erfüllen zu können. Die Schlussfolgerung ist, dass auf Splines mit höherer Ordnung zurückgegriffen werden muss, und es wird der Einsatz von Quintischen Bézierkurven vorgeschlagen. Diese können alle Eigenschaften bezüglich der Fahrbarkeit und Planbarkeit erfüllen, sind jedoch mathematisch deutlich komplexer in der Handhabung und berechnungsintensiv.

In diesem Zuge soll erwähnt werden, dass B-Splines zwar  $C^2$ -Stetigkeit aufweisen, aber dafür keine starke und intuitive Korrelation zwischen Form und

Kontrollpunkten, die wiederum bei kubischen Bézierkurven und Catmull-Rom-Splines gegeben ist. Man kann durch Aufgabe der Lokalität während des Stitching-Prozesses kubische Bézierkurven und Hermite-Splines so zusammenfügen, dass eine  $C^2$ -Stetigkeit gegeben ist. Die resultierenden Splines werden allerdings hochgradig instabil und reagieren auf einzelne Parameteränderungen mit einem stark oszillativen Verhalten (vgl. [Spr08]).

**Tabelle 5.1** Spline-Familien und ihre Eigenschaften

Eigenschaft	Kubisch				Quintisch
	Hermite	Bézier	Catmull-Rom	B-Spline	Bézier
Automatisches Stitching	-	-	✓	✓	-
$C^1$ -Stetigkeit	✓	✓	✓	✓	✓
$C^2$ -Stetigkeit	-	-	-	✓	✓
Verlauf durch Kontrollpunkte	✓	✓	✓	-	✓
Starke Korrelation	-	✓	✓	-	✓
Lokalität	✓	✓	✓	✓	✓
Einfache Berechnung	✓	✓	✓	✓	-

Wie in Tabelle 5.1 zu sehen ist, gibt es keine Spline-Familie, die alle erwünschten Eigenschaften bereitstellen kann. Jedoch sind einige Eigenschaften in Bezug auf das zu entwickelnde Verfahren besonders hilfreich:

- **Automatisches Stitching** Da die übergeordnete Wegeplanung als Ergebnis eine Wegpunktliste liefert, kann bei automatischem Stitching die Splinefunktion diese Liste als Kontrollpunkte übernommen werden, ohne dass ein weiterer Arbeitsschritt bei der Zusammenführung von Segmenten notwendig ist.
- **$C^1$ -Stetigkeit** Die  $C^1$ -Stetigkeit ermöglicht eine kontinuierliche Geschwindigkeitsänderung durch eine nicht-abrupte, weiche Bahnkurve. Alle hier betrachteten Spline-Familien können so angewendet werden, dass sie diese Eigenschaft besitzen. Dies bildet den Hauptunterschied zu allen gitterbasierten Bewegungsverfahren, die Richtungsänderungen nur im rechten Winkel fahren können und daher an Kreuzungspunkten vollständig stoppen müssen.
- **Verlauf durch Kontrollpunkte, starke Korrelation, Lokalität** Ein Kernbestandteil des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens besteht darin, eine Vielzahl zueinander homotoper Bahnkurven für eine Quelle-Ziel-Relation zu erzeugen. Alle Eigenschaften, die eine solche Erzeugung und Veränderung von Splines unterstützen, sind in diesem Fall sehr vorteilhaft.
- **Einfache Berechnung** Für die Validierung des Verfahrens wird im späteren Verlauf der Arbeit die Simulation von einer großen Zahl an bewegten Objekten durchgeführt. In Kombination mit der Erzeugung von homotopen Varianten pro Objekt und einer Laufzeit, die anwendungsbedingt,

mehrere Stunden erfordert (z. B. Schichtbetrieb im Logistikzentrum), ergibt sich, dass eine einfache Berechnung der einzelnen Splines einen großen Laufzeitvorteil in der Validierung ermöglicht. Dieser Vorteil kann natürlich grundsätzlich auch in der Praxis relevant werden, wenn sehr große Systeme gesteuert werden sollen.

Zur Bedeutung der  $C^2$ -Stetigkeit lässt sich bemerken, dass sie in der Theorie äußerst wichtig erscheint, da abrupte Beschleunigungsänderungen sich ungünstig auf die Fahrbarkeit auswirken können. In der Praxis hat sich gezeigt, dass im Fall des entwickelten Loadrunners die Fahrbarkeit gegeben war. Für den dauerhaften Betrieb ist daher eine  $C^2$ -Stetigkeit sicherlich wünschenswert. Für die Verfahrensentwicklung in dieser Arbeit hingegen kann diese Eigenschaft vernachlässigt werden. Dies ist insbesondere dadurch ermöglicht, dass ein späterer Umstieg auf eine geeignetere, aber schwieriger handhabbare Spline-Familie problemlos möglich ist.

Da im hier entwickelten Verfahren keine Splines während der Fahrt verändert werden, haben die Eigenschaften der freien Wählbarkeit von Parameter beim Start der Splines in diesem Fall keine Bedeutung.

Nach diesen Betrachtungen sind, wie auch gut in Tabelle 5.1 zu sehen ist, für die Verfahrensentwicklung in dieser Arbeit Catmull-Rom-Splines den anderen Familien vorzuziehen.

### Catmull-Rom-Splines

Ein Catmull-Rom-Spline ist durch eine Folge von Kontrollpunkten  $P_1, \dots, P_m$  definiert<sup>2</sup>. Er führt durch die Kontrollpunkte  $P_1, \dots, P_{m-1}$  und der Tangentenvektor im Punkt  $P_i$  ist parallel zum Vektor  $P_{i-1}P_{i+1}$  (vgl. [CR74]). Ein Catmull-Rom-Spline setzt sich aus Segmenten kubischer Polynome zusammen, die sich Kontrollpunkte teilen, um eine  $C^1$ -Stetigkeit zu erreichen. Das Segment  $S_i(t)$  verbindet die Kontrollpunkte  $P_{i-2}$  und  $P_{i-1}$  über  $S_i(0) = P_{i-2}$  und  $S_i(1) = P_{i-1}$ . Zusätzlich werden für die Bestimmung der Tangentenvektoren an  $P_{i-2}$  und  $P_{i-1}$  jeweils die Punkte  $P_{i-3}$  und  $P_i$  herangezogen. Dies bedeutet, dass der erste und der letzte Kontrollpunkt eines Catmull-Rom-Splines nicht mit der Bahnkurve verbunden sind, sondern nur die Tangentenvektoren am Anfangs- und Endpunkt (mit-)bestimmen.

Die formale Definition für einen Catmull-Rom-Spline mit den Kontrollpunkten  $P_0, \dots, P_m$  und  $m > 3$  ergibt sich über die Bestimmung der einzelnen Segmente. Das  $i$ -te Segment mit  $i \in [3, m]$  ist durch

<sup>2</sup> Im Rahmen dieser Arbeit wird von einem zweidimensionalen Weltmodell ausgegangen, so dass ein Punkt  $P(x, y)$  mit  $x, y \in \mathbb{R}^2$  definiert ist.

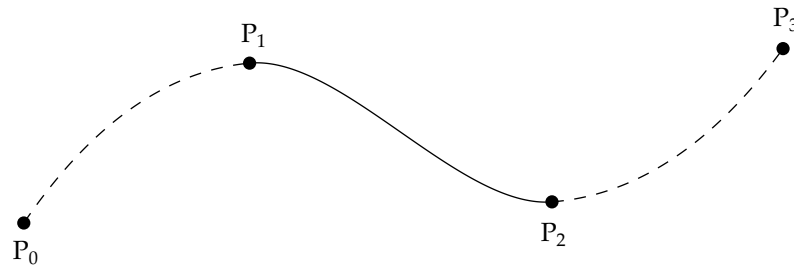


Abb. 5.6 Beispiel eines Catmull-Rom-Splines

$$\begin{aligned}
 S_i(t) &= T \cdot M \cdot G^i \\
 &= (t^3 \ t^2 \ t \ 1) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{pmatrix} \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

gegeben. Der Vektor mit dem Basisspline kann als

$$B = M \cdot G^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -t^3 + 2t^2 - t \\ 3t^3 - 5t^2 + 2 \\ -3t^3 + 4t^2 + t \\ t^3 - t^2 \end{pmatrix}$$

abgeleitet werden. Und über die Berechnung der Koeffizienzmatrix

$$C^i = M \cdot G^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -P_{i-3} + 3P_{i-2} - 3P_{i-1} + P_i \\ 2P_{i-3} - 5P_{i-2} + 4P_{i-1} - P_i \\ -P_{i-3} + \quad \quad \quad + P_{i-1} \\ \quad \quad \quad 2P_{i-2} \end{pmatrix}$$

kann die Gleichung 5.2 als Polynom

$$\begin{aligned}
 S_i(t) &= \frac{1}{2} (-P_{i-3} + 3P_{i-2} - 3P_{i-1} + P_i) t^3 \\
 &\quad + \frac{1}{2} (2P_{i-3} - 5P_{i-2} + 4P_{i-1} - P_i) t^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} (-P_{i-3} + P_{i-1}) t + P_{i-2}
 \end{aligned}$$

dargestellt werden. Nun lassen sich durch Einsetzen von 0 für den Beginn und 1 für das Ende die Start- und Endpunkte des Splines bestimmen. Durch

$$S_i(0) = P_{i-2} \qquad S_i(1) = P_{i-1} \qquad (5.3)$$

$$S'_i(0) = \frac{1}{2}(P_{i-1} - P_{i-3}) \qquad S'_i(1) = \frac{1}{2}(P_i - P_{i-2}) \qquad (5.4)$$

wird die  $C^1$ -Stetigkeit gezeigt, da  $S_{i-1}(1) = S_i(0)$  und  $S'_{i-1}(1) = S'_i(0)$ . Des Weiteren kann erkannt werden, dass die Tangente in  $P_i$  parallel zum Vektor  $P_{i-1}P_{i+1}$  liegt.

Die Kontrollpunkte am Anfang und Ende des Splines können dazu verwendet werden, die existierende Ausrichtung eines nicht-holonomischen Fahrzeugs anzugeben, sodass dieses eine tatsächlich fahrbare Bahnkurve erhält. In diesem Zusammenhang soll bemerkt werden, dass bei einem holonomisch bewegbaren Objekt, wie es in diesem Verfahren zugrunde gelegt wird, die Definition des Splines noch weiter vereinfacht werden kann. Über

$$P_0 = -d(P_2 - P_1) \qquad (5.5)$$

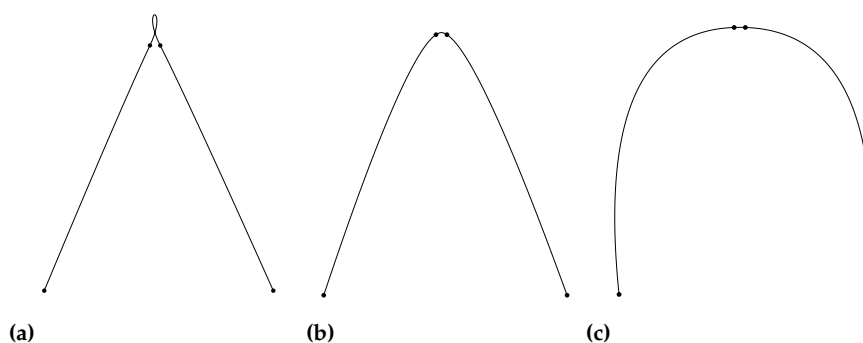
$$P_m = d(P_{m-1} - P_{m-2}) \qquad (5.6)$$

mit  $d > 0$  und  $d \in \mathbb{R}$  werden die Tangentenvektoren in  $P_1$  und  $P_{m-1}$ , dem Startpunkt und dem Endpunkt der Bahnkurve, in Richtung des nächsten bzw. aus der Richtung des vorherigen Kontrollpunkts gesetzt. Dies ist für ein holonomisch bewegtes Objekt ein gültiges Verhalten, da dieses aus dem Ruhezustand in jede beliebige Richtung anfahren kann. Auf diese Weise kann eine einfache Wegpunktliste  $W_0, \dots, W_n$  mit  $n > 0$  übergeben werden, und es entsteht ohne weitere Schritte eine holonomisch fahrbare Bahnkurve mit der erwünschten  $C^1$ -Stetigkeit. Diese unkomplizierte Handhabbarkeit vereinfacht Test und Validierung des in der Arbeit entwickelten Verfahrens.

Für die Berechnung von Punkten auf einem einzelnen Segment eines Catmull-Rom-Splines wird das rekursive Verfahren von Barry und Goldman verwendet (vgl. [BG88]). Es führt neben den vier Kontrollpunkten  $P_0, P_1, P_2, P_3$  zusätzlich vier sogenannte Knotenpunkte  $t_0, t_1, t_2, t_3$  ein, die zur Bestimmung des Splines verwendet werden. Für  $P_i \in \text{Knotenpunkte}$  sind durch

$$t_{i+1} = \left[ \sqrt{(x_{P_{i+1}} - x_{P_i})^2 + (y_{P_{i+1}} - y_{P_i})^2} \right]^\alpha + t_i \qquad (5.7)$$

mit  $t_0 = 0$  definiert. Mit dem Parameter  $\alpha$  lässt sich die Form der Splines unabhängig von den Kontrollpunkten beeinflussen. Für  $\alpha = 0,5$  wurde nachgewiesen, dass der Spline keine ungewünschten Eigenschaften wie Spitzen oder Überschneidungen erzeugt (vgl. [YSK09]).



**Abb. 5.7** Unterschiedliche Parametrisierung eines Catmull-Rom-Splines mit (a)  $\alpha = 0$ , (b)  $\alpha = 0,5$  und (c)  $\alpha = 1$

---

**Algorithmus 1** Bestimmung eines Punktes auf einem zentripetalen Catmull-Rom-Splinesegment nach Barry und Goldman

---

**Eingabe:** Zeitpunkt  $t \in \mathbb{R}^+$  und Kontrollpunkte  $P_0, P_1, P_2, P_3$  mit  $P(x, y)$  und  $x, y \in \mathbb{R}^2$

**Ausgabe:** Punkt auf der Spline  $P$

```

1:  $\alpha \leftarrow \frac{1}{2}$ 
2:
3:  $t_0 \leftarrow 0$ 
4:  $t_1 \leftarrow \left[ \sqrt{(x_{P_1} - x_{P_0})^2 + (y_{P_1} - y_{P_0})^2} \right]^\alpha + t_0$ 
5:  $t_2 \leftarrow \left[ \sqrt{(x_{P_2} - x_{P_1})^2 + (y_{P_2} - y_{P_1})^2} \right]^\alpha + t_1$ 
6:  $t_3 \leftarrow \left[ \sqrt{(x_{P_3} - x_{P_2})^2 + (y_{P_3} - y_{P_2})^2} \right]^\alpha + t_2$ 
7:
8:  $t \leftarrow (t_2 - t_1) \cdot t$ 
9:
10:  $A_1 \leftarrow P_0 \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} + P_1 \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$ 
11:  $A_2 \leftarrow P_1 \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} + P_2 \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}$ 
12:  $A_3 \leftarrow P_2 \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} + P_3 \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}$ 
13:
14:  $B_1 \leftarrow A_1 \frac{t_2 - t}{t_2 - t_0} + A_2 \frac{t - t_0}{t_2 - t_0}$ 
15:  $B_2 \leftarrow A_2 \frac{t_3 - t}{t_3 - t_1} + A_3 \frac{t - t_1}{t_3 - t_1}$ 
16:
17:  $P \leftarrow B_1 \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} + B_2 \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}$ 
18:
19: return  $P$ 

```

---

## 5.4 Numerisches Geschwindigkeitsprofil

Wie zu Beginn des Kapitels dargestellt, wird die Ausführung der physischen Bewegung durch die Regelung der Aktoren von der Planung der Trajektorie getrennt durchgeführt. An der Schnittstelle liegt ein Zustandsregler, dem für eine präzise Regelung zusätzlich zur Bahnkurve auch ein Geschwindigkeits-

profil zur Verfügung gestellt wird, sodass die zu erreichenden Zielparameter für Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung an jedem Punkt der Trajektorie feststehen.

Ein intuitiver Ansatz wäre es, für die Erstellung des Geschwindigkeitsprofils auf die erste und zweite Ableitung des Splines zurückzugreifen, um die Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte zu bestimmen. Dazu wird der Spline zu einer Funktion über die Zeit umparametriert, wie z. B. durch eine lineare Abbildung der Zeit auf den internen Splineparameter  $t$ . Dieser Ansatz hat den Nachteil, dass sich jegliche Änderung am Geschwindigkeitsprofil über diesen Parameter auf die gesamte Bahnkurve auswirkt. Wenn also zur Erfüllung der kinodynamischen Randbedingungen an einer einzelnen Stelle der Bahnkurve (z. B. an einer scharfen Kurve) die Beschleunigung begrenzt werden muss, führt die Änderung des Splineparameters dazu, dass die gesamte Trajektorie langsamer durchfahren wird. Dieser Nachteil wirkt sich in einer Umgebung mit vielen sich bewegenden Objekten noch gravierender aus, da eine Änderung der Geschwindigkeiten auf der gesamten Länge der Bahnkurve zu neuen Kollisionen führen kann. Eine alternative Methode, die diese Anpassungen auf die unmittelbare Umgebung der betroffenen Stelle beschränkt, also die Forderung nach *Lokalität*, ist daher wünschenswert.

### Struktur des Geschwindigkeitsprofils

Die im Folgenden beschriebene Methode orientiert sich im Wesentlichen im Vorgehen nach [Spr08] und ist nicht nur auf Catmull-Rom-Splines beschränkt, sondern kann auf jede parametrische Kurve oder gitterbasierte, rechtwinklige Pfade angewendet werden. Dieser Umstand ist in doppelter Hinsicht von Vorteil. Das Verfahren kann zum einen zur Berechnung der Bahnkurve modular ausgetauscht werden und ist weniger abhängig von der genauen Implementierung. Zum anderen lässt sich durch die gute Vergleichbarkeit eine Validierung des neuen Verfahrens gegenüber gitterbasierten Kollisionsvermeidungsstrategien durchführen.

Ein Geschwindigkeitsprofil besteht aus den Planungspunkten  $p_i = Q(u_i)$ , die entlang der Bahnkurve  $Q(u)$  verteilt sind und denen translationale Geschwindigkeitswerte  $v_i$  zugeordnet werden. Die Planungspunkte werden idealerweise äquidistant in Bezug auf die Kurvenlänge verteilt, sodass zwei benachbarte Planungspunkte  $p_i, p_{i+1}$  ein Intervall auf der Bahnkurve mit der Länge  $\Delta_s$  beschreiben. Für eine exakte Berechnung von  $s$  bedarf es einer numerischen Integration für die Bestimmung der Länge des Splines.

Zwischen diesen Planungspunkten bewegt sich das Objekt mit einer angenommenen konstanten positiven oder negativen Beschleunigung. Diese Annahme ermöglicht eine Bestimmung der Zeit, die das Objekt für die Bewegung im Intervall von Punkt  $p_i$  zu Punkt  $p_{i+1}$  benötigt. Sobald die Start- und Zielgeschwindigkeiten  $v_i$  und  $v_{i+1}$  festliegen, können die Ankunftszeiten  $t_i$



und  $t_{i+1}$  bestimmt werden. Bei  $n$  Planungspunkten wird mit der Zeit  $t_n$  auch direkt die gesamte Durchlaufzeit des Objekts über die Bahnkurve bestimmt.

---

**Algorithmus 2** Bestimmung der Planungspunkte und Erzeugung der Datenstruktur

---

**Eingabe:** Sequenz der Kontrollpunkte  $c[]$ , Abstand zwischen den Planungspunkten  $\Delta_s$

**Ausgabe:** Sequenz von Planungspunkten  $p[]$

```

1:  $pointsTotal \leftarrow 0$ 
2:
3: for  $pos = 1$  to  $pos < |c[]| - 2$  do
4:    $C_0 \leftarrow c[pos - 1]$ 
5:    $C_1 \leftarrow c[pos]$ 
6:    $C_2 \leftarrow c[pos + 1]$ 
7:    $C_3 \leftarrow c[pos + 2]$ 
8:
9:    $numberOfPointsOnSegment \leftarrow \left\lceil \frac{\|C_1 - C_2\|}{\Delta_s} \right\rceil$ 
10:
11:    $\Delta_t \leftarrow \frac{1}{numberOfPointsOnSegment}$ 
12:
13:   for  $i = 0$  to  $i < numberOfPointsOnSegment$  do
14:      $p[count + i] \leftarrow createPlanningPoint( interpolate( i \cdot \Delta_t, C_0, C_1, C_2, C_3 ) )$ 
15:   end for
16:
17:    $pointsTotal \leftarrow pointsTotal + numberOfPointsOnSegment$ 
18: end for
19:
20:  $lastWayPointIndex \leftarrow |c[]| - 2$ 
21:  $p[pointsTotal] \leftarrow createPlanningPoint( c[ lastWayPointIndex ] )$ 
22: return  $p[]$ 

```

---

Die Assoziation eines Zeitpunkts  $t_i$  mit dem jeweiligen internen Splineparameter  $u_i$  über die Planungspunkte  $p_i = Q(u_i)$  bildet die Basis für eine Reparametrisierung der Bahnkurve als eine Funktion über die Zeit. Über eine geeignete Interpolation macht diese Reparametrisierung es möglich, für jeden Zeitpunkt, der innerhalb der Durchlaufzeit der Trajektorie liegt, den geplanten Ort, Geschwindigkeitsvektor sowie Beschleunigungsvektor zu bestimmen. Dies bildet die Grundlage für eine laufende Zielanpassung des untergeordneten Regelungsverfahrens, das die Durchführung der Objektbewegung steuert.

### Bewegungsgleichungen

Für die Bestimmung der Bewegungsgleichungen wird das Intervall zwischen den Planungspunkten  $p_{i-1}, p_i$  vereinfacht als Strecke der Länge  $\Delta_s$  angenommen. Die hier genannten und weitere in den folgenden Abschnitten verwendeten Formelzeichen sind zur Übersicht in Tabelle 5.2 aufgelistet.

**Tabelle 5.2** Abkürzungen und Variablen, die bei der Erzeugung des Geschwindigkeitsprofils verwendet werden

Symbol	Beschreibung
$v$	Translationsgeschwindigkeit
$v_{max}$	maximale Translationsgeschwindigkeit
$a_t$	Translationsbeschleunigung
$a_{t,max}$	maximale Translationsbeschleunigung
$c$	Krümmung
$a_z$	Zentripetalbeschleunigung
$t$	Zeit seit Beginn des Bewegungsvorgangs über die Bahnkurve
$p_i$	$i$ -ter Planungspunkt auf der Bahnkurve
$\Delta_s$	Streckenlänge zwischen zwei Planungspunkten
$\Delta_t$	Zeit für die Bewegung zwischen zwei Planungspunkten

Es lassen sich für das Intervall  $p_{i-1}, p_i$  folgende grundlegende Gleichungen aufstellen:

$$s(t) = \frac{1}{2}a_t t^2 + v_{i-1}t, \quad t \in [0, \Delta_t], \quad \Delta_t := t_i - t_{i-1} \quad (5.8)$$

$$a_t = \frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta_t} \quad (5.9)$$

$$\Delta_s = s(\Delta_t) \quad (5.10)$$

Die Funktion  $s(t)$  steht für den Weg, der seit Beginn des Intervalls zurückgelegt wurde. Die Translationsbeschleunigung  $a_t$  wird innerhalb des Intervalls als konstant angenommen. Die gesamte Streckenlänge des Intervalls wird mit  $\Delta_s$  angegeben. Aus diesen grundlegenden Gleichungen können die geschlossenen Formen für  $\Delta_t = t_i - t_{i-1}$  und  $v_i$  abgeleitet werden (vgl. [Spr08] S. 22 ff):

$$v_i = \sqrt{v_{i-1}^2 + 2\Delta_s a_t} \quad (5.11)$$

$$\Delta_t = \frac{2\Delta_s}{v_{i-1} + v_i} \quad (5.12)$$

Dabei ist zu beachten, dass negative Werte für die Zeit und die Geschwindigkeit ausgeschlossen werden, es gelten also  $v_i \geq 0$ ,  $v_{i-1} \geq 0$  und  $\Delta_t \geq 0$ . Mit Gleichung 5.11 lässt sich die Geschwindigkeit eines Planungspunktes aus der Vorgängergeschwindigkeit, der Streckenlänge und der Beschleunigung berechnen. Dies erlaubt eine iterative Bestimmung aller Geschwindigkeitswerte eines Profils. Über Gleichung 5.12 lassen sich bei einem gegebenen Geschwindigkeitsprofil die Durchlaufzeit für die einzelnen Intervalle, die Zwischenankunftszeiten bei den Planungspunkten und somit auch die gesamte Durchlaufzeit der Bahnkurve bestimmen.

### Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen

Damit die Trajektorie mit ihrem Geschwindigkeitsprofil als Grundlage für ein Kollisionsvermeidungsverfahren verwendet werden kann, ist es notwendig, dass das physische Objekt in der Lage ist, die geplanten Bewegungen möglichst exakt nachzuführen. Dazu müssen die jeweiligen kinodynamischen Zwangsbedingungen des zu bewegenden Objekts bei der Erstellung des Geschwindigkeitsprofils berücksichtigt werden. Alle Zwangsbedingungen des physischen Objekts werden zu Zwangsbedingungen der translationalen Geschwindigkeitsvektoren an den Planungspunkten transformiert.

Nach [Spr08] wird zwischen *isolierten* oder *beschleunigungsbedingten* Zwangsbedingungen unterschieden. Als isoliert werden diejenigen Zwangsbedingungen bezeichnet, die von den Geschwindigkeitsvektoren der benachbarten Planungspunkte unabhängig sind. Ein wichtiges Beispiel ist die maximale Zentrifugalkraft, die auf ein Objekt wirken darf: Sie hängt ausschließlich von der Krümmung und der translationalen Geschwindigkeit an einem betrachteten Punkt ab. Beschleunigungsbedingte Zwangsbedingungen hingegen hängen von den Geschwindigkeitsvektoren der benachbarten Planungspunkte ab. Sie garantieren, dass die gewählte Geschwindigkeit an Planungspunkt  $p_i$  innerhalb der Grenzen bleibt, die durch die Translationsgeschwindigkeit in  $p_{i-1}$  und die maximal zulässige Translationsbeschleunigung bzw. -verzögerung vorgegeben ist.

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Verfahren zur Erzeugung des Geschwindigkeitsprofils berücksichtigt folgende Zwangsbedingungen:

- den Stillstand im Start- und Endpunkt,
- die maximale absolute Geschwindigkeit  $v_{t,max}$ ,
- die Zentripetalbeschleunigung  $a_{z,max}$ , die zum Ausgleich der Zentrifugalkraft bei Fahrt in einer Kurve mit Krümmung  $c$  aufgewendet werden muss sowie
- die maximale Translationsbeschleunigung und -verzögerung  $a_{t,max}$ .

Die ersten drei Bedingungen können, wie bereits beschrieben, isoliert betrachtet werden. Für die vierte Bedingung ist eine Betrachtung des jeweils vorhergehenden und nachfolgenden Planungspunkts notwendig.

#### *Start- und Endgeschwindigkeit*

Jeder Bewegungsvorgang startet im Stillstand und endet mit dem Stillstand des zu bewegenden Objekts. Dieser Umstand wird jeweils als Zwangsbedingung am ersten und letzten Punkt des Geschwindigkeitsprofils  $\{p_0, \dots, p_n\}$  abhängig vom Index  $i$  formuliert:

$$v_{start} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 0 \\ \infty & \text{für } i > 0 \end{cases} \quad (5.13)$$

$$v_{end} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = n \\ \infty & \text{für } i < n \end{cases} \quad (5.14)$$

Eine Implikation dieser Zwangsbedingungen ist, dass zwei Bewegungsvorgänge des gleichen Objekts nicht nahtlos mit einer Geschwindigkeit  $v > 0$  nacheinander ablaufen können. Diese Vorgehensweise entspricht dem Bewegungsmodell der logistischen Standardliteratur (vgl. Abschnitt 5.5). Eine Erweiterung dieses Verfahrens um beliebige Start- und Endgeschwindigkeiten wäre durch Wahl einer schwieriger handhabaren Spline-Familie möglich (vgl. Abschnitt 5.3) und hätte Auswirkung auf das Verfahren der Kollisionsvermeidung, das von einem stets sicheren Zustand in Start- und Endpunkt ausgeht (vgl. Abschnitt 5.6).

#### *Maximale absolute Geschwindigkeit*

Mit  $v_{t,max}$  wird die maximale absolute Geschwindigkeit des physischen Objekts beschränkt. Dies kann z. B. die aus Sicherheitsgründen erlaubte Höchstgeschwindigkeit eines Fahrzeugs sein. Als isolierte Zwangsbedingung gilt sie unabhängig in jedem Planungspunkt. Da Rückwärtsbewegung nicht erlaubt ist, ergibt sich

$$v_i \in [0, v_{t,max}]. \quad (5.15)$$

Da in dieser Arbeit von einem holonomischen Bewegungsmodell ausgegangen wird, kann der Unterschied zwischen translationaler und rotationaler Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Diese Zwangsbedingung impliziert, dass ein Objekt auf einem langen, geradeaus verlaufenden Streckenstück nicht beliebig schnell werden kann.

#### *Maximale Zentripetalbeschleunigung*

Sobald sich das Objekt nicht mehr auf einer geraden Strecke bewegt, erfährt es eine Richtungsänderung beim Durchlaufen der Bahnkurve. Das Maß für diese Änderung ist die Krümmung  $c$ , die als Kehrwert des Radius  $r$  des Krümmungskreises in jedem Punkt  $P$  der Bahnkurve  $C$  definiert ist (siehe Abbildung 5.8).

Für einen Kreis ist die Krümmung als Verhältnis von Zentriwinkel  $\Delta_\varphi$  und Länge  $\Delta_s$  eines Kreisbogens definiert (vgl. Abbildung 5.9):

$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta_\varphi}{\Delta_s}. \quad (5.16)$$

Der Zentriwinkel ist gleich dem Außenwinkel zwischen den Kreistangenten in den Endpunkten des Kreisbogens. Die Krümmung  $\kappa$  an einem beliebigen Punkt auf einer Kurve ist als Grenzwert definiert:

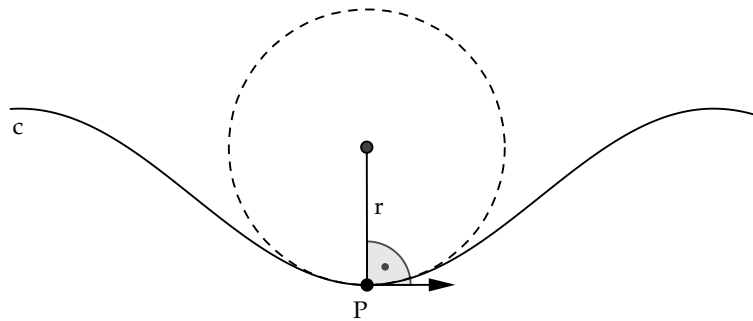


Abb. 5.8 Bahnkurve  $c$  und ihr Krümmungskreis mit Radius  $r$  im Kurvenpunkt  $P$

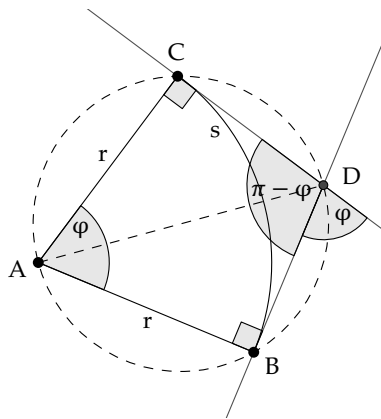


Abb. 5.9 Krümmung am Kreis

$$\kappa := \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{d\varphi}{ds}. \quad (5.17)$$

Für die Berechnung einer approximierten Krümmung  $c$  für einen Planungspunkt  $p_i$  im Geschwindigkeitsprofil werden der Vorgänger  $p_{i-1}$  und der Nachfolger  $p_{i+1}$  als Endpunkte eines Kreisbogens auf dem Krümmungskreis von  $p_i$  betrachtet. Dies ist durch die äquidistante Verteilung der Planungspunkte möglich. Die Kreistangenten verlaufen durch die Strecken  $\overline{p_{i-1}p_i}$  und  $\overline{p_i p_{i+1}}$ . Ihr Innenwinkel ist als

$$\theta = \angle p_{i-1}p_i p_{i+1} \quad (5.18)$$

definiert. Der Außenwinkel und damit auch der Zentriwinkel des Krümmungskreises ergibt sich entsprechend durch

$$\varphi_c = \pi - \theta. \quad (5.19)$$

Damit kann der Krümmungsradius über

$$r_c = \|\overrightarrow{p_{i-1}p_i}\| \cdot \tan \frac{\varphi_c}{2} \quad (5.20)$$

bestimmt werden. Die maximale Geschwindigkeit in einem Planungspunkt mit Krümmung  $c$  ergibt sich aus der maximalen Zentripetalbeschleunigung  $a_{z_{max}} = a_{t_{max}}$  und dem Krümmungsradius. Die Verwendung von  $a_{t_{max}}$  wird durch das holonomische Bewegungsmodell möglich. Damit kann die Zwangsbedingung folgendermaßen beschrieben werden:

$$v_i \in [0, v_{z_{max}}], \quad v_{z_{max}} = \sqrt{a_{t_{max}} r_c}. \quad (5.21)$$

Diese Zwangsbedingung impliziert, dass in engen Kurven keine zu hohen Geschwindigkeitsvorgaben an die untergeordnete Steuerung gemacht werden. Die Approximation der Krümmung über die benachbarten Planungspunkte führt dazu, dass die Genauigkeit der Krümmungsbestimmung über die Anzahl und den Abstand der Planungspunkte gesteuert wird.

#### *Maximale Translationsbeschleunigung*

Die maximale Translationsbeschleunigung  $a_{t_{max}}$  ist bei dem hier angenommenen holonomischen Bewegungsmodell symmetrisch für Beschleunigung und Verzögerung. Die daraus folgende maximale Geschwindigkeit in Planungspunkt  $p_i$  ist von den Geschwindigkeiten in den Punkten  $p_{i-1}$  und  $p_{i+1}$  abhängig. Durch  $a_{t_{max}}$  wird die erreichbare Geschwindigkeit auf einen Wert

$$v_i \in [v_{a_{min}}, v_{a_{max}}] \quad (5.22)$$

festgelegt, wobei die minimalen und maximalen erreichbaren Geschwindigkeiten als

$$v_{a_{min}} = \max\{ v_{i-1} - a_{t_{max}} \Delta_{t1}, \quad v_{i+1} - a_{t_{max}} \Delta_{t2}, \quad 0 \}, \quad (5.23)$$

$$v_{a_{max}} = \min\{ v_{i-1} + a_{t_{max}} \Delta_{t1}, \quad v_{i+1} + a_{t_{max}} \Delta_{t2} \} \quad (5.24)$$

mit  $\Delta_{t1} := t_i - t_{i-1}$  und  $\Delta_{t2} := t_{i+1} - t_i$  definiert sind. Über Gleichung 5.11 erhält man eine Darstellung auf Basis der äquidistanten Strecken zwischen den Planungspunkten:

$$v_{a_{min}} = \max\{ \sqrt{v_{i-1}^2 - 2a_{t_{max}} \Delta_s}, \quad \sqrt{v_{i+1}^2 - 2a_{t_{max}} \Delta_s}, \quad 0 \}, \quad (5.25)$$

$$v_{a_{max}} = \min\{ \sqrt{v_{i-1}^2 + 2a_{t_{max}} \Delta_s}, \quad \sqrt{v_{i+1}^2 + 2a_{t_{max}} \Delta_s} \} \quad (5.26)$$

Es ist anzumerken, dass zwischen zwei Planungspunkten entweder positiv beschleunigt oder gebremst werden kann. Damit ist auch hier die Anzahl der Planungspunkte für die Genauigkeit der Steuerung ausschlaggebend.

### Erfüllung der Zwangsbedingungen

Da für alle Zwangsbedingungen eine Gleichung gefunden wurde, die sich ausschließlich auf die Positionen der Punkte  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  und  $p_{i+1}$  und die maximale Beschleunigung  $a_{t_{max}}$  bezieht, kann die Erfüllung aller Zwangsbedingungen durch das Minimum aller berechneten maximalen Geschwindigkeiten für den Punkt  $p_i$  durchgeführt werden:

$$v_i \leftarrow \min\{v_{start}, v_{end}, v_{t_{max}}, v_{z_{max}}, v_{a_{max}}\}. \quad (5.27)$$

Durch das holonomische Bewegungsmodell, das ohne Drehbeschleunigung auskommt, entstehen keine Konflikte zwischen gültigen Geschwindigkeitsintervallen bei der Bestimmung einer gültigen Geschwindigkeit. Für komplexere Bewegungsmodelle gibt es Verfahren, die diese Problemstellungen lösen (vgl. [Spr08]). Im Rahmen dieser Arbeit reicht zur Validierung der Kollisionsvermeidung das gewählte Bewegungsmodell aus.

## 5.5 Bestimmung der Geschwindigkeiten

Die Erstellung eines Geschwindigkeitsprofils, das die genannten Zwangsbedingungen berücksichtigt, geschieht in zwei Phasen:

1. Berechnen der Translationsgeschwindigkeit  $v_i$  und Ankunftszeit  $t_i$  für jeden Planungspunkt  $p_i$  durch Verwendung der Bewegungsgleichungen und mit den genannten Zwangsbedingungen auf dem Intervall  $p_{i-1}, p_i$  für jeden Planungspunkt mit  $i \in 1, \dots, n$  in aufsteigender Indexreihenfolge
2. Berechnen der Translationsgeschwindigkeit  $v_i$  und Ankunftszeit  $t_i$  für jeden Planungspunkt  $p_i$  durch Verwendung der Bewegungsgleichungen und mit den genannten Zwangsbedingungen auf dem Intervall  $p_{i+1}, p_i$  für jeden Planungspunkt mit  $i \in n - 1, \dots, 0$  in absteigender Indexreihenfolge

Es ist zu beachten, dass bei der Bestimmung der Translationsgeschwindigkeit nicht zwingend der maximal mögliche Wert angenommen muss. Weitere Bedingungen können eine langsamere Bewegung über die Bahnkurve erfordern (wie z. B. zur Kollisionsvermeidung). Ohne solche zusätzlichen Bedingungen wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch eine *zeitoptimale* Bewegung verwendet, bei der die maximal mögliche Beschleunigung und Verzögerung angenommen wird. Ein solcher Ansatz wird auch *Bang-Bang-Methode* genannt. Der Name ist lautmalend gemeint und beschreibt die Vorgehensweise, mit ma-

---

**Algorithmus 3** Bestimmung der maximalen Geschwindigkeiten für isolierte Zwangsbedingungen
 

---

**Eingabe:** Sequenz der Planungspunkte  $p[]$ , Maximalbeschleunigung  $a_{t_{max}}$ , Maximalgeschwindigkeit  $v_{t_{max}}$ , Start- und Endgeschwindigkeit  $v_{start} = 0, v_{end} = 0$

**Ausgabe:** Sequenz der maximalen Geschwindigkeiten in den Planungspunkten  $v_{max}[]$

```

1:  $n \leftarrow |p[]|$ 
2:
3: for  $i = 1$  to  $i < n - 1$  do
4:    $P_0 \leftarrow \text{position}(p[i - 1])$ 
5:    $P_1 \leftarrow \text{position}(p[i])$ 
6:    $P_2 \leftarrow \text{position}(p[i + 1])$ 
7:
8:    $\varphi_c \leftarrow \pi - \angle P_0 P_1 P_2$ 
9:    $r_c \leftarrow \left\| \overrightarrow{P_0 P_1} \right\| \cdot \tan \frac{\varphi_c}{2}$ 
10:
11:    $v_{z_{max}} \leftarrow \sqrt{a_{t_{max}} r_c}$ 
12:
13:    $v_{max}[i] \leftarrow \min(v_{z_{max}}, v_{t_{max}})$ 
14: end for
15:
16:  $v_{max}[0] \leftarrow v_{start}$ 
17:  $v_{max}[n - 1] \leftarrow v_{end}$ 
18: return  $v_{max}[]$ 

```

---

ximaler Beschleunigung zuerst vorwärts und dann rückwärts die Planungspunkte zu durchlaufen. Diese Methode gilt als effizienter in der Berechnung als z. B. Ansätze mit dynamischer Programmierung (vgl. [LaV06] Kapitel 14.6.3.5).

**Zusammenhang mit der analytischen Wegzeitberechnung in der logistischen Standardliteratur**

Zur analytischen Bestimmung von Wegzeiten werden in der Standardliteratur verschiedene Methoden besprochen (vgl. [tSB11, S. 127ff]). Allen ist gemein, dass sie die Zeit  $t$  zum Zurücklegen eines Weges wie im vorherigen Abschnitt beschrieben aus drei Größen berechnen: der Wegstrecke  $s$ , der Geschwindigkeit  $v$  und der Beschleunigung  $a$ . Genauso wie zwischen zwei Planungspunkten im numerischen Geschwindigkeitsprofil wird die Beschleunigung als konstant angenommen, sodass sich ein linearer Zeit-Geschwindigkeits-Verlauf ergibt. Als einzige kinodynamische Zwangsbedingung wird die maximale Geschwindigkeit  $v_{max}$  berücksichtigt. In Abhängigkeit davon, ob diese maximale Geschwindigkeit auf der Wegstrecke  $s$  erreicht wird, ergibt sich eine vereinfachte Bewegungsgleichung, die zwischen einer sog. Standardfahrrampe und einer sog. spitzen Fahrrampe unterscheidet:



---

**Algorithmus 4** Zeitoptimale Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils unter beschleunigungsbedingten Zwangsbedingungen (Bang-Bang-Methode)
 

---

**Eingabe:** Sequenz der Planungspunkte  $p[]$ , Sequenz der maximalen Geschwindigkeiten in den Planungspunkten  $v_{max}[]$ , Maximalbeschleunigung  $a_{t_{max}}$

**Ausgabe:** Sequenz der Geschwindigkeiten in den Planungspunkten  $v[]$

```

1:  $n \leftarrow |p[]|$ 
2:  $v[0] \leftarrow 0$ 
3:
4: for  $i = 1$  to  $i < n$  do
5:    $P_0 \leftarrow \text{position}(p[i-1])$ 
6:    $P_1 \leftarrow \text{position}(p[i])$ 
7:
8:    $\Delta_s \leftarrow \|\overrightarrow{P_0 P_1}\|$ 
9:
10:   $v_a \leftarrow \sqrt{v[i-1]^2 + 2a_{t_{max}} \Delta_s}$ 
11:
12:   $v[i] \leftarrow \min(v_a, v_{max}[i])$ 
13: end for
14:
15:  $v[n-1] \leftarrow 0$ 
16:
17: for  $j = n-1$  to  $j > 0$  do
18:    $P_0 \leftarrow \text{position}(p[j])$ 
19:    $P_1 \leftarrow \text{position}(p[j-1])$ 
20:
21:    $\Delta_s \leftarrow \|\overrightarrow{P_0 P_1}\|$ 
22:
23:    $v_a \leftarrow \sqrt{v[j]^2 + 2a_{t_{max}} \Delta_s}$ 
24:
25:    $v[j-1] \leftarrow \min(v_a, v[j-1])$ 
26: end for
27:
28: return  $v[]$ 

```

---

$$t = \begin{cases} \frac{s}{v} + \frac{v}{a} & \text{für } s \geq \frac{v^2}{a} \quad \text{Standardfahrrampe} \\ 2 \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} & \text{für } s < \frac{v^2}{a} \quad \text{spitze Fahrrampe} \end{cases} \quad (5.28)$$

Der Zusammenhang ist graphisch in Abbildung 5.10 dargestellt. Die Zeiträume  $\Delta t_a^+$  und  $\Delta t_a^-$  beschreiben die Zeit, die zum Beschleunigen bzw. Verzögern aufgewandt wird. Die Fläche, die für diesen Bereich der x-Achse eingeschlossen wird, entspricht der zurückgelegten Strecke in diesen Zeitanteilen. Ist die Strecke  $s$  ausreichend lang, um  $v_{max}$  zu erreichen, kommt ein dritter Zeitanteil  $\Delta t_c$  hinzu, in dem die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit erfolgt.

Es kann gezeigt werden, dass beide Fälle als Spezialfälle des in dieser Arbeit entwickelten allgemeinen Verfahrens abgebildet werden können. Dazu

---

**Algorithmus 5** Bestimmung der Zeiten und Distanzen im Geschwindigkeitsprofil unter Berücksichtigung von Wartezeiten im Stillstand
 

---

**Eingabe:** Geschwindigkeitsprofil mit Wartezeiten ( $p[], v[], t_{wait}[]$ )

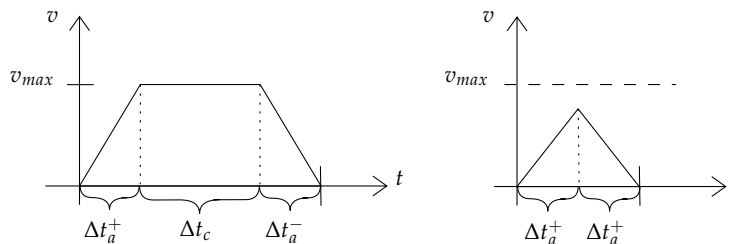
**Ausgabe:** Sequenz der Zeitpunkte und Distanzen  $t[], s[]$ 

```

1:  $n \leftarrow |p[]|$ 
2:
3:  $t[0] \leftarrow 0$ 
4:  $s[0] \leftarrow 0$ 
5:
6: for  $i = 1$  to  $i < n$  do
7:    $P_0 \leftarrow \text{position}(p[i-1])$ 
8:    $P_1 \leftarrow \text{position}(p[i])$ 
9:
10:   $\Delta_s \leftarrow \|\overrightarrow{P_0 P_1}\|$ 
11:
12:   $s[i] \leftarrow s[i-1] + \Delta_s$ 
13:
14:   $t[i] \leftarrow \frac{\Delta_s}{v[i-1] + \frac{1}{2}(v[i] - v[i-1])}$ 
15:
16:  if  $v[i-1] = 0$  then
17:     $t[i] \leftarrow t[i] + t_{wait}[i-1]$ 
18:  end if
19: end for
20:
21: return  $t[], s[]$ 

```

---


**Abb. 5.10** Standardfahrrampe (links) und spitze Fahrrampe (rechts)

wird im zweidimensionalen Raum ein Catmull-Rom-Spline aus den vier Kontrollpunkten  $P_0, P_1, P_2, P_3$  gebildet, von denen  $P_1$  und  $P_2$  als Anfangs- und Endpunkt der Wegstrecke den euklidischen Abstand  $s$  besitzen. Die zusätzlich notwendigen Kontrollpunkte  $P_0$  und  $P_3$  werden anhand von Gleichung 5.5 und Gleichung 5.6 bestimmt. Aus dieser spezifischen Konstruktion des Splines ergibt sich eine geradlinige Bahnkurve ohne Krümmung, sodass die maximale Zentripetalbeschleunigung als Zwangsbedingung vernachlässigt werden kann. Die maximale Translationsgeschwindigkeit wird als  $v_{t_{max}} = v_{max}$  definiert, und zur Berechnung von  $v_{a_{max}}$  wird Gleichung 5.26 mit  $a_{t_{max}} = a$  verwendet.

Durch die im vorherigen Abschnitt beschriebene *Bang-Bang-Methode* entstehen im Geschwindigkeitsprofil die exakten Geschwindigkeitsverläufe der Fahrtrampen aus Abbildung 5.10 genau dann, wenn der Abstand  $\Delta_s$  zwischen den Planungspunkten so gewählt wird, dass  $\Delta_s = n \frac{v_a^2}{a}$  mit  $n \in \mathbb{N}^+$  gilt.

Daraus folgt, dass die in dieser Arbeit entwickelte Methode in allen logistischen Anwendungsfällen eingesetzt werden kann, die auf die klassische analytische Wegzeitberechnung der Standardliteratur zurückgreifen.

## 5.6 Kollisionsfreie Bewegung mehrerer Objekte

Bislang wurde die Bewegung eines einzelnen physischen Objekts isoliert untersucht. Nun soll die Bewegung des Objekts in einer globalen Umgebung betrachtet werden, in der sich bereits eine Mehrzahl von Objekten bewegen. Die Grundlage für eine formale Beschreibung dieser globalen Umgebung ist eine Menge von existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  für physische Objekte im logistischen Raum. Der Aufenthalt jedes einzelnen Objekts ist so durch einen Punkt  $p \in \mathcal{P}$  und den dazugehörigen Zeitpunkt  $t_p$  bestimmt. Die Menge  $\mathcal{P}$  enthält alle Punkte im logistischen Raum, die über die in  $\mathcal{T}$  enthaltenen Bahnkurven repräsentiert werden.

Aus dem Axiom der Trennung folgt, dass Objekte sich nicht zur gleichen Zeit am gleichen Ort befinden können. Da ein physisches Objekt eine räumliche Ausdehnung besitzt, gibt es für jeden Punkt  $p$  mit seinem zugeordneten Zeitpunkt  $t_p$  eine Nachbarschaft  $\mathcal{N}_p \subset \mathcal{P}$  als Menge aller Punkte, die zum Zeitpunkt  $t_p$  nicht belegt sein dürfen. Für jeden Punkt  $q \in \mathcal{N}_p$  mit dem Zeitpunkt  $t_q$  gilt  $t_q \neq t_p$ . Ein Punkt  $p$ , dessen Nachbarschaft zu seinem Zeitpunkt nicht belegt ist, heißt *kollisionsfrei*. Eine Menge von Trajektorien  $\mathcal{T}$ , deren Punkte  $p \in \mathcal{P}$  kollisionsfrei sind, gilt ebenfalls als *kollisionsfrei*.

In den folgenden Abschnitten soll nun ein Verfahren entwickelt werden, das für eine gegebene Trajektorie  $T$  die Kollisionsfreiheit in Bezug auf die Menge von bereits existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  sicherstellt. Dazu wird in einem ersten Schritt eine neue Art von zeitbasierter Zwangsbedingung formuliert, die für Intervalle zwischen den Planungspunkten von  $T$  gilt, die Punkte innerhalb der Nachbarschaften bereits existierender Trajektorien enthalten. In einem zweiten Schritt wird die Erfüllung dieser neuen Zwangsbedingung betrachtet und eine Methode vorgestellt, die durch Veränderung des Geschwindigkeitsprofils eine Kollisionsfreiheit von  $T$  in Bezug auf  $\mathcal{T}$  gewährleistet.

### Mögliche Kollisionsbereiche

Über die Struktur des Geschwindigkeitsprofils von  $T$  können die möglichen Kollisionsbereiche mit anderen Profilen aus  $\mathcal{T}$  anhand der örtlichen Position der Planungspunkte zueinander bestimmt werden. Wenn davon ausgegangen wird, dass alle physischen Objekte die gleiche Ausdehnung haben, die

durch einen Kreis mit Radius  $r_{obj}$  gegeben ist, dann lässt sich die Prüfung auf mögliche Kollisionen auf einen Vergleich zwischen den Planungspunkten reduzieren, solange deren äquidistanter Abstand  $\Delta_s$  so gering ist, dass keine zu großen Lücken entstehen.

Unter diesen Voraussetzungen kann eine Nachbarschaft  $N_p$  für jeden Planungspunkt  $p \in P_T$  definiert werden, die alle Planungspunkte  $q \in P_{\mathcal{T}}$  anderer Trajektorien enthält, deren Distanz  $d_{pq} < 2r_{obj}$  ist. Im zweidimensionalen logistischen Raum kann  $d_{pq}$  als euklidische Distanz zwischen den Punkten  $p(x_1, y_1)$  und  $q(x_2, y_2)$  über

$$d_{pq} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

berechnet werden.

Mögliche Kollisionsbereiche einer Trajektorie können so über jeden Planungspunkt  $p \in P_T$  identifiziert werden, bei dem  $N_p \neq \emptyset$  ist. Im gleichen Zuge lassen sich für vollständig disjunkte Trajektorien, bei denen  $\forall N_p \in N_T, N_p = \emptyset$  gilt, Kollisionen grundsätzlich ausschließen.  $N_T$  bezeichnet dabei die Gesamtheit aller Nachbarschaften aller Planungspunkte einer Trajektorie.

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass Anfangs- und Endpunkt einer Trajektorie immer kollisionsfrei sind, daher für  $p_0, p_n \in \{p_0, \dots, p_n\} \mid N_{p_0} = \emptyset, N_{p_n} = \emptyset$  gelten. Sie bilden sichere Bereiche, sodass am Anfang und Ende des Bewegungsvorgangs eine Planungssicherheit bezüglich der Kollisionsvermeidung besteht.

### Zeitbasierte und kollisionsbedingte Zwangsbedingungen

Über die Menge der Nachbarschaften  $N_T$  können die möglichen Kollisionsbereiche auf zeitbasierte Zwangsbedingungen für das Geschwindigkeitsprofil von  $T$  abgebildet werden.

Die Funktion  $coll_T : N_p \rightarrow C_T$  gibt für jeden Planungspunkt  $p_i \in \{p_0, \dots, p_n\}$  die Menge  $C_{p_i} \in C_T$  von Zeitintervallen zurück, die Belegungszeiten für  $N_{p_i}$  angeben, die eine Anwesenheit fremder Objekte innerhalb der Nachbarschaft repräsentieren. Der Punkt  $p_i$  gilt dann als kollisionsfrei, wenn  $t_{p_i}$  außerhalb der in  $C_{p_i}$  enthaltenen Intervalle liegt. Für jedes Intervall  $[t_1, t_2] \in C_{p_i}$  muss gelten  $t_{p_i} < t_1 \vee t_{p_i} > t_2$ .

Die Erfüllung dieser zeitbasierten Zwangsbedingungen hängt von der Fähigkeit ab, den Zeitpunkt  $t_{p_i}$  so festzulegen, dass er außerhalb der Belegungsintervalle liegt. Die validen Werte von  $t_{p_i}$  hängen jedoch von den Bewegungsgleichungen und kinodynamischen Zwangsbedingungen ab. Aus Gleichung 5.12, Gleichung 5.23 und Gleichung 5.27 ergibt sich:

$$t_{p_{i-1}} + \frac{2\Delta_s}{v_{a_{min}}} \leq t_{p_i} \leq t_{p_{i-1}} + \frac{2\Delta_s}{\min\{v_{start}, v_{end}, v_{t_{max}}, v_{z_{max}}, v_{a_{max}}\}} \quad (5.29)$$

Eine isolierte Erfüllung der zeitlichen Zwangsbedingungen in  $p_i$  kann nur in den engen Grenzen der minimal und maximal möglichen Geschwindigkeitsänderung zum vorherigen Planungspunkt  $p_{i-1}$  erfolgen. Zusätzlich ist mit  $\Delta_s < 2r_{obj}$  die zur Verfügung stehende Wegstrecke begrenzt.

Für eine allgemeine Erfüllung der Zwangsbedingung in  $p_i$  muss diese bei Bedarf auf die vorherigen Punkte propagiert werden können. Da die Generierung des Geschwindigkeitsprofils zeitoptimal durchgeführt wird, daher mit maximal möglicher Geschwindigkeit, kann eine Veränderung von  $t_{p_i}$  nur durch eine Verringerung von Geschwindigkeiten erreicht werden. Dazu wird die zeitliche Differenz  $\Delta_{t_{coll}}$  definiert, die notwendig ist, um in  $p_i$  eine Kollision zu verhindern. Zur Bestimmung von  $\Delta_{t_{coll}}$  werden alle die Zeitintervalle  $[t_1, t_2] \in C_{p_i}$  betrachtet, für die  $t_{p_i} \geq t_1 \wedge t_{p_i} \leq t_2$  gilt. Wenn  $t_{1_{min}}$  der früheste Zeitpunkt ist, an dem die Kollisionsintervalle beginnen, dann ist

$$\Delta_{t_{coll}} = t_{p_i} - t_{1_{min}}. \quad (5.30)$$

Mit  $\Delta_{t_{coll}}$  ist nun die Zeit bestimmt, die auf der Teilsequenz  $\{p_0, \dots, p_i\}$  zur Erfüllung der zeitlichen Zwangsbedingung zusätzlich verbraucht werden muss. Dies kann durch

- Verringerung der Geschwindigkeiten oder
- Warten im Stillstand

geschehen. Für das Warten im Stillstand muss beachtet werden, dass es nicht in  $p_i$  stattfinden kann, da hier ja schon die Kollision stattfindet. Es muss daher auf den vorherigen Planungspunkt  $p_{i-1}$  gelegt werden, der nicht kollisionsgefährdet ist. In beiden Fällen kann ein neues Geschwindigkeitsprofil, das in  $p_i$  kollisionsfrei ist, generiert werden. Die Auswahl einer geeigneten Lösungsstrategie muss berücksichtigen, dass jede Veränderung der Zeitpunkte  $\{t_{p_1}, \dots, t_{p_{i-1}}\}$  zu neuen Kollisionen führen kann, die anschließend aufgelöst werden müssen.

In den folgenden Abschnitten wird ein Verfahren vorgestellt, das eine möglichst geringe Anzahl an Planungspunkten verändert. In einem ersten Schritt wird dazu eine Methode zur Erlangung der Kollisionsfreiheit in  $p_i$  entwickelt und anschließend, in einem zweiten Schritt, werden neu auftretende Kollisionen in vorausgehenden Punkten aufgelöst.

### Anpassung des Geschwindigkeitsprofils zur Kollisionsfreiheit in einem Planungspunkt

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, kann eine isolierte Anpassung der Geschwindigkeit in  $p_i$  nicht ausreichend sein, da die zusätzlich benötigte Fahrtzeitverlängerung  $\Delta_{t_{coll}}$  zu lang ist. Wenn zudem ein Warten im Stillstand notwendig ist, dann muss dieses außerhalb des Kollisionsbereichs in Punkt  $p_{i-1}$  stattfinden. Daher werden die benötigten Geschwindigkeitsreduktionen unter Berücksichtigung der kinodynamischen Zwangsbedingungen auf

die Planungspunkte  $\{p_0, \dots, p_{i-1}\}$  verteilt. Es erscheint dabei günstig, dass möglichst wenige Punkte betroffen sind, da so die Änderungen am Geschwindigkeitsprofil lokal beschränkt bleiben. Die Begründung hierfür ist an dieser Stelle der Arbeit als intuitiv und heuristisch zu sehen. Das ursprüngliche Geschwindigkeitsprofil wurde mit maximaler Beschleunigung *zeitoptimal* geplant. Im Gegenzug dazu soll hier die gezielte Fahrtzeitverlängerung mit maximaler Verzögerung *raumoptimal* erfolgen.

Das Verfahren beginnt mit der Festlegung einer reduzierten Zielgeschwindigkeit  $v_{i-1_{red}} < v_{i-1}$  in  $p_{i-1}$  und passt anschließend iterativ die Geschwindigkeiten der vorhergehenden Punkte unter Berücksichtigung der kinodynamischen Zwangsbedingungen an. Sobald der Punkt  $p_{i-x}$  erreicht wird, an dem keine Anpassung mehr notwendig ist, wird die erreichte Fahrtzeitverlängerung  $\Delta t_{add}$  berechnet. Die genaue Anzahl  $x$  an vorhergehenden Punkten, die verändert werden müssen, hängt vom Verlauf des Geschwindigkeitsprofils ab. Wenn  $\Delta t_{add} \geq \Delta t_{coll}$ , dann ist eine gültige Lösung gefunden worden.

Damit die Fahrtzeit nicht unnötig verlängert wird, sollte  $\Delta t_{add}$  auch nicht deutlich größer als  $\Delta t_{coll}$  sein. Die Aufgabe des Verfahrens ist also die Suche nach einer passenden reduzierten Zielgeschwindigkeit  $v_{i-1_{red}}$  aus dem Intervall  $]0, v_{i-1}[$ . Dazu wird initial  $\Delta t_{add}$  für  $v_{i-1_{red}} = 0$  bestimmt. Basierend auf dem Ergebnis ergeben sich drei Fälle:

- Wenn  $\Delta t_{add} < \Delta t_{coll}$ , dann wird in Punkt  $p_i$  im Stillstand zusätzlich  $t_{w_{i-1}} = \Delta t_{coll} - \Delta t_{add}$  gewartet.
- Wenn  $\Delta t_{add} \cong \Delta t_{coll}$ , dann ist eine adäquate Lösung gefunden.
- Andernfalls gibt es eine höhere Geschwindigkeit aus  $]0, v_{i-1}[$ , die bestimmt werden muss.

Im letzten Fall wird so lange eine neue reduzierte Zielgeschwindigkeit über eine binäre Suche im Intervall  $]0, v_{i-1}[$  bestimmt, bis  $\Delta t_{add} \cong \Delta t_{coll}$ .

Das erste Ergebnis dieser Methode, die passende reduzierte Zielgeschwindigkeit  $v_{i-1_{red}}$ , wird als neue *kollisionsbedingte* Zwangsbedingung in  $p_{i-1}$  eingeführt. Das zweite Ergebnis, die Wartezeit  $t_{w_{i-1}}$ , wird als neue Struktur in das Geschwindigkeitsprofil aufgenommen. Die neue maximale Geschwindigkeit in  $p_{i-1}$  ergibt sich aus einer erweiterten Gleichung 5.27:

$$v_{i-1} \leftarrow \min\{v_{start}, v_{end}, v_{t_{max}}, v_{z_{max}}, v_{a_{max}}, v_{i-1_{red}}\}. \quad (5.31)$$

Anschließend wird ein neues Geschwindigkeitsprofil für die gesamte Trajektorie mithilfe der *Bang-Bang-Methode* aus Abschnitt 5.5 generiert. Dabei wird das neu eingeführte Attribut  $t_{i-1_w}$  berücksichtigt, sodass

$$t_{p_i} = t_{p_{i-1}} + \frac{2\Delta_s}{v_{i-1}} + t_{i-1_w} \quad (5.32)$$

mit

---

**Algorithmus 6** Bestimmung der kollisionsfreien Maximalgeschwindigkeit und Wartezeit in einem Planungspunkt unter Berücksichtigung einer kollisionsbedingten zeitlichen Zwangsbedingung (gezieltes Bremsen auf der Bahnkurve)

---

**Eingabe:** Geschwindigkeitsprofil  $(p[], v[], t[])$ , Index des Planungspunktes mit Kollision  $index$ , Benötigte Verzögerungszeit  $t_{delay}$ , Schrittweite der iterativen Geschwindigkeitsreduktion  $\Delta_v$ , Maximalbeschleunigung  $a_{t_{max}}$   
**Ausgabe:** Kollisionsfreie Maximalgeschwindigkeit im Planungspunkt  $v_{max}$ , Wartezeit  $t_{wait}$  (bei  $v_{max} = 0$ )

```

1:
2: if  $index = 0$  then
3:   return  $v_{max} \leftarrow 0, t_{wait} \leftarrow t_{delay}$ 
4: end if
5:
6:  $n_v \leftarrow \lfloor \frac{v[index]}{\Delta_v} \rfloor + 1$ 
7:
8: for  $x_v = 0$  to  $x_v < n_v$  do
9:    $v_{start} \leftarrow x_v \cdot \Delta_v$ 
10:   $v_{test} \leftarrow v_{start}$ 
11:   $t_{test} \leftarrow 0$ 
12:   $i \leftarrow index - 1$ 
13:
14:  repeat
15:     $P_0 \leftarrow p[i + 1]$ 
16:     $P_1 \leftarrow p[i]$ 
17:
18:     $\Delta_s \leftarrow \|\overrightarrow{P_0 P_1}\|$ 
19:
20:     $v'_{test} \leftarrow v_{test}$ 
21:     $t'_{test} \leftarrow t_{test}$ 
22:
23:     $v_{test} \leftarrow \min( \sqrt{v'_{test}{}^2 + 2a_{t_{max}} \Delta_s}, v[i] )$ 
24:
25:     $t_{test} \leftarrow t'_{test} + \frac{\Delta_s}{v'_{test} + \frac{1}{2} v_{test} - v'_{test}}$ 
26:
27:     $i \leftarrow i - 1$ 
28:  until  $v_{test} = v[i]$ 
29:
30:   $t_{original} \leftarrow t[index - 1]$ 
31:   $t_{new} \leftarrow t[i] + t_{test}$ 
32:   $\Delta_t \leftarrow t_{original} - t_{new}$ 
33:
34:  if  $\Delta_t < t_{delay}$  then
35:    if  $v_{start} = 0$  then
36:      return  $v_{max} \leftarrow 0, t_{wait} \leftarrow t_{delay} - \Delta_t$ 
37:    else
38:      return  $v_{max} \leftarrow v'_{test}, t_{wait} \leftarrow 0$ 
39:    end if
40:  end if
41: end for

```

---

$$t_{i-1w} = \begin{cases} \geq 0 & \text{für } v_{i-1} = 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.33)$$

Das neu entstandene Geschwindigkeitsprofil ist in  $p_i$  kollisionsfrei, jedoch können in den veränderten vorherigen Punkten  $\{p_{i-x}, \dots, p_{i-1}\}$  und nachfolgenden Punkten  $\{p_{i+1}, \dots, p_{i+y}\}$  neue Kollisionen entstehen. Daher wird im nächsten Schritt ein Verfahren zur Erreichung der Kollisionsfreiheit entwickelt, das die gesamte Trajektorie berücksichtigt.

### Iterative Anpassung des Geschwindigkeitsprofils auf der gesamten Trajektorie

Das Ziel des Verfahrens ist die Kollisionsfreiheit durch Erfüllung der zeitlichen Zwangsbedingungen in allen Planungspunkten  $\{p_0, \dots, p_n\}$ . Dazu werden folgende Schritte durchlaufen:

1. Setze  $p_i := p_0$ .
2. Bestimme die zeitlichen Zwangsbedingungen  $C_{p_i}$ , wie in Abschnitt 5.6 beschrieben.
3. Wenn keine Kollision in  $p_i$  gegeben ist, dann springe zu Schritt 6. Andernfalls erfülle die zeitlichen Zwangsbedingungen, wie in Abschnitt 5.6 beschrieben, durch Bestimmung einer kollisionsbedingten Maximalgeschwindigkeit und Wartezeit in  $p_{i-1}$ .
4. Lösche alle eventuell vorhandenen kollisionsbedingten Maximalgeschwindigkeiten und Wartezeiten in den nachfolgenden Punkten  $\{p_i, \dots, p_{n-1}\}$ .
5. Generiere ein neues Geschwindigkeitsprofil, das die Punkte  $\{p_{i-x}, \dots, p_{i+y}\}$  verändert. Setze  $p_i := p_{i-x}$ . Springe zu Schritt 3.
6. Setze  $p_i := p_{i+1}$  für  $i < n$  und springe zu Schritt 2. Wenn  $p_n$  erreicht ist, beende das Verfahren.

Dieses Verfahren kann als ereignisdiskrete Simulation aufgefasst werden, da die Planungspunkte  $\{p_0, \dots, p_n\}$ , an denen relevante Ereignisse stattfinden können, in der monoton steigenden zeitlichen Sequenz  $\{t_0, \dots, t_n\}$  durchlaufen werden. Der Bewegungsvorgang des Objekts wird so lange auf Basis des jeweils aktuellen Geschwindigkeitsprofils simuliert, bis ein Kollisionsereignis auftritt. In diesem Fall wird das Profil aktualisiert und ein sogenanntes *Roll-back*, ein Sprung auf einen früheren Zeitpunkt, durchgeführt. Dies ist nur deswegen möglich, weil die globale Umgebung zu keinem Zeitpunkt verändert wird, sondern ausschließlich die eigene Trajektorie. Die Simulation wird beendet, wenn ein Geschwindigkeitsprofil gefunden wurde, das ohne Kollisionsereignisse die zeitliche Sequenz  $\{t_0, \dots, t_n\}$  durchlaufen kann.

Aus algorithmischer Sicht ist zu klären, ob das Verfahren auf allen Eingaben terminiert und welche Worst Cases und Best Cases es bezüglich der Durchlaufzeit  $t_n$  und der algorithmischen Laufzeit gibt. Als Eingaben sind



**Algorithmus 7** Iterative Anpassung des Geschwindigkeitsprofils

**Eingabe:** Einzeln geplantes Geschwindigkeitsprofil  $p[]$ , Menge bereits existierender Geschwindigkeitsprofile  $\mathcal{T}$

**Ausgabe:** Kollisionsfreies Geschwindigkeitsprofil mit kollisionsbedingten Maximalgeschwindigkeiten und Wartezeiten ( $p[], v_{max}[], t_{wait}[]$ )

```

1:  $n \leftarrow |p[]|$ 
2:  $i \leftarrow 1$ 
3:
4: for  $j = 0$  to  $j < n$  do
5:    $v_{max}[j] \leftarrow \emptyset$ 
6:    $t_{wait}[j] \leftarrow \emptyset$ 
7:    $presences[j] \leftarrow \emptyset$ 
8: end for
9:
10: repeat
11:   if  $presences[i] = \emptyset$  then
12:      $presences[i] \leftarrow \text{computePresences}(\text{neighbourhood}(p[i], \mathcal{T}))$ 
13:   end if
14:
15:    $t_i \leftarrow \text{time}(p[i])$ 
16:    $t_{delay} \leftarrow \text{collisionDetection}(presences[i], t_i)$ 
17:
18:   if  $t_{delay} > 0$  then
19:      $v_{max}[i-1], t_{wait}[i-1], x \leftarrow \text{computeVelocityConstraints}(p[], i, t_{delay})$ 
20:
21:     for  $j = i$  to  $j < n$  do
22:        $v_{max}[j] \leftarrow \emptyset$ 
23:        $t_{wait}[j] \leftarrow \emptyset$ 
24:     end for
25:
26:      $p[] \leftarrow \text{computeVelocityProfile}(p[], v_{max}[], t_{wait}[], x)$ 
27:
28:      $i \leftarrow i - x$ 
29:   else
30:      $i \leftarrow i + 1$ 
31:   end if
32: until  $i = n$ 

```

die zu planende Trajektorie  $T$  sowie die globale Umgebung in Form der endlichen Menge an bereits existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  gegeben.

**Terminiertheit**

Das Verfahren ist genau dann terminierend, wenn nachgewiesen werden kann, dass für alle Eingaben ein Zustand erreicht wird, in dem in Schritt 3 keine Kollisionen mehr festgestellt werden und somit keine Endlosschleife entsteht. Dieser Nachweis wird über die Endlichkeit der Menge  $\mathcal{T}$  geführt. Wenn mit  $t_d$  die Durchlaufzeit einer Trajektorie aus  $\mathcal{T}$  definiert wird, dann muss es aufgrund der Endlichkeit der Menge einen Zeitpunkt  $t_{d_{max}}$  für  $\mathcal{T}$

geben, nach dem es keine Kollisionen mehr geben kann. Da das Verfahren über die zeitlichen Zwangsbedingungen alle Kollisionen von  $T$  für jeden Punkt  $p_i$  vermeidet, indem es in  $p_{i-1}$  wartet, ist es für alle Eingaben möglich den Zeitpunkt  $t_{d_{max}}$  in  $p_0$  abzuwarten und so einen Zustand zu erreichen, in dem keine Kollisionen mehr festgestellt werden. Voraussetzungen für die Terminiertheit sind also die vorab definierte Kollisionsfreiheit in  $p_0$ , die Endlichkeit von  $\mathcal{T}$  sowie die Forderung, dass die Trajektorien in  $\mathcal{T}$  nicht geändert werden dürfen.

#### *Best- und Worst-Case-Durchlaufzeit*

Wenn  $t_{d_{frei}}$  die zeitoptimale Durchlaufzeit von  $T$  mit  $\mathcal{T} = \emptyset$  ist, dann können mit  $t_{d_{best}}$  und  $t_{d_{worst}}$  die Best- und Worst-Case-Durchlaufzeiten folgendermaßen bestimmt werden:

$$t_{d_{best}} = t_{d_{frei}} \quad (5.34)$$

$$t_{d_{worst}} = t_{d_{max}} + t_{d_{frei}} \quad (5.35)$$

Die Aussagekraft dieser Betrachtung für die praktische Anwendung ist relativ begrenzt, da sie die Anzahl der Trajektorien in  $\mathcal{T}$ , die Größe des logistischen Raums und die Lage der Bahnkurven im Raum nicht berücksichtigt. Eine Veränderung der Lage der Bahnkurven im Raum liefert den Spielraum für die Entwicklung heuristischer Verfahren zur Verbesserung der Durchlaufzeit.

#### *Best- und Worst-Case-Laufzeit*

Die Laufzeit des Verfahrens ist ein wichtiger Faktor für die praktische Anwendbarkeit. Als Metrik wird hier die Laufzeit  $l_T$  gewählt, die sich aus den Laufzeiten für jede Operation  $o \in O$  zusammensetzt, die während des Verfahrens beim Besuch eines Planungspunkts durchgeführt werden. Die Funktion  $l : O \rightarrow \mathbb{R}^+$  gibt die spezifische Laufzeit für eine Operation zurück. Die Operationen aus  $O$  lassen sich in drei Klassen unterteilen:

- **Einmalige Operationen** Für alle Besuche sind in einer einmaligen Operation  $o_1$  die Nachbarschaft zu bestimmen und die Kollisionsintervalle zu erstellen.
- **Wiederholte Operationen** Für alle Besuche wird in der Operation  $o_2$  geprüft, ob eine Kollision vorliegt.
- **Zusätzliche Operationen für Besuche mit Kollision** Im Fall einer Kollision wird in der Operation  $o_3$  eine neue, kollisionsbedingte Zwangsbedingung wie in Abschnitt 5.6 beschrieben eingeführt. Dies kann eine binäre Suche nach der passenden reduzierten Höchstgeschwindigkeit

beinhalten. Anschließend wird in der Operation  $o_4$  ein neues Geschwindigkeitsprofil generiert.

Für eine effiziente Bestimmung der Nachbarschaft kann eine raumzeitliche Datenstruktur für  $\mathcal{T}$  verwendet werden (z. B. ein einfaches Grid oder ein Octree). Die Prüfung auf Kollision besteht aus einem einfachen Test, ob die Zwischenankunftszeit innerhalb eines oder mehrerer Kollisionsintervalle liegt.

Im Fall einer erkannten Kollision erhöht sich nicht nur die Berechnungszeit während des Besuchs erheblich (in Relation zu den Besuchen ohne Kollision), sondern es werden durch die Veränderung des Geschwindigkeitsprofils in  $\{p_{i-x}, \dots, p_{i+y}\}$  möglicherweise neue Kollisionen und damit neue Besuche erzeugt. Es müssen alle Punkte  $\{p_{i-x}, \dots, p_{i-1}\}$  erneut besucht und geprüft werden. Da die Anzahl an zusätzlichen Besuchen  $x$  durch den individuellen Verlauf des Geschwindigkeitsprofils variieren kann, wird hier in der Worst-Case-Betrachtung von einer mittleren Anzahl  $\bar{x}$  an zusätzlichen Besuchen ausgegangen.

Der Best Case ist ein Durchlauf des Verfahrens ohne Kollisionen, die Anzahl der Besuche ist bei einem Geschwindigkeitsprofil  $\{p_0, \dots, p_n\}$ :

$$l_{T_{best}} = (n - 2) (l(o_1) + l(o_2)) \quad (5.36)$$

Zusätzlich finden bei den Besuchen keine aufwändigen Operationen der dritten und vierten Klasse statt.

Für die Konstruktion eines Worst Case ist eine spezifische Lage der Bahnkurven im Raum notwendig, die zu zahlreichen Kollisionsereignissen führt. Ein mögliches Worst-Case-Szenario ist in Abbildung 5.11 skizziert. Gegeben ist die Trajektorie  $T'$  mit dem Geschwindigkeitsprofil  $\{p_0, \dots, p_n\}$  sowie eine Sequenz an existierenden Trajektorien  $\{T_0, \dots, T_m\} \in \mathcal{T}$ . Die Bahnkurven aller Trajektorien aus  $\mathcal{T}$  werden so gelegt, dass sie die Bahnkurve von  $T'$  in gegenläufiger Fahrtrichtung durchlaufen. In den Nachbarschaften der Planungspunktsequenz  $\{p_{n-1}, \dots, p_1\}$  entstehen so für jede Trajektorie  $T_j \in \mathcal{T}$  Kollisionsintervalle mit monoton steigenden Startzeitpunkten, die als Sequenz  $\{t_{j_{n-1}}, \dots, t_{j_1}\}$  dargestellt werden. Für  $T$  und  $T_0$  werden die Geschwindigkeitsprofile so eingestellt, dass die Zwischenankunftszeit  $t_{n-1}$  in  $p_{n-1}$  im Kollisionsintervall von  $T_0$  liegt. Daraufhin erstellt das Verfahren ein neues Geschwindigkeitsprofil für  $T'$ , sodass diese Kollision durch Fahrtzeitverzögerung vermieden wird. Durch die Lage der Bahnkurven entsteht die nächste Kollision in  $p_{n-2}$ , die als nächstes behoben wird. Dieser Ablauf muss für alle Punkte in  $\{p_{n-1}, \dots, p_1\}$  durchgeführt werden, bis alle Kollisionen zwischen  $T'$  und  $T_0$  aufgelöst sind. Analog werden die Geschwindigkeitsprofile von  $T_1$  bis  $T_m$  angelegt, sodass das Verfahren für alle Trajektorien in  $\mathcal{T}$  die maximal mögliche Anzahl an Operationen der dritten Klasse ausführen muss.

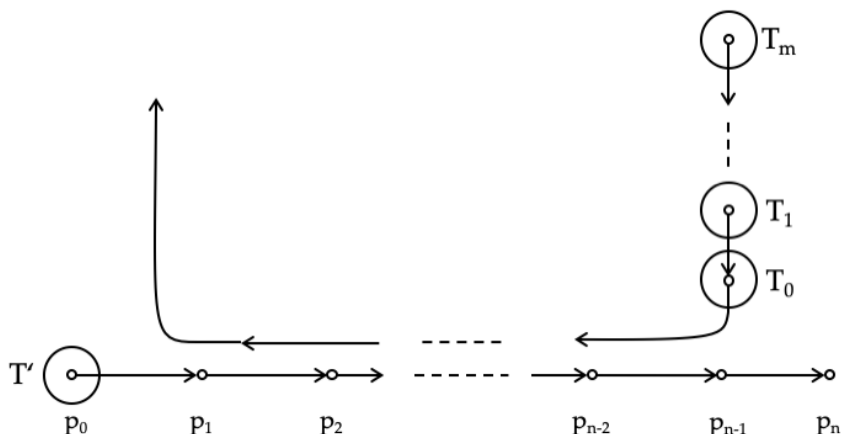


Abb. 5.11 Worst-Case-Szenario für die Laufzeit des Verfahrens

Somit kann die Laufzeit für das Worst-Case-Szenario folgendermaßen angegeben werden:

$$l_{T_{worst}} = l_{T_{best}} + (n - 2) m (l(o_2) + l(o_3) + l(o_4)) + (n - 2) m \bar{x} l(o_2) \quad (5.37)$$

Die Formel besteht aus der Best-Case-Laufzeit, der Laufzeit für die Kollisionsbehandlung sowie der Laufzeit für die durch neue Geschwindigkeitsprofile zusätzlich generierten Besuche. Die beiden letzteren Teile werden durch die spezifische Konstruktion des Worst-Case-Szenarios für jede Trajektorie aus  $\mathcal{T}$  für alle Planungspunkte erneut durchgeführt.

Betrachtet man die algorithmische Komplexität, dann kann die Laufzeit in O-Notation als  $\mathcal{O}(n m)$  dargestellt werden, sie wächst also nicht wesentlich schneller als eine lineare Funktion bezüglich der Eingabegrößen  $n$  (Anzahl Planungspunkte von  $T$ ) und  $m$  (Anzahl bereits existierender Trajektorien in  $\mathcal{T}$ ).

### Diskussion des iterativen Verfahrens

Die Best Cases und die Worst Cases für Durchlaufzeit und Laufzeit stehen in direkter Korrelation zueinander. Eine Trajektorie mit wenig Kollisionen hat eine kürzere Durchlaufzeit und wird schneller berechnet als eine Trajektorie mit vielen Kollisionen, die lange Wartezeiten hat. Dieser Umstand wird im folgenden Abschnitt für die Entwicklung eines verbesserten Verfahrens verwendet.

Das Worst-Case-Szenario lässt sich mit einer einspurigen Straße vergleichen, die keine Ausweichmöglichkeit bietet und in beide Richtungen befahr-

ren werden kann. Es handelt sich in gewisser Weise um einen degenerierten Fall, da es keine freie Verteilung der Bahnkurven im logistischen Raum gibt und sich im Grunde alles in einem eindimensionalen Raum abspielt. Es ist intuitiv zu erkennen, dass das in Abbildung 5.11 abgebildete Szenario durch ein einfaches Verschieben der gegenläufigen Bahnkurven leicht zu einem Best-Case-Szenario ohne jegliche Kollisionen verändert werden kann. Diese Beobachtung bildet die Grundlage für ein heuristisches Verfahren, das in den folgenden Abschnitten entwickelt wird.

### 5.6.1 Das Verfahren als Zustandsautomat

Das iterative Verfahren wird in diesem Abschnitt als Zustandsautomat betrachtet, der nicht direkt auf den Planungspunkten des Geschwindigkeitsprofils operiert, sondern als Eingabe ein Zeitintervall erfordert, das zu einer skalaren Ortsveränderung auf der Bahnkurve führt. Die Darstellung als Zustandsautomat hat mehrere Eigenschaften, die sich im weiteren Verlauf der Arbeit als vorteilhaft auf folgende Punkte auswirken:

- visuelles Verständnis der Kernelemente des Verfahrens
- Einführung einer Metrik für die Laufzeitbestimmung anhand der Anzahl der besuchten Zustände
- Weiterentwicklung zur Verbesserung der Laufzeit durch ganzheitliche Betrachtung kollidierender Trajektorien (im Gegensatz zu punktueller Betrachtung)
- Grundlage für die effiziente (pseudo-)parallele Berechnung mehrerer kollisionsfreier Trajektorien

In Abbildung 5.12 wird das im vorherigen Abschnitt entwickelte Verfahren als Zustandsautomat abgebildet. Dessen Struktur besteht aus den Zuständen  $s_0, s_1, s_2, s_3, s_e \in S$  der zu planenden Trajektorie  $T$ , der Menge an bereits existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  und dem aktuell betrachteten Zeitpunkt  $t$ . Aus der gegebenen Struktur können die aktuelle Position und die Nachbarschaft abgeleitet werden, sodass eine Prüfung auf Kollisionen möglich ist. Der Automat startet in Zustand  $s_0$  mit dem Startzeitpunkt der Trajektorie  $t = t_0$  am kollisionsfreien Startort. Das Weiterschalten des Automaten zwischen den Zuständen  $s_0, s_1, s_2, s_3$  und  $s_e$  wird durch ein parametrisiertes Triggerereignis ausgelöst, das eine Zeitspanne  $\Delta t$  als Eingabe akzeptiert, die den nächsten Zeitpunkt  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  bestimmt. Solange keine Kollision festgestellt wird, bleibt der Automat in Zustand  $s_1$ , bis das Ende der Trajektorie erreicht wird. Sollte eine Kollision eintreten, dann wird in Zustand  $s_2$  der Bremspunkt berechnet und gesetzt und anschließend das Geschwindigkeitsprofil von  $T$  in Zustand  $s_3$  neu berechnet sowie  $t$  zurückgesetzt. Die Zustandsübergänge  $s_2 \rightarrow s_3$  und  $s_3 \rightarrow s_1$  werden durch das Ende der jeweiligen Berechnung ausgelöst.

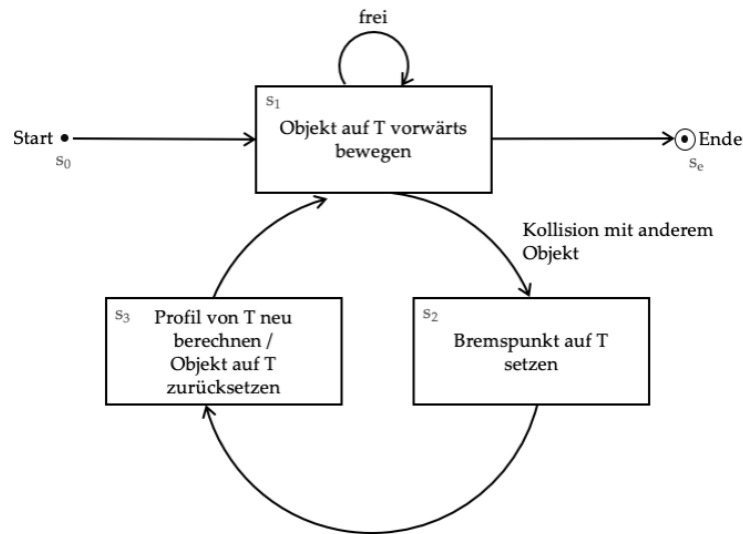
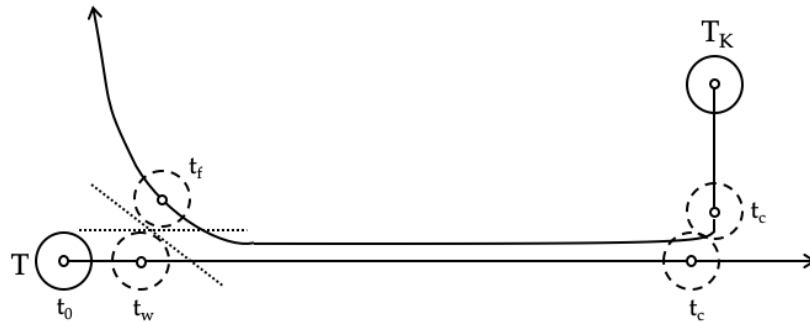


Abb. 5.12 Verfahren zur Kollisionsvermeidung als Zustandsautomat

Der obere Teil von Abbildung 5.12 veranschaulicht die Best Cases bezüglich Durchlaufzeit und algorithmischer Laufzeit des Verfahrens, wenn keine Kollisionen auftreten. Wenn der Automat den Endzustand  $s_e$  erreicht, dann gibt der Wert von  $t$  die Durchlaufzeit an. Bei einer Kollision wird eine Bremsung und Neuberechnung des Geschwindigkeitsprofils in den Zuständen  $s_2$  und  $s_3$  durchgeführt und  $t$  zurückgesetzt. Der Parameter  $\Delta t$  muss in Abhängigkeit von  $v_{max}$  so gewählt werden, dass jede Kollision detektiert wird. Dies bedeutet bei hohen Geschwindigkeiten eine entsprechend feine notwendige Abtastrate.

Zur Erstellung einer Metrik für die algorithmische Laufzeit des Zustandsautomaten werden die Zustände auf die Operationen aus Abschnitt 5.6 abgebildet. Die Funktion  $o : S \rightarrow O$  gibt die zugeordnete Operation für einen Zustand zurück. Über die Funktion  $l : O \rightarrow \mathbb{R}^+$  kann die spezifische Laufzeit für eine Operation bestimmt werden. Eine Zählung der besuchten Zustände ergibt die Gesamtlaufzeit. Dabei werden die folgenden Abbildungen definiert:  $s_0 \mapsto o_1$ ,  $s_1 \mapsto o_2$ ,  $s_2 \mapsto o_3$  und  $s_3 \mapsto o_4$ .

Betrachtet man das angepasste Worst-Case-Szenario in Abbildung 5.13, dann wird eine zuerst in  $t_c$  festgestellte Kollision so lange zu neuen Bremspunkten führen bis der Zeitpunkt  $t_w$  erreicht wird. Je kleiner  $\Delta t$  gewählt wurde, desto häufiger müssen die Zustände  $s_2$  und  $s_3$  unnötigerweise besucht und damit die teuren Operationen  $o_3$  (Bremspunkt berechnen) und  $o_4$  (Geschwindigkeitsprofil neu berechnen) durchgeführt werden.



**Abb. 5.13** Szenario zur Veranschaulichung der Weiterentwicklung des Verfahrens zur Kollisionsvermeidung

Zur Vermeidung der unnötigen Neuberechnung wird der Zustandsautomat um zwei Zustände erweitert, die dazu dienen, den gesamten Kollisionsbereich der zwei Trajektorien zu bestimmen, bevor der Bremspunkt gesetzt wird. Die neue Struktur des Automaten besteht aus den Zuständen  $s'_0, s'_1, s'_2, s'_3, s'_4, s'_5, s'_6 \in S'$ , der zu planenden Trajektorie  $T$ , der Menge an bereits existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  und dem aktuell betrachteten Zeitpunkt  $t$  des Bewegungsobjekts und dem betrachteten Zeitpunkt  $t^{col}$  des Kollisionsobjekts.

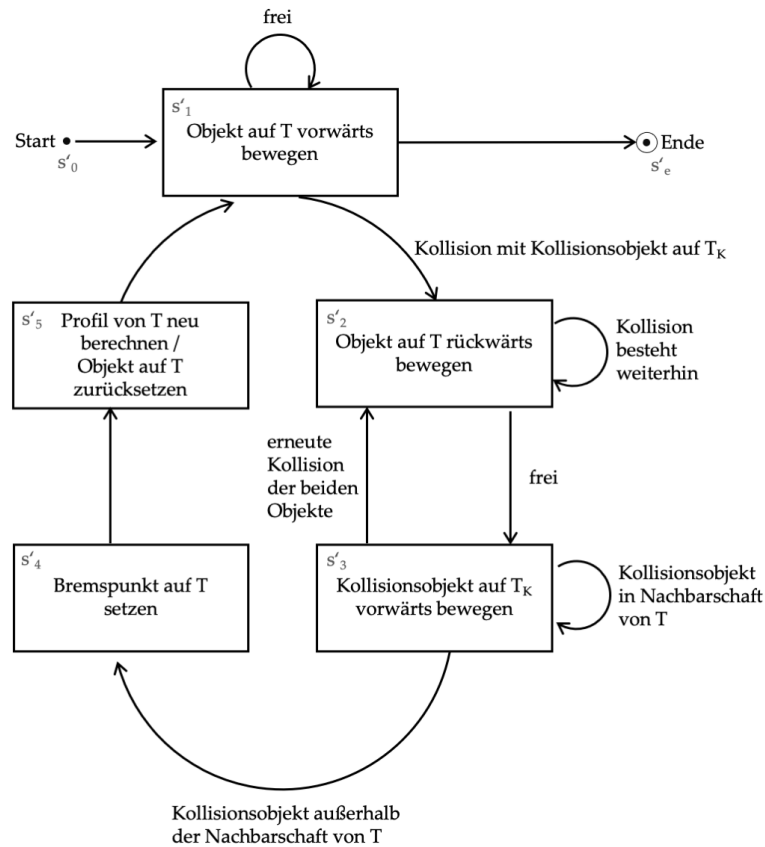
Abbildung 5.14 zeigt den neuen Zustandsautomaten, der im kollisionsfreien Fall unverändert bleibt. Im Fall einer Kollision ist  $t = t_c$  und die kollidierende Trajektorie wird mit  $t_0^{col} := t_c$  initialisiert. Anschließend wird der Zustand  $s'_2$  so lange besucht und dabei die Bewegung über  $t_{n+1} = t_n - \Delta_t$  schrittweise rückgängig gemacht, bis eine kollisionsfreie Position auf der Bahnkurve gefunden wird. Daraufhin geht der Automat in den Zustand  $s'_3$  über, der die Vorwärtsbewegung des Kollisionsobjekts auf seiner eigenen Trajektorie  $T_K$  mit  $t_{n+1}^{col} = t_n^{col} + \Delta_t$  so lange simuliert, bis eine erneute Kollision auftritt oder die Nachbarschaft von  $T$  verlassen wird.

Das Wechselspiel zwischen den Zuständen  $s'_2$  und  $s'_3$  führt zur Verdrängung des Betrachtungsobjekts entlang der Bahnkurve  $T$ , bis eine in Bezug auf  $T_K$  dauerhaft kollisionsfreie Position erreicht wird, die durch den Zeitpunkt  $t_w$  gekennzeichnet ist. Der Zeitpunkt  $t_f$  kennzeichnet den Ort auf der Kollisionstrajektorie  $T_K$ , an dem die Nachbarschaft von  $T$  verlassen wird.

Die zwei neu eingefügten Zustände bilden in Bezug auf die Laufzeit folgenden Operationen ab:  $s'_2 \mapsto o_2$  und  $s'_3 \mapsto o_2$ . Damit müssen die aufwändigen Operation  $o_3$  und  $o_4$  für jeden zusammenhängenden Konfliktbereich nur ein einziges Mal durchgeführt werden.

Die Wartezeit  $\Delta_{t_w}$  am Bremspunkt, der durch den Zeitpunkt  $t_w$  gekennzeichnet ist, kann durch  $\Delta_{t_w} = t_f - t_c$  bestimmt werden. Dieser wird in Zustand  $s'_4$  gesetzt und anschließend wird in  $s'_5$  ein neues Geschwindigkeits-

profil erstellt, das zum Zeitpunkt  $t_w$  so lange die Bewegung verzögert, bis das Kollisionsobjekt auf  $T_K$  den gemeinsamen Konfliktbereich verlassen hat.



**Abb. 5.14** Zustandsautomat für das weiterentwickelte Verfahren zur Kollisionsvermeidung

Die Modellierung des Verfahrens als Zustandsautomat erlaubt eine schrittweise Ausführung über die parametrisierte Triggerfunktion  $adv'$ . Über diese Funktion werden die Zustandsübergänge von  $s'_0$  bis  $s'_4$  ausgelöst sowie der Übergang von  $s'_1$  zum Endzustand  $s'_e$ . Die beiden Übergänge von  $s'_4$  zu  $s'_5$  und von  $s'_5$  zu  $s'_1$  werden automatisch durch das Ende der jeweiligen Operationen ausgeführt. Ein Nachweis über die Terminiertheit des Zustandsautomaten, also die Garantie, dass bei jeder Eingabe nach einer endlichen Folge von Triggerereignissen der Zustand  $s'_e$  erreicht wird, kann analog zur Argumentation in Abschnitt 5.6 erfolgen. Über diese Architektur lassen sich mehrere Trajektorien schrittweise pseudoparallel zur Kollisionsfreiheit transformieren, was im folgenden Abschnitt verwendet wird.



### 5.6.2 Heuristische Verbesserung

Wie die konstruierten Worst-Case-Szenarien in Abbildung 5.11 und Abbildung 5.13 veranschaulichen, bedarf es in vielen Konfliktfällen einer Verschiebung der Bahnkurven im logistischen Raum, damit eine kollisionsfreie Bewegung möglich wird. Aus dieser Betrachtung heraus soll die heuristische Annahme getroffen werden, dass durch kollisionsfreie Berechnung einer Mehrzahl von homotopen Trajektorien in vielen Fällen eine Trajektorie gefunden werden kann, die wenige oder gar keine Konflikte erzeugt.

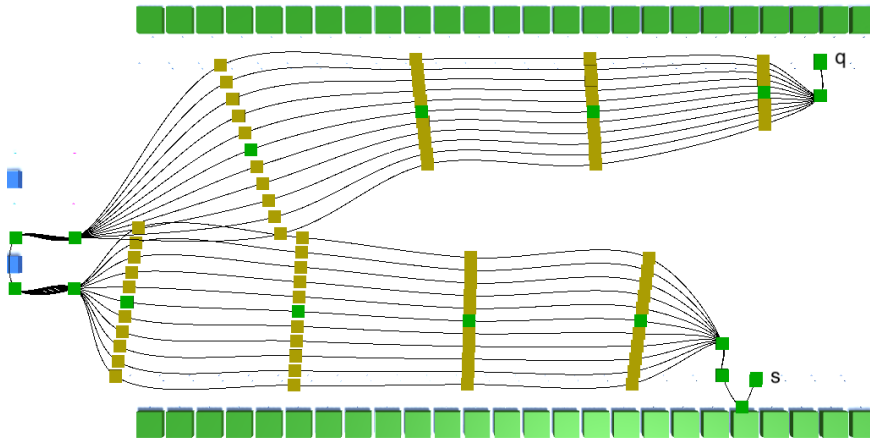


Abb. 5.15 Trajektorien auf der Basis homotoper Bahnkurven zwischen  $q$  und  $s$  (Screenshot des entwickelten Simulationswerkzeugs)

Abbildung 5.15 zeigt homotope Bahnkurven im freien logistischen Raum, die Quelle  $q$  mit Senke  $s$  verbinden. Die Bahnkurven orientieren sich an der optimalen Bahnkurve mit der kürzesten Durchlaufzeit für ein einzelnes Objekt. Ziel ist die Suche nach einer Lösungstrajektorie mit wenigen Konflikten, die nur geringe Abweichungen von der optimalen Bahnkurve hat.

Algorithmus 8 zeigt den Pseudocode für die Berechnung der Trajektorie mit der kürzesten Durchlaufzeit. Er erwartet als Eingabe eine Liste von Kandidatentrajektorien  $\mathcal{K}$ , die gegen die Menge der existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$  getestet werden. Zusätzlich wird mit  $\Delta t$  der Zeitraum angegeben, der den inkrementellen Fortschritt der Zustandsautomatensimulation bestimmt und der von der Maximalgeschwindigkeit der bewegten Objekte abhängt. Die Ausgabe ist diejenige kollisionsfreie Trajektorie, deren Geschwindigkeitsprofil die kürzeste Durchlaufzeit aller Kandidaten hat. Bei mehreren gleichwertigen Lösungen wird die zuerst gefundene ausgegeben.

In den Zeilen 1 bis 5 wird für jeden Kandidaten ein Zustandsautomat initialisiert. Anschließend werden in einer Endlosschleife alle Zustandsautomaten über die Funktion  $adv'$  mit dem Zeitraum  $\Delta t$  weitergeschaltet (siehe Zeile 9). Wenn ein Zustandsautomat den Endzustand  $s'_e$  erreicht, wird der Algo-

**Algorithmus 8** Berechnung der Trajektorie mit der kürzesten Durchlaufzeit

**Eingabe:** Liste der Kandidatentrajektorien  $\mathcal{K}$ , Menge der existierenden Trajektorien  $\mathcal{T}$ , Schrittweite der Simulation  $\Delta t$

**Ausgabe:** Zeitoptimale, kollisionsfreie Trajektorie  $T_{result}$

```

1: for  $i = 0$  to  $i < |\mathcal{K}|$  do
2:    $state_i \leftarrow s'_0$ 
3:    $time_i \leftarrow 0$ 
4:    $coltime_i \leftarrow 0$ 
5: end for
6:
7: loop
8:   for  $i = 0$  to  $i < |\mathcal{K}|$  do
9:      $\mathcal{K}_i, state_i, time_i, coltime_i \leftarrow adv'(\Delta t, \mathcal{K}_i, \mathcal{T}, state_i, time_i, coltime_i)$ 
10:    if  $state_i = s'_e$  then
11:       $T_{result} \leftarrow \mathcal{K}_i$ 
12:      return  $T_{result}$ 
13:    end if
14:  end for
15: end loop

```

rithmus mit der gefundenen kollisionsfreien Trajektorie als Rückgabewert beendet. Die Terminiertheit jedes einzelnen Zustandsautomaten garantiert, dass in endlicher Zeit ein Automat den Endzustand  $s'_e$  erreicht und somit die Endlosschleife verlassen wird. Damit ist die Terminiertheit von Algorithmus 8 gegeben.

Durch das sequenzielle, schrittweise Weiterschalten mehrerer Zustandsautomaten wird ein Round Robin Scheduling umgesetzt. Jeder Zustandsautomat erhält die begrenzte Zeitscheibe  $\Delta_i$ , für deren Simulation er die Berechnungen durchführt. Dies führt dazu, dass die Berechnung für die Kandidatentrajektorie mit der kürzesten Durchlaufzeit zuerst fertiggestellt wird und alle anderen Berechnungen abgebrochen werden können.

Der Erfolg der Heuristik hängt wesentlich von der Generierung der Kandidatentrajektorien ab. Je mehr Kandidaten berücksichtigt werden, desto wahrscheinlicher ist das Auffinden einer Trajektorie mit wenigen Kollisionen. Mit einer steigenden Anzahl erhöht sich jedoch der Berechnungsaufwand innerhalb eines Durchlaufs der Endlosschleife.

## Kapitel 6

# Evaluation

**Zusammenfassung** Das sechste Kapitel widmet sich der empirischen und simulativen Evaluation des entwickelten Verfahrens. Zunächst wird die Architektur der physischen Testbedumgebung beschrieben, die eine Evaluation nach dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings ermöglicht und die Schnittstelle zwischen Empirie und Simulation bildet. Anschließend werden die kinodynamischen Grenzwerte eines einzelnen realen Roboters, des Loadrunners, bestimmt. Die nachfolgenden Abschnitte befassen sich mit einer Simulationsstudie, mit der die Leistung eines Loadrunner-Systems bei der Sortierung von Paketen untersucht wird. Es zeigt sich, dass ein solches System die Leistung eines klassischen Sortiersystems mit Stetigfördertechnik deutlich übertreffen kann. Das Kapitel schließt mit einer kritischen Reflexion der in der Einleitung aufgestellten Hypothesen.

Die Evaluation des entwickelten Verfahrens zur Bewegungsplanung gliedert sich in einen empirischen und einen simulativen Teil. Im empirischen Teil werden die kinodynamischen Grenzwerte eines einzelnen realen Roboters untersucht, der auf Basis der splinebasierten Bewegungsplanung gesteuert wird. Das Ziel ist die Bestimmung einer maximalen Beschleunigung, mit der für beliebige Trajektorien die dazugehörigen Geschwindigkeitsprofile so berechnet werden, dass der Roboter sie physisch befahren kann.

Kernelement der empirischen Phase ist ein Testbed für die Entwicklung Cyberphysischer Zwillinge. Es besteht aus einer freien Versuchsfläche, die den idealen logistischen Raum darstellt, einem System zur kontinuierlichen Beobachtung aller Objekte und einem Simulations- und Steuerungsprogramm zur virtuellen Abbildung des Verhaltens des physischen Roboters. Sowohl Simulationsprogramm als auch Roboter verwenden das gleiche Verfahren zur Bewegungsplanung, sodass eine simulierte Bewegung anhand der kontinuierlichen Beobachtungen validiert werden kann. Dazu werden die Beobachtungsereignisse laufend an die Simulation übertragen.

Das Ziel der simulativen Evaluationsphase ist die Bestimmung der Leistung einer großen Zahl von Transportrobotern in einem logistischen Anwendungsszenario. Dazu wird das Simulationsprogramm des Testbeds verwendet, sodass die individuellen Bewegungen der simulierten Roboter dem validierten Verhalten des realen Roboters gleichen. Die validierte Grenzbeschleunigung aus der empirischen Phase sichert die Bewegungsplanung der simulativen Phase auch für eine größere Anzahl an simulierten Robotern, da der Grundcharakter der Trajektorienplanung unverändert bleibt.

## 6.1 Testbed für die Entwicklung Cyberphysischer Zwillinge

Als Testbed für die empirische Evaluation dient das *Innovationslabor Hybride Dienstleistungen in der Logistik*, das vom Lehrstuhl für Förder- und Lagerwesen FLW der Technischen Universität Dortmund gemeinsam mit dem Fraunhofer-Institut für Materialfluss und Logistik IML betrieben wird. Seine Multisensor-Referenzumgebung ermöglicht den physischen Nachbau logistischer Szenarien [Zei+17]. Innerhalb des Labors wird eine Fläche von  $22\text{ m} \times 15\text{ m} \times 4\text{ m}$  durch ein Motion-Capturing-System (MoCap-System) beobachtet.

Das Labor befindet sich in einer Leichtbauhalle, die baugleich mit herkömmlichen Industriegebäuden im Logistikbereich ist, und folgt dem Grundkonzept einer hochflexiblen Entwicklungsumgebung, deren Versuchsfläche frei von fest installierten Gewerken bleibt. Diese Versuchsfläche wird während der empirischen Evaluation als physisches Abbild des idealen logistischen Raums verwendet.

Die Halle ist mit mehreren Beobachtungssystemen ausgestattet, die an der Decke, an den Wänden und im Boden installiert sind. Im Rahmen der empirischen Evaluation wird ausschließlich das MoCap-System verwendet. Es besteht aus 50 Infrarotkameras des Herstellers Vicon und kann eine große Zahl von retroreflektiv markierten Objekten verfolgen. Es liefert Lokalisierungsdaten mit einer Genauigkeit von 0,3mm und arbeitet mit einer Datenübertragungsrate von bis zu 300Hz. Die Lokalisierungsdaten sind über das Netzwerk für mehrere Empfänger gleichzeitig zugänglich und liefern die Position und Rotation der markierten Objekte im dreidimensionalen Raum. Neben einfachen physischen Objekten stehen mehrere Marker-Anzüge zur Personenortung zur Verfügung, deren Daten als komplexe, digitale Skelettmodelle bereitgestellt werden.

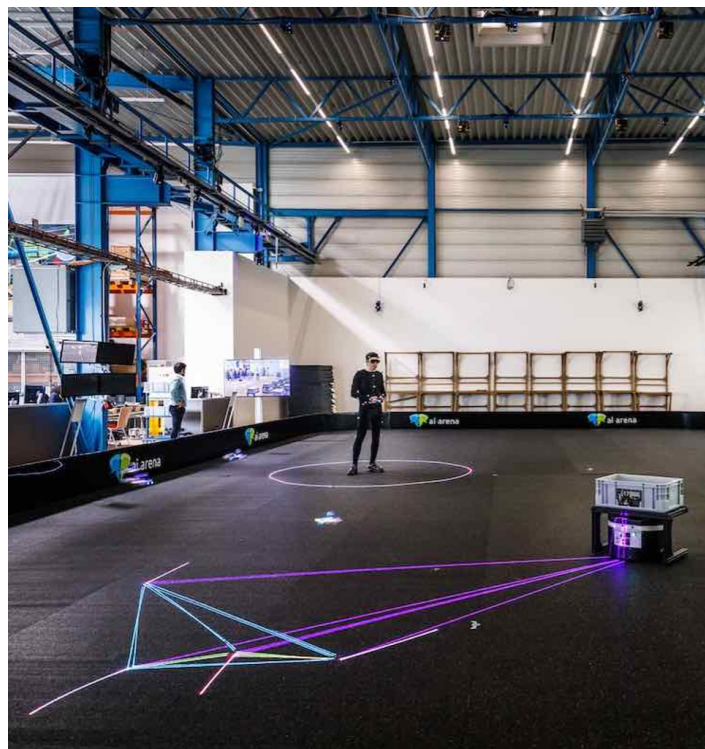


Abb. 6.1 Gesamtansicht des Testbeds während des Betriebs<sup>3</sup>

Abbildung 6.1 zeigt eine exemplarische Nutzung des Testbeds. Die Person, der Roboter und der Behälter werden vom MoCap-System beobachtet. Acht Laserprojektoren decken den Versuchsraum ab und können farbige Vektorgrafiken auf den Boden projizieren. Im Vordergrund projiziert das Lasersys-

<sup>3</sup> Quelle: ©Fraunhofer-Institut für Materialfluss und Logistik / Michael Neuhaus

tem eine visuelle Darstellung der aktuellen internen Datenstrukturen der Robotersteuerung.

### Architektur der Entwicklungsumgebung

Die Architektur der Entwicklungsumgebung basiert auf dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings. Abbildung 6.2 zeigt schematisch das Zusammenspiel der Infrastruktur. Alle markierten Objekte, die sich auf der Versuchsfläche befinden, werden über ein MoCap-System lokalisiert und über eine Netzwerkverbindung in die Simulationsumgebung übertragen und dort abgebildet. Neben der Abbildung physischer Objekte kann die Simulation beliebig viele rein virtuelle Objekte enthalten, die (noch) keine Repräsentation im physischen Raum besitzen.

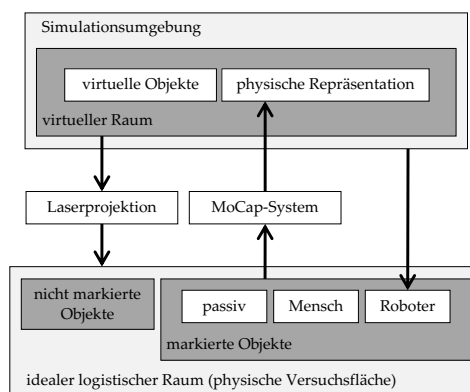


Abb. 6.2 Architektur der Entwicklungsumgebung des Testbeds

Zu Beginn der Entwicklung befindet sich die gesamte übergeordnete Steuerungslogik zentral in der Simulationsumgebung, die einfache Bewegungsanweisungen an die Robotersysteme sendet und resultierende Objektbewegungen über die MoCap-Verbindung erhält. Virtuelle Objekte, die keine physische Repräsentation haben, werden über das Laserprojektionssystem auf dem Hallenboden gespiegelt. Wenn keine physischen Objekte gesteuert werden, dann können die virtuellen Roboter- und Objektbewegungen zeitlich beschleunigt simuliert werden.

In späteren Entwicklungsphasen wird die übergeordnete Steuerungslogik schrittweise dezentralisiert und von der Simulationsumgebung auf die physischen Roboter übertragen. Dies geschieht manuell durch Neuimplementierung in der Programmiersprache des Zielsystems. Als Beispiel verwendet das aktuelle System C# in der Simulation sowie Python und C++ innerhalb einer Robotersteuerung.

## 6.2 Empirische Evaluation

Für die empirische Evaluation wird ein Transportroboter verwendet, der gemeinsam von Forschern des Lehrstuhls FLW und des Fraunhofer IML entwickelt wurde. Die Feldversuche im Testbed weisen nach, dass mit dem sogenannten *Loadrunner* ein Roboter existiert, der die geplanten Trajektorien und Geschwindigkeitsprofile des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens sicher fahren kann.

### Beschreibung des Loadrunners

Der Loadrunner ist ein Transportroboter, der als Hardwareplattform in verschiedenen Konfigurationen für unterschiedliche logistische Anwendungen konzipiert ist. Ein Ziel bei der Entwicklung des Roboters waren Geschwindigkeit und Beschleunigung, die deutlich höher als bei existierenden Robotern oder Fahrerlosen Transportfahrzeugen in der Logistik sind. Ein weiteres Ziel war die Unterstützung von Verfahren zur Bewegungsplanung für eine große Anzahl von Robotern. Dies soll durch einen möglichst hohen Grad an Manövrierfähigkeit gewährleistet werden. Dazu wurde der Loadrunner als holonomischer Roboter entworfen. Er kann sich daher omnidirektional bewegen und seine Rotation ist unabhängig von der Fahrtrichtung. Dies wird durch Einsatz von *Allseitenrollen* erreicht, in diesem Fall sogenannte *Omniwheels*.

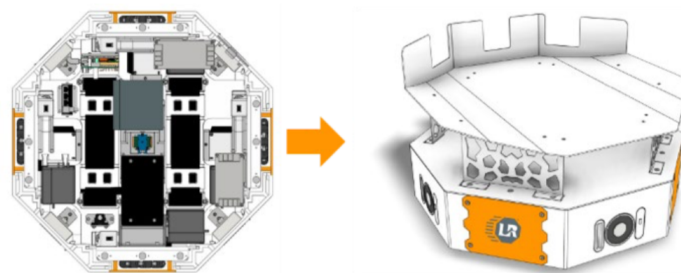


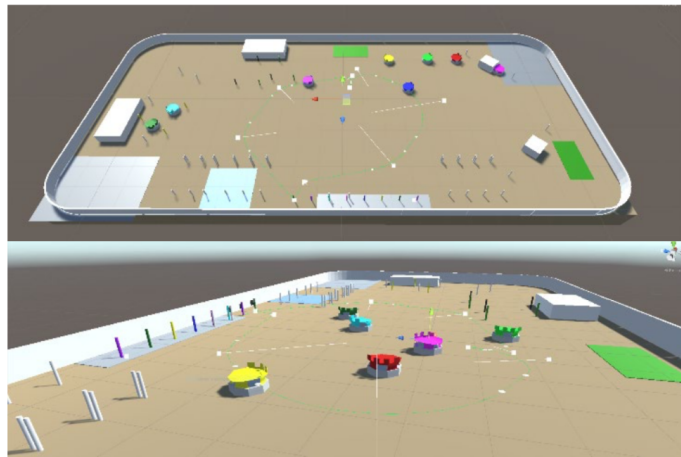
Abb. 6.3 Designstudie des Loadrunners<sup>4</sup>

Abbildung 6.3 zeigt Unter- und Oberseite des Loadrunners in seiner Konfiguration als Transportroboter für Pakete. Mit vier Direktantrieben über getriebelose Asynchronmotoren und einer Leistung von jeweils 3,6 kW können theoretisch Geschwindigkeiten von über 30 m/s erreicht werden. Bei einer Höhe von 14 cm und einem Durchmesser von 55 cm hat die Plattform eine Nutzlast von 30 kg. Dies ermöglicht zahlreiche Anwendungen im Bereich der Intralogistik. Je nach Einsatzszenario kann die Plattform mit unterschiedlichen Lastaufnahmemitteln ausgestattet werden.

<sup>4</sup> Quelle: ©Fraunhofer-Institut für Materialfluss und Logistik

### Parallele Entwicklung und Evaluation

Die Entwicklung des Loadrunners erfolgte nach dem Konzept des Cyber-physischen Zwillings. Dementsprechend wurde die Simulationsumgebung des Testbeds parallel zum physischen Roboter entwickelt. Abbildung 6.4 zeigt die virtuelle Abbildung der Versuchsfläche mit 3D-Modellen mehrerer Loadrunner. Das in dieser Arbeit beschriebene Verfahren zur splinebasierten Trajektorienplanung mit Geschwindigkeitsprofil wurde für die Simulationsumgebung und den Loadrunner gleichzeitig programmiert. Über die Datenanbindung des MoCap-Systems können die berechneten Trajektorien mit dem tatsächlichen Fahrverhalten abgeglichen werden.



**Abb. 6.4** Simulationsumgebung für die Entwicklung und Evaluation des Loadrunners

Über einen iterativen Entwicklungsprozess wurde das Verhalten der Simulation und des physischen Roboters soweit angeglichen, bis eine praxistaugliche Übereinstimmung erreicht wurde.

Über eine Benutzeroberfläche kann eine manuelle Bewegungsplanung durchgeführt werden, bei der die Kontrollpunkte der Splines einzeln gesetzt und verändert sowie erlaubte Beschleunigungen und Höchstgeschwindigkeiten für das Geschwindigkeitsprofil vorgegeben werden. Diese manuellen Trajektorien werden an die Loadrunner übertragen, die versuchen, die so geplante Bewegung durchzuführen.

Für die empirische Evaluation wurde die Bewegungsplanung für ein Paketsortierszenario auf der Versuchsfläche mit acht Loadrunnern manuell in der Simulation durchgeführt. Dabei wurde schrittweise die maximale Beschleunigung und Geschwindigkeit so weit erhöht, bis die kinodynamischen Grenzwerte des Loadrunners erreicht wurden.



### Ergebnisse

Die empirische Untersuchung ergibt, dass der Loadrunner jegliche splinebasierte Bahnkurve mit einem Geschwindigkeitsprofil der Bewegungsplanung unter folgenden kinodynamischen Zwangsbedingungen mit einer sehr geringen Abweichung befahren kann:

- **Beschleunigung**

Der Loadrunner kann sicher alle Bahnkurven mit Geschwindigkeitsprofil fahren, die mit einer maximalen Beschleunigung von  $4\text{m/s}^2$  berechnet werden. Es ist aus den praktischen Versuchen plausibel, dass eine Beschleunigung von  $5\text{m/s}^2$  durch technische Verbesserungen erreicht werden kann.

- **Geschwindigkeit**

Aufgrund der beschränkten Ausmaße des Testbeds konnte eine Höchstgeschwindigkeit von  $12\text{m/s}$  in der Praxis getestet werden. Höheren Geschwindigkeiten steht prinzipiell nichts entgegen, bis auf eine mechanisch bedingte Grenzgeschwindigkeit des Loadrunners selbst und die Fähigkeit zur Lokalisierung bei hohen Geschwindigkeiten. Aus den praktischen Versuchen erscheint eine Geschwindigkeit von  $25\text{m/s}$  plausibel erreichbar, wenn genug Platz vorhanden ist.

Mit der empirischen Untersuchung können die kinodynamischen Zwangsbedingungen als Grundlage für eine Simulationsstudie verwendet werden, die eine Leistungsbestimmung für Systeme mit einer großen Anzahl an Loadrunnern ermöglicht.

## 6.3 Simulationsstudie

Mit der Simulationsstudie soll die Hypothese H5 belegt werden, nach der ein Hochleistungssortiersystem mit klassischer Stetigfördertechnik durch einen Schwarm hochdynamischer Transportroboter ersetzt werden kann (vgl. Abschnitt 1.3). Dazu wird als Szenario ein Paketsortiersystem mit Loop-Struktur verwendet, für das eine klassische Leistungsberechnung existiert (vgl. Abschnitt 2.1). Es wird anschließend ein Simulationsmodell eingeführt, das die gleichen Ein- und Ausgangspunkte für Pakete wie das herkömmliche Sortiersystem besitzt, jedoch anstelle der Stetigfördertechnik einen Schwarm von Loadrunner-Fahrzeugen zum Transport einsetzt. Zur Bewegungsplanung wird der Algorithmus aus Kapitel 5 verwendet.

Die zu beantwortende Fragestellung ist, ob durch die Simulation der Loadrunnerbewegungen eine vergleichbare Leistung in Anzahl Paketen pro Stunde wie bei einem herkömmlichen Hochleistungssortiersystem nachgewiesen werden kann. Wenn dies der Fall ist, dann ist eine zweite Fragestellung, mit welcher Anzahl an Loadrunner-Fahrzeugen die gleiche Leistung

erreicht wird und bei welcher Anzahl an Fahrzeugen eine Grenzleistung erreicht wird.

### Szenario Hochleistungssorter im Paketzentrum

Als Szenario für die Simulationsstudie wird auf die Arbeit von Kai Semrau zur analytischen Leistungsermittlung von Stückgutsortiersystemen zurückgegriffen (vgl. [Sem15]). Seine analytischen Berechnungsmethoden wurden durch eine Simulation validiert, bei der ein Sorter mit Loopstruktur verwendet und die Plausibilität der Formeln anhand der Simulationsergebnisse nachgewiesen wird (vgl. [Sem15] S. 99ff). Dieses Modell wird genutzt, um die Leistungsfähigkeit der Bewegungsplanung des Loadrunners mit einem herkömmlichen Sorter zu vergleichen. Durch die Verwendung der validierten analytischen Berechnungsmethoden von Semrau ist eine erneute Simulation des herkömmlichen Systems nicht erforderlich.

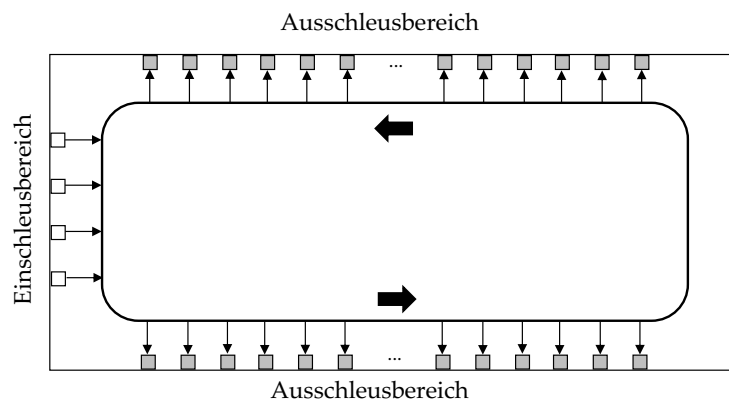


Abb. 6.5 Loop-Sorter mit einem Einschleusbereich

Abbildung 6.5 zeigt das Schema eines Loop-Sorters mit einem Einschleusbereich und einem Ausschleusbereich, dessen Endstellen sich auf die zwei Längsseiten der Fläche verteilen. Der Verteilförderer verbindet die Bereiche und bildet den Kern des Sortiersystems.

### Leistungsbestimmung eines stetigen Verteilförderers

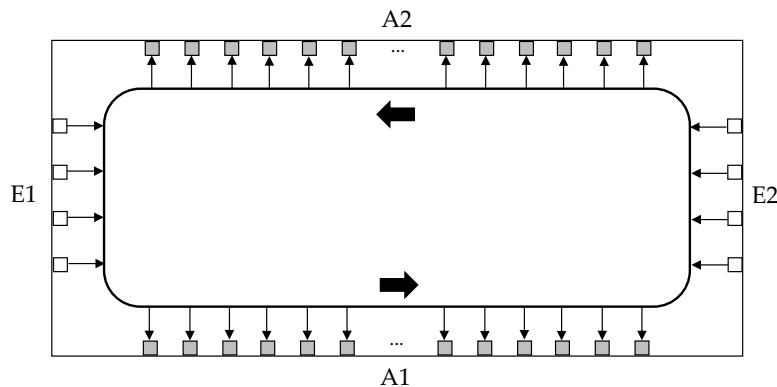
Die Berechnung der Nennleistung eines stetigen Verteilförderers erfolgt nach Semrau (vgl. [Sem15] S. 15, Formel 2.1). Er verwendet typische in der Realität vorkommende Parameter für die Geschwindigkeit und die Aufteilung des Traggmittels. So ergibt sich folgende Nennleistung:

$$P_{Nenn} = c \cdot \frac{v_v}{e} = 1 \cdot \frac{2 \text{ m/s}}{0,8 \text{ m}} = 9000 \text{ Stk./h} \quad (6.1)$$

Bemerkenswert ist, dass die Nennleistung des Verteilförderers ausschließlich von seiner Geschwindigkeit  $v_v$ , der Teilung  $e$  und der Anzahl paralleler Tragmittel  $c$  abhängig ist. Die Größe der Fläche und die Anzahl an Ausschleusungen haben keinen Einfluss auf die Leistung. Wenn die Leistung der Einschleusungen gewährleistet, dass zu jeder Zeit alle Plätze auf dem Verteilförderer belegt werden, dann entspricht die Gesamtleistung der Nennleistung mit

$$P_{ges} = P_{Nenn}. \quad (6.2)$$

Da alle Pakete während eines Umlaufs an den Endstellen abgegeben werden, sind die Plätze auf dem Verteilförderer vollständig frei, wenn sie wieder am Einschleusbereich eintreffen. Solange die Einschleustechnik in der Lage ist, ein Paket sicher auf einen freien Platz zu bewegen, gibt es keine Konfliktsituationen im Sinne einer Bewegungssteuerung.



**Abb. 6.6** Loop-Sorter mit zwei Einschleusbereichen (E1, E2) und zwei Ausschleusbereichen (A1, A2)

Dies ändert sich, wenn mehrere abwechselnde Ein- und Ausschleusbereiche eingeführt werden, wie Abbildung 6.6 am Beispiel von zwei Einschleusbereichen zeigt. In diesem Fall entstehen Konfliktsituationen immer dann, wenn ein Paket an einem anderen Einschleusbereich vorbeifährt, um sein Ziel zu erreichen. Der Platz ist belegt und kann zu diesem Zeitpunkt nicht von der betroffenen Einschleusung genutzt werden. Dies führt zu einer Leistungsminderung in Bezug auf die dortige Einschleusleistung.

Die Gesamtleistung eines Loop-Sorters mit zwei Einschleusungen wird von der Anzahl an Paketen beeinflusst, die ein Blockieren von Plätzen an der nächsten Einschleusung verursachen, an der sie auf dem Weg zum Ziel vorbeifahren müssen. Die Parameter  $p_{12}$  und  $p_{21}$  bezeichnen den jeweiligen Anteil an Paketen, deren Quelle-Senke-Relation einen solchen blockierenden Weg vorgibt. Dabei folgt die Benennung der Parameter dem Muster  $p_{EA}$  mit

$E$  als Nummer des Einschleusbereichs und  $A$  als Nummer des Ausschleusbereichs. Bei einer Gleichverteilung auf die Endstellen gilt  $p_{12} = p_{21} = 0,5$ . Auf dieser Basis kann die Gesamtleistung für das erweiterte Szenario wie folgt bestimmt werden (vgl. [Sem15] S. 37, Formel 3.18):

$$P_{ges} = P_{Nenn} \cdot \frac{2 - p_{12} - p_{21}}{1 - p_{12} \cdot p_{21}} = 9000 \cdot \frac{2 - 0,5 - 0,5}{1 - 0,5 \cdot 0,5} = 12000 \text{ Stk./h} \quad (6.3)$$

Eine Verdoppelung der Einschleusbereiche führt also nicht zu einer Verdoppelung der Gesamtleistung. Die Erhöhung der Leistung beschränkt sich auf die Pakete, die an einem Einschleusbereich erfolgreich einen freien Platz bekommen und vor dem nächsten Einschleusbereich den Verteilförderer wieder verlassen. Bei einer Gleichverteilung der Ziele ergibt sich ein Leistungszuwachs von 30 Prozent.

Die Einfachheit der analytischen Berechnungsmethode für den Verteilförderer wird durch die Reduktion der Dimensionalität des Raums erreicht. Der Konfigurationsraum der Loopstruktur ist im Grunde mit einem Band vergleichbar, das durch den physischen Raum gelegt wird und dessen Enden miteinander verbunden sind. Dies entspricht einer 1D-Mannigfaltigkeit, die das Bewegungsplanungsproblem trivial lösbar macht. Es gibt immer genau einen Weg, den ein Paket von der Quelle zur Senke befahren kann. Durch die gleichmäßige Geschwindigkeit des Förderers entfällt die Betrachtung der kinodynamischen Rahmenbedingungen. Das Problem der Konflikte zwischen Bewegungsvorgängen konzentriert sich ausschließlich auf den Einschleusvorgang. Wenn ein Paket einmal auf dem Förderer liegt, dann kommt es sicher an der Senke an und wird dort ausgeschleust. Damit kann die technische Wahrnehmungsfähigkeit gezielt auf Ein- und Ausschleuspunkte reduziert werden und muss nicht kontinuierlich erfolgen (durch Barcodescanner und Lichtschranken). Diese Vorteile werden durch die umfangreiche statische Infrastruktur erkauft, die beim Aufbau des Systems erforderlich ist. Die mechanischen Zwangsbedingungen, die den sicheren Transport der Pakete ohne kontinuierliche Beobachtung und Regelung ermöglichen, sind gleichzeitig die Ursache der fehlenden Flexibilität und schwachen Wandelbarkeit des Systems.

### Sortierung auf Basis des Loadrunners

Die Verwendung des Loadrunners zur Paketsortierung ersetzt die stetig fördernde Loopstruktur durch einen Schwarm un stetig fördernder Transportroboter. Wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist, bleiben die Ein- und Ausschleusbereiche des Systems an der gleichen Position. Die Einschleusungen werden durch Abholstationen ersetzt, an denen die Loadrunner Pakete aufnehmen und anschließend zum Zielort bringen. Damit verändert sich der Konfigurationsraum für die Bewegungsplanung zu einer 2D-Mannigfaltigkeit, und

Konflikte werden auf der gesamten zur Verfügung stehenden Fläche gelöst. Durch die Komplexität der Bewegungsplanung im freien Raum ist keine einfache analytische Berechnung der Leistungsfähigkeit möglich, sondern es bedarf einer Simulation des Sortiervorgangs, die das Verfahren der Bewegungsplanung beinhaltet.

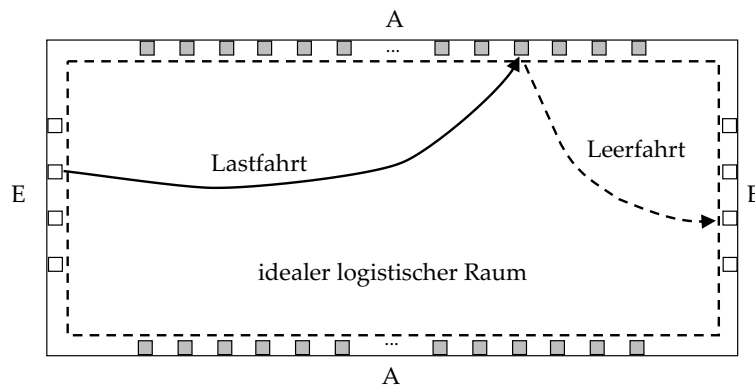


Abb. 6.7 Loadrunner-Sortiersystem auf Basis des idealen logistischen Raums

Der größte Unterschied ergibt sich durch die Unstetigkeit des Loadrunner-Systems. Die Bewegung eines Loadrunners ist eine sich abwechselnde Abfolge von Leerfahrten zur Lastaufnahme und Lastfahrten zur Lastabgabe (vgl. Abbildung 6.7). Konflikte können prinzipiell nur dann entstehen, wenn sich die Wege zweier Quelle-Senke-Relationen kreuzen. Damit ergibt sich eine Leistungssteigerung durch direkte kurze Wege von der Quelle zur Senke durch die Vermeidung unnötiger Konflikte. Leistungsmindernd sind die notwendigen Leerfahrten nach Lastabgabe.

#### Zielvorgabe für die Leistung und Szenario

Als Zielvorgabe für die zu erreichende Leistung werden 12000 Stk./h angesetzt. Dieser Wert entspricht einer typischen Leistung für einen Loop-Sorter mit zwei Einschleusbereichen. Diese Zielleistung basiert zum einen auf dem Beispiel von Kai Semrau, zum anderen wurde sie von Logistikexperten des Fraunhofer IML und aus der Industrie als realitätsnah bestätigt.

#### Architektur der Simulation

Die Architektur der Simulation baut auf dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings auf und verwendet für die Bewegungsplanung dieselben Algorithmen, die innerhalb des realen Loadrunners zum Einsatz kommen. Im Gegensatz zu klassischen Simulationswerkzeugen der Logistik, die für einen globalen Zeitschritt die Ereignisse aller Objekte gleichzeitig berechnen,

wird der inhärent abgebildete Zeitfortschritt der Geschwindigkeitsprofile einzelner Loadrunner als Grundlage verwendet.

Die zentrale Datenstruktur der Simulation ist die nach Startzeitpunkten geordnete Liste der Geschwindigkeitsprofile. Darauf aufbauend werden die Prozesse des Sortiervorgangs durch geeignete Trajektorien abgebildet. Der Zeitfortschritt der Simulation orientiert sich an den Geschwindigkeitsprofilen der Bewegungsplanung. Das jeweils nächste Ereignis, das im Sinne einer ereignisdiskreten Simulation bearbeitet wird, ist die Ankunft eines Loadrunners an der Endposition seiner aktuell befahrenen Trajektorie. Die Simulation läuft in folgenden Schritten ab:

- **Initialisiere:** Zu Beginn der Simulation werden alle Loadrunner gleichmäßig auf die Warteschlangen der Einschleusungen (Quellen) verteilt.
- **Wiederhole:** Falls sich Loadrunner in den Warteschlangen befinden, plane für den ersten Loadrunner einer der Warteschlangen eine neue Trajektorie mit Geschwindigkeitsprofil, die aus Lastfahrt zur Senke und anschließender Leerfahrt zu einer Warteschlange besteht.

Die Warteschlangen für die Loadrunner sind sichere Start- und Zielpunkte im Sinne der Bewegungsplanung und führen zu einer Deadlock- und Livelock-Freiheit des Systems. Ihre Kapazität  $k_w$  wird über die Anzahl Loadrunner  $n_{lr}$  und die Anzahl Einschleusungen  $n_e$  mit  $k_w = n_{lr}/n_e$  berechnet. Bei der Planung einer neuen Trajektorie wird eine zufällige Senke als Zielpunkt für die Lastfahrt festgelegt und die diesem nach euklidischer Distanz nächste Warteschlange mit freier Kapazität gewählt. Damit verteilen sich die Loadrunner im Verlauf der Simulation gleichmäßig auf die Quellen.

Die Warteschlangen für Pakete werden in dieser Arbeit als unbeschränkt angesehen und die Ziele werden gleichverteilt zufällig generiert. Es ist immer ein Paket vorhanden, wenn ein Loadrunner eine neue Trajektorie plant. Die Berechnung der Bewegungsplanung kostet in der Simulation keine Zeit, es wird davon ausgegangen, dass die Berechnung schon zu dem Zeitpunkt abgeschlossen ist, an dem ein Loadrunner ein Paket übernimmt. Das ist eine Abstraktion, die in der Simulation zur Vereinfachung angenommen wird, aber in der Praxis durchführbar ist. Voraussetzung ist, dass ein Paket rechtzeitig an der Einschleusung identifiziert wird, noch bevor der Transport beginnt. Dies wird durch das entwickelte Verfahren ermöglicht, dessen Bewegungsplanung auf Basis einer Heuristik schnell zu berechnen ist.

### 6.3.1 Versuchsdurchführung

Die Versuche werden für ein Basisszenario und ein erweitertes Szenario mehrfach mit unterschiedlichen Parametern durchgeführt, um einen Eindruck vom Einfluss auf die Leistungsfähigkeit zu gewinnen. Die Versuchsdurchführung berücksichtigt folgende Aspekte:

- **Bestimmung der Leistung ohne Kollision**

Für die Bestimmung der Leistung ohne Kollision bewegen sich die Loadrunner ohne Kollisionsvermeidung. Sie fahren im Konfliktfall durcheinander durch. Die so ermittelte Leistung stellt eine obere Grenze für die theoretisch mögliche Leistung in einem gegebenen Szenario dar.

- **Bestimmung der Leistung mit Kollisionsvermeidung**

In diesem Fall bremsen die Loadrunner, um eine Kollision zu vermeiden, oder sie verwenden einen alternativen Weg. Die Grenzleistung ist gegenüber der Leistung ohne Kollision vermindert. Die Grenzleistung wird erreicht, wenn so viele Loadrunner im System sind, dass kein Leistungszuwachs mehr möglich ist, da zu viele Konflikte erzeugt werden.

- **Variation des Sicherheitsabstands**

In der empirischen Evaluation wurde nachgewiesen, dass der Loadrunner so genau fährt, dass die Bewegungsplanung mit einem Durchmesser von 60 cm erfolgreich durchgeführt werden kann. Bei einer angenommenen geringeren Genauigkeit in großen Systemen kann mit einer Erhöhung des Sicherheitsabstands auf 80 cm gearbeitet werden.

Die Versuche werden für beide Szenarien jeweils mit einer maximalen Beschleunigung von 4 m/s und 5 m/s durchgeführt, um die aktuell erreichbare Leistung sowie die plausibel erwartbare Leistung zu bestimmen.

Die Versuche werden mit einer ansteigenden Anzahl von Loadrunnern durchgeführt. Der erste Versuch wird mit 10 Loadrunnern durchgeführt. In nachfolgenden Läufen wird die Anzahl jeweils um jeweils 10 weitere Loadrunner erhöht, bis die Anzahl von 100 Loadrunnern erreicht wird.

### **Basisszenario**

Das Basisszenario ist ein direkter Leistungsvergleich zwischen einem Loop-Sorter mit zwei Einschleusbereichen und einem Loadrunner-System (siehe Abbildung 6.7). Das entsprechende Szenario wird in der Simulation mit 50 Senken und 8 Quellen abgebildet (siehe Abbildung 6.8). Die Senken werden in zwei Bereiche aufgeteilt, sodass 25 Senken an der oberen Seite der Grundfläche und 25 an der unteren Seite positioniert sind. Die Quellen werden an der linken und der rechten Seite positioniert.

Die Gesamtfläche beträgt  $113\text{m} \times 25\text{m}$ . Die Länge ergibt sich aus der Anzahl der Senken an einer Längsseite (25), der Breite der Endstelle an einer Senke von 1,2m, dem Zwischenabstand von 2,8m und einem Offset von 6,5m am Anfang und am Ende. Die Quellen werden mittig an den Stirnseiten angeordnet und haben einen Zwischenabstand von 4m bei einem Abstand von 6,5m zu den Längsseiten.

Eine Versuchsreihe beginnt mit einer Anzahl von 10 Loadrunnern, die mit jedem weiteren Versuchslauf um 10 erhöht wird, bis zu einer Maximalanzahl von 100 Loadrunnern. Für jeden Versuch werden 3 Simulationsläu-

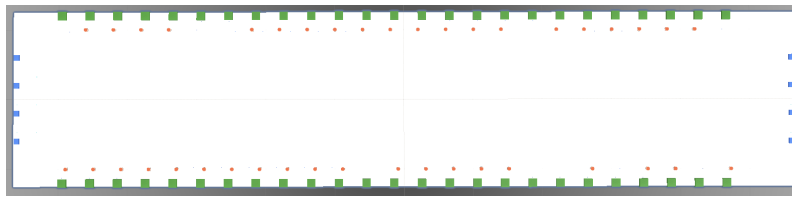


Abb. 6.8 Screenshot des Basisszenarios vor dem Start der Simulation

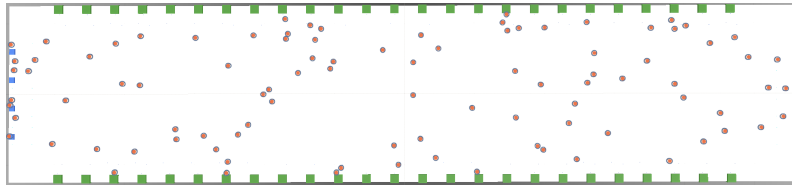


Abb. 6.9 Screenshot des Basisszenarios mit 100 Loadrunnern während der Simulation

fe mit unterschiedlichem Sicherheitsabstand für die Kollisionsvermeidung durchgeführt: 80cm, 60cm und 0cm. Mit dem letzten Wert wird die Kollisionsvermeidung abgeschaltet. Abbildung 6.9 zeigt einen Screenshot eines Simulationslauf mit 100 Loadrunnern.

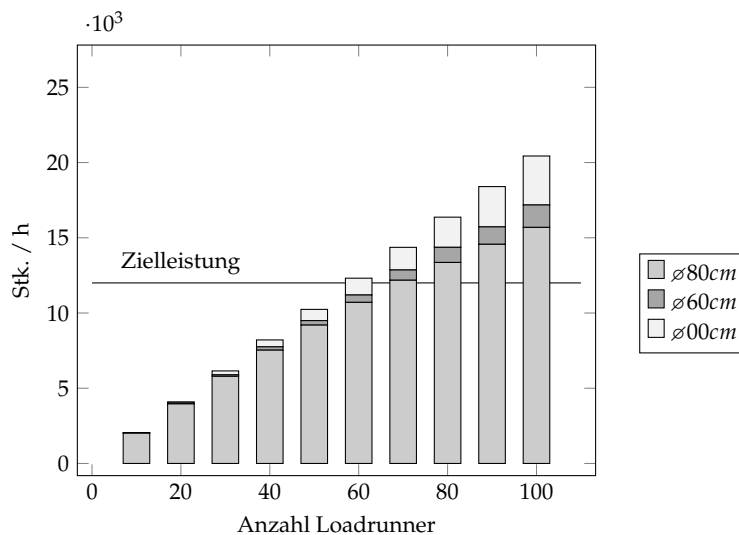


Abb. 6.10 Leistungswerte des Loadrunners im Basisszenario bei  $4\text{m/s}^2$

Abbildung 6.10 zeigt die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit einer maximalen Beschleunigung von  $4\text{m/s}^2$ . Die theoretische Zielleistung ohne Kollisionsbetrachtung wird mit 58 Loadrunnern erreicht. Bei 60cm Durchmesser Sicherheitsabstand werden 68 Loadrunner benötigt und bei 80cm Durchmesser steigt die Anzahl auf 70 Loadrunner.



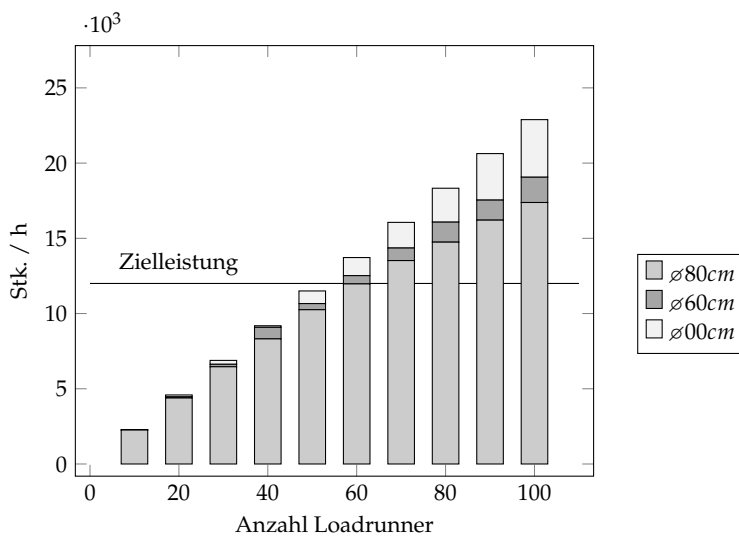


Abb. 6.11 Leistungswerte des Loadrunners im Basisszenario bei 5 m/s<sup>2</sup>

Abbildung 6.11 zeigt die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit einer maximalen Beschleunigung von 5 m/s<sup>2</sup>. Die theoretische Zielleistung ohne Kollisionsbetrachtung wird mit 53 Loadrunnern erreicht. Bei 60 cm Durchmesser Sicherheitsabstand werden 59 Loadrunner benötigt und bei 80 cm Durchmesser steigt die Anzahl auf 60 Loadrunner.

#### Erweitertes Szenario

Das erweiterte Szenario verändert das Layout zugunsten des Loadrunner-Systems, indem es die Quellen gleichmäßig zwischen die Senken verteilt (siehe Abbildung 6.12). Auf diese Weise werden die Leerfahrten verkürzt, da der Rückweg an die nächste Stirnseite entfällt. Alle Quellen und Senken befinden sich an den Längsseiten. Die gleichmäßige Verteilung der Quellen führt zu einer Gruppierung der Senken. An jeder Längsseite entstehen so 5 Gruppen mit 5 Senken, die durch eine Quelle getrennt werden.

Die Gesamtfläche beträgt 117,2 m × 25 m. Die Länge ergibt sich aus der Anzahl der Senken an einer Längsseite (25), der Breite einer Quelle von 1,2 m und dem Zwischenabstand von 2,8 m. Die 4 Quellen werden zwischen die Senken verteilt und beanspruchen einen Zwischenabstand von 7,8 m. In Abbildung 6.13 ist ein Screenshot vor Beginn der Simulation zu sehen, während Abbildung 6.14 die Situation während eines Simulationslaufs mit 100 Loadrunnern zeigt.

Abbildung 6.15 zeigt die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit einer maximalen Beschleunigung von 4 m/s<sup>2</sup>. Die theoretische Zielleistung ohne Kollisionsbetrachtung wird mit 52 Loadrunnern erreicht. Bei 60 cm Durchmesser Sicher-

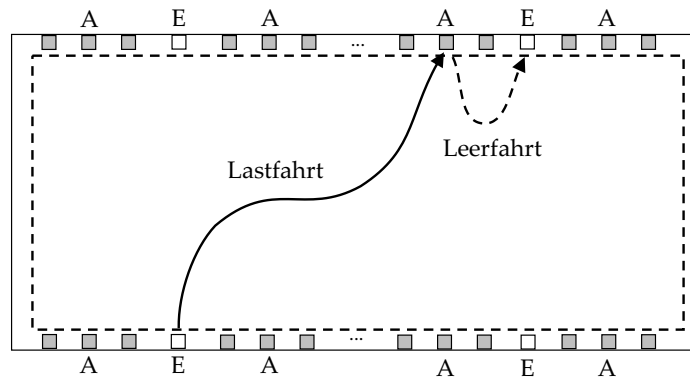


Abb. 6.12 Layout des erweiterten Szenarios vor dem Start der Simulation

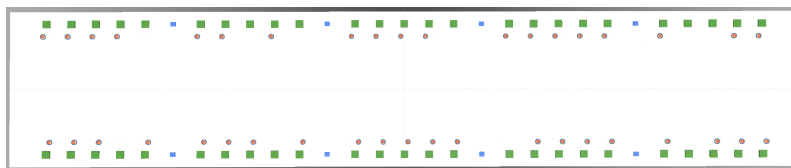


Abb. 6.13 Screenshot des erweiterten Szenarios vor dem Start der Simulation

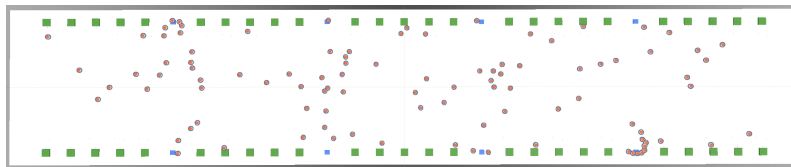


Abb. 6.14 Screenshot des erweiterten Szenarios mit 100 Loadrunnern während der Simulation

heitsabstand werden 58 Loadrunner benötigt und bei 80 cm Durchmesser steigt die Anzahl auf 70 Loadrunner.

Abbildung 6.16 zeigt die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit einer maximalen Beschleunigung von  $5 \text{ m/s}^2$ . Die theoretische Zielleistung ohne Kollisionsbetrachtung wird mit 47 Loadrunnern erreicht. Bei 60 cm Durchmesser Sicherheitsabstand werden 50 Loadrunner benötigt und bei 80 cm Durchmesser steigt die Anzahl auf 57 Loadrunner.

### 6.3.2 Ergebnisse

Die durchgeführten Versuche ergeben, dass das Loadrunner-Sortiersystem die Leistung eines klassischen Sortiersystems mit Loopstruktur in allen Szenarien nicht nur erreichen, sondern deutlich übertreffen kann. Das Bewegungsplanungsverfahren im idealen logistischen Raum führt zu einer direk-

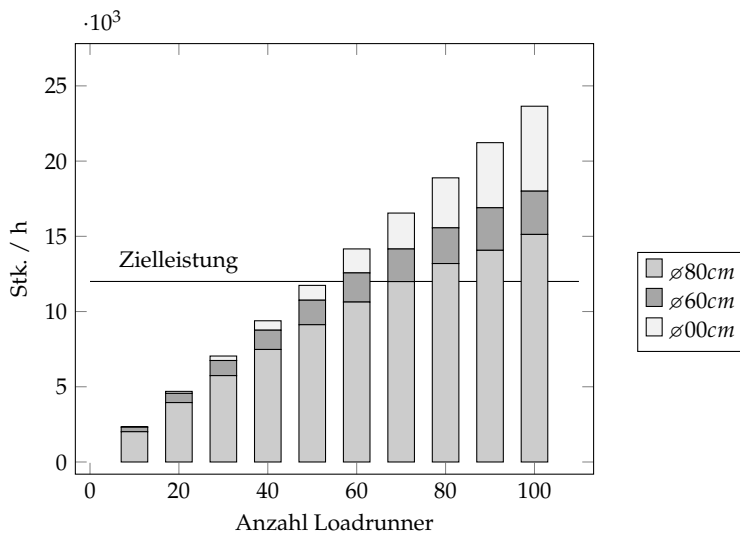


Abb. 6.15 Leistungswerte des Loadrunners im erweiterten Szenario bei 4 m/s<sup>2</sup>

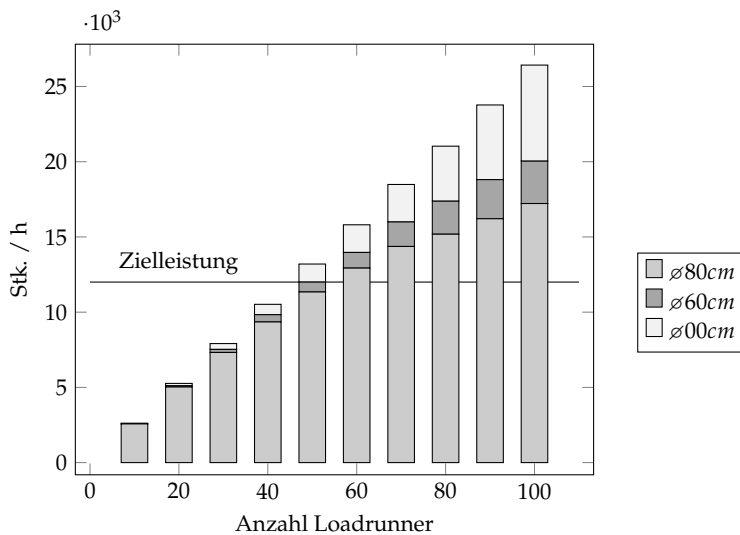


Abb. 6.16 Leistungswerte des Loadrunners im erweiterten Szenario bei 5 m/s<sup>2</sup>

ten Skalierbarkeit der Systemleistung, die über die Anzahl der Fahrzeuge gesteuert wird.

Es zeigt sich, dass der Einfluss des Layouts über die mittlere Länge der Leerfahrten den größten Einfluss auf die Systemleistung hat. Damit hängt die Gesamtleistung unmittelbar von der Anzahl an Senken und den dazugehörigen Endstellen ab, die das System bereitstellen muss. Je mehr Endstellen es gibt, desto mehr Leistung ist im System rechnerisch möglich und desto

mehr Fahrfläche ist vorhanden. Je mehr Fahrfläche vorhanden ist, desto mehr Fahrzeuge sind einsetzbar und damit umso mehr Leistung möglich. Dies ist ein grundlegender Unterschied zum stetigen Verteilförderer, dessen Leistung unabhängig von seiner Länge und der Anzahl an Endstellen ist.

Es kann beobachtet werden, dass die ausschließliche Anordnung der Quellen und Senken an den Längsseiten zu deutlich mehr Kollisionen führt, da die Bewegungsplanung häufiger in Situationen kommt, bei denen Frontalkollisionen vermieden werden müssen. Es entstehen spontan Warteschlangen auf der Fläche, die sich ungünstig auf die Systemleistung auswirken. Das führt dazu, dass der Einfluss von Sicherheitsabstand und maximaler Beschleunigung im erweiterten Szenario eine deutlichere Ausprägung erhält.

Die Ergebnisse repräsentieren einen direkten Leistungsvergleich, der die zusätzliche Flexibilität des Loadrunner-Systems nicht berücksichtigt. Beispielsweise werden keine Sperrguttransporte simuliert, die ein stetiger Verteilförderer nicht transportieren kann.

## 6.4 Kritische Reflexion der Hypothesen

Mit der abgeschlossenen Evaluation des entwickelten Verfahrens können die anfangs aufgestellten Hypothesen zum logistischen Raum einer kritischen Reflexion unterzogen werden.

### **H1. Der ideale logistische Raum ist leer, kontinuierlich und kinodynamisch.**

Der informelle Begriff des idealen logistischen Raums kann durch die Nutzung der Raumbegriffe der formalen Bewegungsplanung der Robotik untersucht werden. Der Nachweis dieser Hypothese wird in dieser Arbeit nicht direkt geführt, sondern indirekt in der Axiomatik der Logistik als Extremwert eines Kontinuums möglicher logistischer Räume definiert. Dieser entspricht dem Raum des idealisierten Förderwesens, der keinerlei Lagerung von Objekten vorsieht, sondern sich ausschließlich mit der Bewegungsplanung befasst. Wenn die Vermeidung von Lagerung, wie z. B. im Sinne einer Just-In-Time-Methodologie, als Ziel der Logistik angesehen wird, dann ist der leere logistische Raum das zu erreichende Ideal. In diesem Fall wird durch das entwickelte Verfahren gezeigt, dass ein kontinuierliches Weltmodell mit Berücksichtigung kinodynamischer Zwangsbedingungen von Vorteil ist und daher als Grundlage für den idealen logistischen Raum dienen muss.

Die Idee des idealen logistischen Raums ist insofern vor allem für die wissenschaftliche Betrachtung der Logistik interessant und in der Praxis nur in den Fällen anwendbar, wo tatsächlich keine Lagerung notwendig ist.

### **H2. Eine axiomatische Definition der Logistik ist auf Basis des Konzepts des idealen logistischen Raums möglich.**

Diese Hypothese wird in der Arbeit durch die entwickelte Axiomatik nachgewiesen. Die mathematische Grundlage der Axiomatik „befreit“ die Logistikwissenschaft von der Konzentration auf existierende Systeme und ihre praktischen Einschränkungen. Die starke Ähnlichkeit der Grundlagen mit der theoretischen Bewegungsplanung der Robotik ermöglicht eine weitreichende Übertragung von Erkenntnissen auf die Logistik. Dies ist insbesondere für Themenbereiche interessant, in denen keine Roboter eingesetzt werden.

Da es sich um die erstmalige Aufstellung einer Axiomatik der Logistik handelt, muss diese als ein „erster Wurf“ angesehen werden, dessen Allgemeingültigkeit in dieser Arbeit nicht nachgewiesen wird. Eine wichtige Erkenntnis der Axiomatik ist die Unterscheidung von gitterbasierten Weltmodellen für das idealisierte Lagerwesen und kontinuierlichen Weltmodellen für das idealisierte Förderwesen. Dies ermöglicht die Bestimmung einer grundlegenden Forschungslücke in der Logistik. Die anschließende Verfahrensentwicklung zur Schließung dieser Lücke erhält so eine allgemeine Bedeutung, da sie ein grundsätzliches Problem der Logistik löst und nicht nur eine weitere Logistikanwendung unter vielen repräsentiert (wie z. B. die Paketsortierung mit Robotern).

**H3. Es gibt einen effizient durchführbaren Planungsalgorithmus für eine Vielzahl von bewegten Objekten im idealen logistischen Raum.**

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren wird diese Hypothese bestätigt. Es ist eine effiziente heuristische Bewegungsplanung für den idealen logistischen Raum und insofern allgemeingültig, als sie nicht für eine spezifische Anwendung entwickelt wurde. Es ist jedoch kein optimales Verfahren, und es ist eine Vielzahl von Verbesserungen vorstellbar. Aus Sicht der Robotik basiert das Verfahren auf bekannten Methoden der Bewegungsplanung. Der Nachweis seiner Leistungsfähigkeit für die Paketsortierung zeigt erfolgreich die Vorteile einer kontinuierlichen und kinodynamischen Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum. Damit kann das entwickelte Verfahren als Benchmark verwendet werden, dessen Leistungsfähigkeit als Messlatte für zukünftige Entwicklungen dient.

**H4. Eine dezentrale Steuerung logistischer Systeme auf Basis des Planungsalgorithmus lässt sich mit dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings umsetzen.**

Es kann durch Verfahrensentwicklung gezeigt werden, dass eine Dezentralisierung der Bewegungssteuerung über die modularen Bestandteile des Verfahrens möglich ist. Eine Skalierbarkeit ergibt sich direkt aus dem Verfahren selbst (es können beliebig viele Objekte gesteuert werden). In der Evaluation wird mit dem eingesetzten Testbed die Entwicklung nach dem Konzept des Cyberphysischen Zwillings demonstriert. Hier ist insbesondere die empirische Validierung der grundlegenden kinodynamischen Fähigkeiten der

Loadrunner von Bedeutung, die es ermöglicht, die Leistungsbestimmung auf Basis der abstrakten Bewegungsplanung vorzunehmen (im Gegensatz zu einer vollständigen Simulation aller physischen Bestandteile des Loadrunners). Der Aufbau der Simulation auf der Bewegungsplanung zeigt, wie durch das Konzept des Cyberphysischen Zwillinges erreicht werden kann, dass sich das virtuelle Abbild des bewegten Objekts genauso verhält wie das physische Objekt.

#### **H5. Ein Hochleistungssortiersystem mit klassischer Stetigfördertechnik kann durch einen Schwarm hochdynamischer Transportroboter ersetzt werden.**

Dem Nachweis dieser Hypothese widmet sich das Kapitel der Evaluation. Der Nachweis beschränkt sich auf den direkten Vergleich der Leistungswerte in Paket pro Stunde. Er befasst sich nicht mit den Vorteilen, die aus der erhöhten Flexibilität entstehen, die eine reduzierte Infrastruktur bietet. Der Leitgedanke hinter dieser Vorgehensweise ist, dass ein direkter Leistungsvergleich die grundlegenden Vorteile hochdynamischer Transportroboter aufzeigen kann. Wenn das neue Verfahren schon ohne Ausnutzung der Flexibilität eine höhere Leistung als klassische Systeme erreicht, dann wird es in anspruchsvolleren Szenarien, bei denen Flexibilität von Vorteil ist, vergleichsweise noch bessere Leistungswerte erreichen.

#### **Künstliche Intelligenz**

Die Fähigkeit zu einer kontinuierlichen Wahrnehmung physischer Objekte ist eine Grundvoraussetzung dieser Arbeit. Sie wird durch die erwarteten Fortschritte in der Künstlichen Intelligenz, insbesondere des Maschinellen Lernens, die Erkennung physischer Objekte erst ermöglichen. Dementsprechend sind die Ergebnisse dieser Arbeit direkt von der Entwicklung entsprechender objekterkennender Verfahren abhängig.

Auch wenn diese Arbeit sich im Kern nicht mit Künstlicher Intelligenz befasst, gewinnt die Aufstellung einer Axiomatik der Logistik vor ihrem Hintergrund eine weitere Bedeutung. Wenn logistische Modelle zukünftig automatisiert erlernt werden sollen, dann kann die Axiomatik als Grundlage für eine Bewertung dienen.

Der Cyberphysische Zwilling ist als Konzept so angelegt, dass eine Integration von Künstlicher Intelligenz in der Simulation naheliegend ist. Eine Frage, die in dieser Arbeit nicht behandelt wird, ist, ob eine Bewegungsplanung vollständig mit Methoden der Künstlichen Intelligenz durchgeführt werden kann. Zukünftig ist vorstellbar, dass eine KI-basierte Simulation im Cyberphysischen Zwilling zum Einsatz kommt.

**Die Rolle des Menschen**

Die Rolle des Menschen in logistischen Systemen wird in dieser Arbeit nicht betrachtet. Insbesondere der Einfluss von Mensch-Maschine-Interaktionen in der Bewegungsplanung wird nicht berücksichtigt. Die hohen Geschwindigkeiten, durch die das entwickelte Verfahren seine Leistungsfähigkeit erreicht, verhindern eine Integration von Menschen aus Sicherheitsgründen. Dementsprechend ist der ideale logistische Raum, wie er in dieser Arbeit definiert wurde, *menschenleer*. Auch die entwickelte Axiomatik nimmt keinen direkten Bezug auf den Menschen und kann somit als unvollständig angesehen werden.





## Kapitel 7

# Ergebniszusammenfassung und Forschungsausblick

Diese Arbeit schließt mit der Zusammenfassung ihrer Ergebnisse, d. h. einer Aufführung der wichtigsten Erkenntnisse und Beiträge, die sie zum wissenschaftlichen Fortschritt in ihrem Betrachtungsbereich leistet. Der Forschungsausblick formuliert Anknüpfungspunkte für weitere Arbeiten, die sich aus ihnen ergeben.

### **Erkenntnisse und wissenschaftlicher Beitrag**

Die folgenden Ergebnisse sind Bestandteil dieser Arbeit:

- die erstmalige formale Definition des idealen logistischen Raums
- die erstmalige Beschreibung einer Axiomatik der Logistik
- die Definition des Cyberphysischen Zwillings
- die erstmalige Beschreibung eines Kontinuums auf Basis des logistischen Raums mit den Extrempunkten des idealisierten Lagerwesens und des idealisierten Förderwesens
- in der Folge die erstmalige Beschreibung eines Verfahrens, das die konfliktfreie Bewegungsplanung vieler physischer Objekte im idealen logistischen Raum effizient durchführt
- der Nachweis, dass ein Sortiersystem auf Basis des Verfahrens leistungsfähiger ist als ein klassisches Sortiersystem mit Stetigfördertechnik
- die Beschreibung eines Versuchsfelds für die Entwicklung Cyberphysischer Zwillinge
- die Beschreibung des Loadrunners für hochdynamische Sortieranwendungen in der Logistik

Die Arbeit vereinigt sehr grundlegende Aspekte mit der Neudefinition der Logistik auf Basis einer Axiomatik. Aus ihr erfolgt die Bestimmung der Forschungslücke für die Materialflussteuerung im idealen logistischen Raum,

der das idealisierte Förderwesen beschreibt. Zur Schließung dieser Lücke wird ein Verfahren zur Bewegungsplanung entwickelt. Anschließend wird die Entwicklung des Loadrunners in einem Versuchsfeld auf Basis des Cyberphysischen Zwillings beschrieben und in einer Simulationsstudie die Leistungsfähigkeit in der Paketsortierung untersucht.

### **Forschungsausblick**

Die Ergebnisse dieser Arbeit bieten zahlreiche Anknüpfungspunkte für zukünftige Forschungsarbeiten:

- Weiterentwicklung der Axiomatik der Logistik unter Berücksichtigung der Themenbereiche menschliche Aktivität, Transportwesen und logistisches Management
- Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der kontinuierlichen Bewegungsplanung für den idealen logistischen Raum, der einen Extrempunkt logistischer Räume abbildet. Denkbar ist die Entwicklung von Verfahren, die gitterbasierte Bewegungsplanung mit kontinuierlichen Ansätzen kombinieren und somit das gesamte Spektrum logistischer Räume abdecken.
- Entwicklung von optimalen Algorithmen für die Bewegungsplanung im idealen logistischen Raum
- Erweiterung des Konzepts des Cyberphysischen Zwillings um die menschliche Aktivitätserkennung und -simulation.

Zusammenfassend stellen die Ergebnisse dieser Arbeit sowohl den Startpunkt für die Weiterentwicklung einer allgemeinen Logistiktheorie als auch für die Entwicklung von Transportrobotersystemen im industriellen Kontext dar.

## Literaturverzeichnis

- [Alu15] Rajeev Alur. *Principles of Cyber-Physical Systems*. MIT Press, 2015. ISBN: 978-0-262-02911-7.
- [Arn+08a] „Grundlagen: Begriff der Logistik, logistische Systeme und Prozesse“. In: *Handbuch Logistik*. Hrsg. von Dieter Arnold u. a. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 3–34. DOI: 10.1007/978-3-540-72929-7\_1.
- [Arn+08b] „Lager- und Materialflussprozesse“. In: *Handbuch Logistik*. Hrsg. von Dieter Arnold u. a. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 371–404. DOI: 10.1007/978-3-540-72929-7\_8.
- [Ban19] Jagdish Chand Bansal. „Particle Swarm Optimization“. In: *Evolutionary and Swarm Intelligence Algorithms*. Hrsg. von Jagdish Chand Bansal, Pramod Kumar Singh und Nikhil R. Pal. Studies in Computational Intelligence. Cham: Springer International Publishing, 2019, S. 11–23. DOI: 10.1007/978-3-319-91341-4\_2.
- [Bau13] Dieter Baum. *Grundlagen der Warteschlangentheorie*. Masterclass. Springer Spektrum, 2013. DOI: 10.1007/978-3-642-39632-8.
- [BG88] Phillip J. Barry und Ronald N. Goldman. „A Recursive Evaluation Algorithm for a Class of Catmull-Rom Splines“. In: *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* 22.4 (Juni 1988), S. 199–204. DOI: 10.1145/378456.378511.
- [BJ19] Christoph Beumer und Dirk Jodin. „Sortier- und Verteilsysteme“. In: *Innerbetriebliche Logistik*. Hrsg. von Thorsten Schmidt. Fachwissen Logistik. Berlin, Heidelberg: Springer, 2019, S. 153–173. DOI: 10.1007/978-3-662-57930-5\_6.
- [Bod+20] Umesh Bodkhe u. a. „A Survey on Decentralized Consensus Mechanisms for Cyber Physical Systems“. In: *IEEE Access* 8 (2020), S. 54371–54401. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2981415.
- [But11] Giorgio C. Buttazzo. *Hard Real-Time Computing Systems: Predictable Scheduling Algorithms and Applications*. 3rd. Springer Publishing Company, Incorporated, 2011. ISBN: 978-1-4614-0675-4.
- [CKV21] Brennan Cain, Michail Kalaitzakis und Nikolaos Vitzilaios. „MK-RRT\*: Multi-Robot Kinodynamic RRT\* Trajectory Planning“. In: *2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Juni 2021, S. 868–876. DOI: 10.1109/ICUAS51884.2021.9476688.
- [CR74] Edwin Catmull und Raphael Rom. „A Class of Local Interpolating Splines“. In: *Computer Aided Geometric Design*. Elsevier, 1974, S. 317–326.
- [Dan14] Damian Daniluk. *Verteilte Simulation und Emulation von Materialflusssystemen mit dezentraler Steuerung*. Dortmund: Verlag Praxiswissen, 2014. ISBN: 978-3-86975-093-4.
- [Deu98] Deutsches Institut für Normung e. V., Hrsg. *DIN 19233: Leittechnik - Prozeß-automatisierung - Automatisierung mit Prozeßrechner-Systemen, Begriffe*. 1998.

- [DVD20] M. De Ryck, M. Versteyhe und F. Debrouwere. „Automated Guided Vehicle Systems, State-of-the-Art Control Algorithms and Techniques“. In: *Journal of Manufacturing Systems* 54 (Jan. 2020), S. 152–173. DOI: 10.1016/j.jmsy.2019.12.002.
- [Fle21] Flexlog. *Gridsorter*. 2021. URL: <https://www.flexlog.de/de/gridsorter/>.
- [FS21] Jörg Franke und Peter Schuderer. „Simulationsbasierte Untersuchung der Grenzproduktivität von Robotern in einem AutoStore-Lagersystem“. In: *Simulation in Produktion und Logistik 2021: Erlangen, 15.-17. September 2021* (2021), S. 197. URL: [http://www.asim-fachtagung-spl.de/asim2021/papers/Proof\\_199.pdf](http://www.asim-fachtagung-spl.de/asim2021/papers/Proof_199.pdf).
- [Gar19] Felipe Garcia Lopez. *Predictive and Cooperative Online Motion Planning : A Contribution to Networked Mobile Robot Navigation in Industrial Applications*. Stuttgart : Fraunhofer Verlag, 2019. DOI: 10.18419/opus-10715.
- [Gud10a] Timm Gudehus. „Aufgaben und Aspekte der Logistik“. In: *Logistik: Grundlagen - Strategien - Anwendungen*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010, S. 3–42. DOI: 10.1007/978-3-540-89389-9\_1.
- [Gud10b] Timm Gudehus. „Transportsysteme“. In: *Logistik: Grundlagen - Strategien - Anwendungen*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010, S. 775–873. DOI: 10.1007/978-3-540-89389-9\_18.
- [Gue+14] Kevin R. Gue u. a. „GridStore: A Puzzle-Based Storage System With Decentralized Control“. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 11.2 (Apr. 2014), S. 429–438. DOI: 10.1109/TASE.2013.2278252.
- [Guy+09] Stephen. J. Guy u. a. „ClearPath: Highly Parallel Collision Avoidance for Multi-Agent Simulation“. In: *Proceedings of the 2009 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. SCA '09. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, Aug. 2009, S. 177–187. DOI: 10.1145/1599470.1599494.
- [He+18] Meiling He u. a. „Logistics Space: A Literature Review from the Sustainability Perspective“. In: *Sustainability* 10.8 (Aug. 2018), S. 2815. DOI: 10.3390/su10082815.
- [Hug+13] John Hughes u. a. *Computer Graphics: Principles and Practice*. 3. Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Addison-Wesley, Juli 2013. ISBN: 978-0-321-39952-6.
- [Jt12] Dirk Jodin und Michael ten Hompel. „Einleitung“. In: *Sortier- und Verteilsysteme: Grundlagen, Aufbau, Berechnung und Realisierung*. Hrsg. von Dirk Jodin und Michael ten Hompel. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2012, S. 1–23. DOI: 10.1007/978-3-642-31290-8\_1.
- [JY94] Hsu Wen Jing und Huang Shell Ying. „Route Planning of Automated Guided Vehicles“. In: *Proceedings of the Intelligent Vehicles '94 Symposium*. Okt. 1994, S. 479–484. DOI: 10.1109/IVS.1994.639565.
- [KE95] J. Kennedy und R. Eberhart. „Particle Swarm Optimization“. In: *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*. Bd. 4. Nov. 1995, 1942–1948 vol.4. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968.
- [Kri+18] Werner Kritzingner u. a. „Digital Twin in Manufacturing: A Categorical Literature Review and Classification“. In: *IFAC-PapersOnLine*. 16th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing INCOM 2018 51.11 (Jan. 2018), S. 1016–1022. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.08.474.

- [Lan+18] Giesela Lanza u. a. *Wandlungsfähige, menschenzentrierte Strukturen in Fabriken und Netzwerken der Industrie 4.0 (acatech Studie)*. Techn. Ber. München: Herbert Utz Verlage, 2018. URL: <https://www.acatech.de/publikation/wandlungsfae-hige-menschzentrierte-strukturen-in-fabriken-und-netzwerken-der-industrie-4-0/download-pdf/?lang=de>.
- [LaV06] Steven M. LaValle. *Planning Algorithms*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. DOI: 10.1017/CBO9780511546877.
- [LSB09] Boris Lau, Christoph Sprunk und Wolfram Burgard. „Kinodynamic Motion Planning for Mobile Robots Using Splines“. In: *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Okt. 2009, S. 2427–2433. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354805.
- [Lun10] Jan Lunze. „Zielstellung und theoretische Grundlagen der Regelungstechnik“. In: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Hrsg. von Jan Lunze. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010, S. 1–18. DOI: 10.1007/978-3-642-13808-9\_1.
- [NWW21] Livinus Obiora Nweke, Goitom K. Weldehawaryat und Stephen D. Wolthusen. „Threat Modelling of Cyber-Physical Systems Using an Applied  $\pi$ -Calculus“. In: *International Journal of Critical Infrastructure Protection* 35 (Dez. 2021), S. 100466. DOI: 10.1016/j.ijcip.2021.100466.
- [NXZ20] Bach Hoai Nguyen, Bing Xue und Mengjie Zhang. „A Survey on Swarm Intelligence Approaches to Feature Selection in Data Mining“. In: *Swarm and Evolutionary Computation* 54 (Mai 2020), S. 100663. DOI: 10.1016/j.swevo.2020.100663.
- [Nyh10] Peter Nyhuis. *Wandlungsfähige Produktionssysteme*. GITO mbH Verlag, 2010. ISBN: 978-3-942183-15-4.
- [PL11] Mike Phillips und Maxim Likhachev. „SIPP: Safe Interval Path Planning for Dynamic Environments“. In: *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2011, S. 5628–5635. DOI: 10.1109/ICRA.2011.5980306.
- [Que01] Boto von Querenburg. *Mengentheoretische Topologie*. Springer-Lehrbuch. Berlin Heidelberg: Springer, 2001. ISBN: 978-3-540-67790-1.
- [Rey87] Craig W. Reynolds. „Flocks, Herds and Schools: A Distributed Behavioral Model“. In: *Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '87. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, Aug. 1987, S. 25–34. DOI: 10.1145/37401.37406.
- [Roe+12] Christoph Roesmann u. a. „Trajectory Modification Considering Dynamic Constraints of Autonomous Robots“. In: *ROBOTIK 2012; 7th German Conference on Robotics*. Mai 2012, S. 1–6. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6309484>.
- [Sch+17] Günther Schuh u. a. *Industrie 4.0 Maturity Index – Die digitale Transformation von Unternehmen gestalten (acatech Studie)*. Techn. Ber. München: Herbert Utz Verlage, 2017. URL: <https://www.acatech.de/publikation/industrie-4-0-maturity-index-die-digitale-transformation-von-unternehmen-gestalten/download-pdf?lang=de>.
- [Sch+20] Kira Schmeltzpfenning u. a. *WMS Marktreport Kompakt 2020. Trends und Entwicklungen auf dem Markt für Warehouse Management Systeme*. München: Fraunhofer-Gesellschaft, 2020. URL: <http://publica.fraunhofer.de/dokumente/N-621775.html>.

- [Sei16] Zázilia Seibold. *Logical Time for Decentralized Control of Material Handling Systems*. KIT Scientific Publishing, Nov. 2016. ISBN: 978-3-7315-0567-9.
- [Sem15] Kai Semrau. *Leistungsermittlung und Layoutgestaltung von Stückgutsortiersystemen*. Dortmund: Verlag Praxiswissen, 2015. ISBN: 978-3-86975-111-5.
- [SF20] Zázilia Seibold und Kai Furmans. „Plug&Play-Fördertechnik in der Industrie 4.0“. In: *Handbuch Industrie 4.0: Band 3: Logistik*. Hrsg. von Michael ten Hompel, Thomas Bauernhansl und Birgit Vogel-Heuser. Berlin, Heidelberg: Springer, 2020, S. 81–97. DOI: 10.1007/978-3-662-58530-6\_2.
- [Sha+15] Guni Sharon u. a. „Conflict-Based Search for Optimal Multi-Agent Pathfinding“. In: *Artificial Intelligence* 219 (Feb. 2015), S. 40–66. DOI: 10.1016/j.artint.2014.11.006.
- [SK90] Horst Strunz und Karl Kurbel. *Handbuch Wirtschaftsinformatik*. Poeschel, 1990. ISBN: 3-7910-0499-9.
- [Spr08] Christoph Sprunk. *Planning Motion Trajectories for Mobile Robots Using Splines*. 2008. URL: <http://www2.informatik.uni-freiburg.de/~lau/students/Sprunk2008.pdf>.
- [SS20] Oren Salzman und Roni Stern. „Research Challenges and Opportunities in Multi-Agent Path Finding and Multi-Agent Pickup and Delivery Problems“. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*. AAMAS '20. Richland, SC, Mai 2020, S. 1711–1715. URL: <http://www.orensalzman.com/docs/AAMAS20.pdf>.
- [Ste15] James Stewart. *Calculus: Early Transcendentals*. 8. Edition. Boston, MA, USA: Cengage Learning, Feb. 2015. ISBN: 978-1-285-74155-0.
- [Sun+20] Weifeng Sun u. a. „A Survey of Using Swarm Intelligence Algorithms in IoT“. In: *Sensors* 20.5 (Jan. 2020), S. 1420. DOI: 10.3390/s20051420.
- [ten+20] Michael ten Hompel u. a. „Technical Report: LoadRunner®, a New Platform Approach on Collaborative Logistics Services“. In: *Logistics Journal : nicht referierte Veröffentlichungen* 2020.10 (Okt. 2020). DOI: 10.2195/lj\_NotRev\_tenhompel\_en\_202010\_01.
- [tK15] Michael ten Hompel und Sören Kerner. „Logistik 4.0“. In: *Informatik-Spektrum* 38.3 (Juni 2015), S. 176–182. DOI: 10.1007/s00287-015-0876-y.
- [tSB11] Michael ten Hompel, Volker Sadowsky und Maria Beck. „Leistungsermittlung von Kommissioniersystemen“. In: *Kommissionierung: Materialflusssysteme 2 - Planung und Berechnung der Kommissionierung in der Logistik*. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011, S. 127–205. DOI: 10.1007/978-3-540-29940-0\_7.
- [tSD18] Michael ten Hompel, Thorsten Schmidt und Johannes Dregger. „Verpackungssysteme“. In: *Materialflusssysteme: Förder- und Lagertechnik*. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2018, S. 5–50. DOI: 10.1007/978-3-662-56181-2\_2.
- [Ulu14] Onur Uludag. „GridPick: A High Density Puzzle Based Order Picking System with Decentralized Control“. Diss. Auburn University, Jan. 2014. URL: <https://etd.auburn.edu/handle/10415/3984>.
- [van+11a] Jur van den Berg u. a. „Reciprocal Collision Avoidance with Acceleration-Velocity Obstacles“. In: *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2011, S. 3475–3482. DOI: 10.1109/ICRA.2011.5980408.

- [van+11b] Jur van den Berg u. a. „Reciprocal N-Body Collision Avoidance“. In: *Robotics Research*. Hrsg. von Cédric Pradalier, Roland Siegwart und Gerhard Hirschinger. Springer Tracts in Advanced Robotics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011, S. 3–19. DOI: 10.1007/978-3-642-19457-3\_1.
- [Ver10] Verein Deutscher Ingenieure. *VDI-Richtlinie 3633 Blatt 1: Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen, Grundlagen (Gründruck)*. 2010.
- [Ver83] Verein Deutscher Ingenieure. *VDI-Richtlinie 3619: Sortiersysteme für Stückgut*. 1983.
- [Ver94] Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau e. V. (VDMA). *VDMA-Einheitsblatt 15276: Datenschnittstellen in Materialflusssystemen*. 1994.
- [vLM08] Jur van den Berg, Ming Lin und Dinesh Manocha. „Reciprocal Velocity Obstacles for Real-Time Multi-Agent Navigation“. In: *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2008, S. 1928–1935. DOI: 10.1109/ROBOT.2008.4543489.
- [WDM08] Peter R. Wurman, Raffaello D’Andrea und Mick Mountz. „Coordinating Hundreds of Cooperative, Autonomous Vehicles in Warehouses“. In: *AI Magazine* 29.1 (März 2008), S. 9. DOI: 10.1609/aimag.v29i1.2082.
- [Wen18] Sigrid Wenzel. „Simulation logistischer Systeme“. In: *Modellierung logistischer Systeme*. Hrsg. von Horst Tempelmeier. Fachwissen Logistik. Berlin, Heidelberg: Springer, 2018, S. 1–34. DOI: 10.1007/978-3-662-57771-4\_1.
- [Wur17] Christian Wurll. „Das bewegliche Lager auf Basis eines Cyber-physischen Systems“. In: *Handbuch Industrie 4.0 Bd.3: Logistik*. Hrsg. von Birgit Vogel-Heuser, Thomas Bauernhansl und Michael ten Hompel. Springer Reference Technik. Berlin, Heidelberg: Springer, 2017, S. 151–177. DOI: 10.1007/978-3-662-53251-5\_12.
- [Yan+17] Feng Yang u. a. „Survey of Swarm Intelligence Optimization Algorithms“. In: *2017 IEEE International Conference on Unmanned Systems (ICUS)*. Okt. 2017, S. 544–549. DOI: 10.1109/ICUS.2017.8278405.
- [YSK09] Cem Yuksel, Scott Schaefer und John Keyser. „On the Parameterization of Catmull-Rom Curves“. In: *2009 SIAM/ACM Joint Conference on Geometric and Physical Modeling*. SPM ’09. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, Okt. 2009, S. 47–53. DOI: 10.1145/1629255.1629262.
- [Zei+17] Felix Zeidler u. a. „Referenzfeld zur Erforschung und Entwicklung neuartiger hybrider Formen der Zusammenarbeit von Menschen und Maschinen in der Logistik“. In: *Logistics Journal : Proceedings* 2017.10 (2017). DOI: 10.2195/lj\_Proc\_zeidler\_de\_201710\_01.