

## Hürden beim Lernen und Lehren bedingter Wahrscheinlichkeiten

- Interpretation von gegebenen statistischen Werten als bedingte Wahrscheinlichkeiten (z. B. Verwechslung von Schnittwahrscheinlichkeit und bedingter Wahrscheinlichkeit; Vertauschen von Bedingung und gesuchter Wahrscheinlichkeit)
- Darstellungswechsel: Bedingte Wahrscheinlichkeiten als Dezimalzahlen, Prozentzahlen, Teilmenge-Grundmenge-Beziehungen
- Übersetzung von Text (fachsprachliche Formulierungen) in mathematische Symbolsprache

## Digitale Selbstlernumgebung

### Restriktionen:

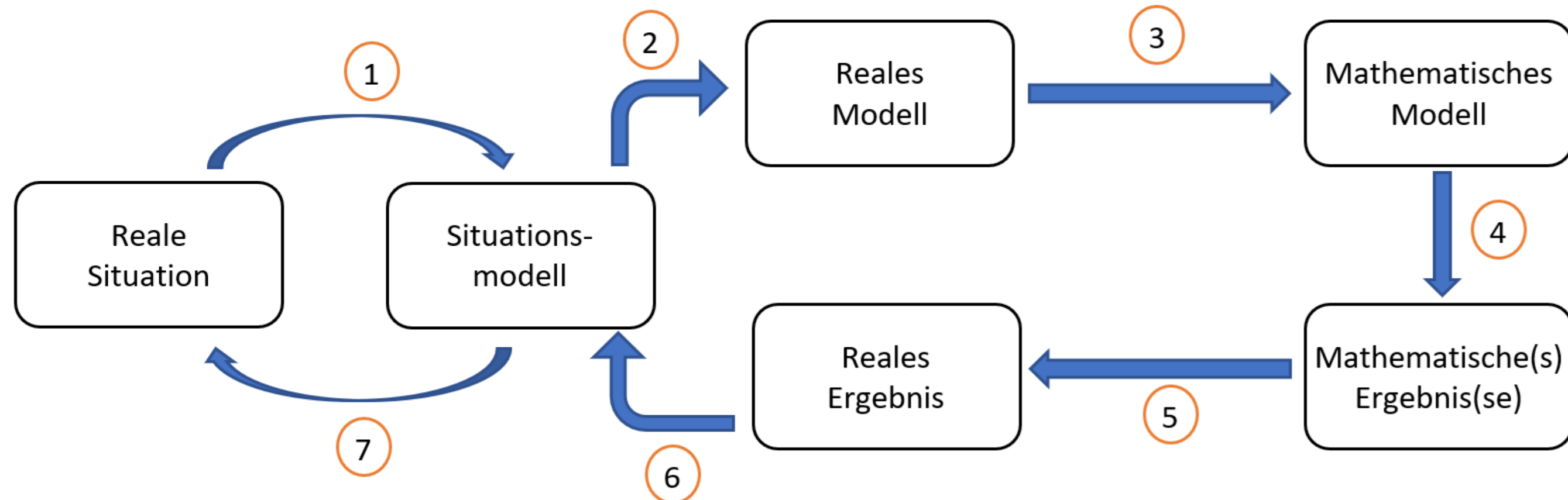
- Lehr-Lern-Szenario mit vorgegebenen Lernzielen und –aufgaben
- Bearbeitung erfolgt selbstständig (Selbstregulation ist Voraussetzung)
- Teilziele, Inhalte und Aufgaben von Lernenden frei wählbar  
→ Anknüpfung an eigenen Lernfortschritt
- Zeit- und ortsunabhängiges Lernen wird ermöglicht (vgl. Bruder, 2012, S. 305)

### Umsetzung:

- Unterstützung der selbstständigen Bearbeitung durch transparente Darstellung der Lerninhalte und durch Lernpfade
- Inhaltsdarstellung durch Erklärvideos und Lernskripte
- Aufgabentypen: Mathematische Eingabe, Drag & Drop, Mark the words, fill in the blanks, Memory, multiple choice und Freitexteingabe

## Kompetenzförderung

- Förderung von ‚statistical literacy‘ (Krauss et al. (2020) S. 490)
- Abgrenzung der Begrifflichkeiten aus deskriptiver Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Fiktive Verhältnisse und unterschiedliche Ausdruckweisen von Wahrscheinlichkeiten zur Förderung des Darstellungswechsels
- Modellierung zufallsabhängiger Phänomene bildet die Grundlage für weitere mathematische Operationen (Henze, 2018)
- Berufliche Problemsituationen aus den Bereichen Medizin, Wirtschaft und Technik
- Lösung der beruflichen Problemsituationen anhand des Modellierungskreislaufs
- Fokus auf Problemlösekompetenz und Kompetenz ‚Mathematisch modellieren‘ (Rieß, 2018, S. 211ff.)
- Modellierungskreislauf gibt Lernenden eine systematisierte Möglichkeit zufallsabhängigen (beruflichen) Problemen zu begegnen
- Reflexionsfragen für Transparenz und Nachvollziehbarkeit

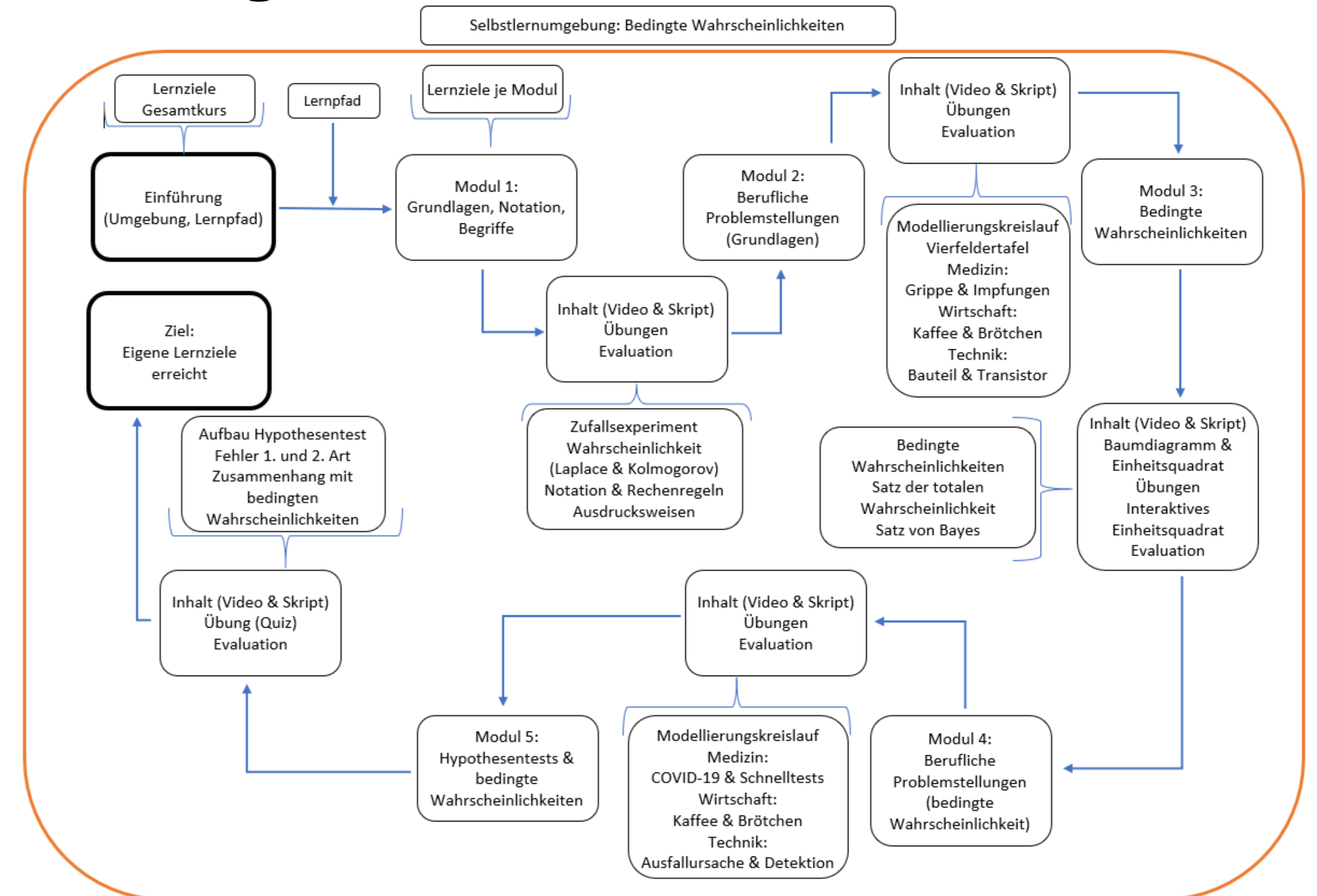


Modellierungskreislauf (in Anlehnung an Blum und Leiß (2005))

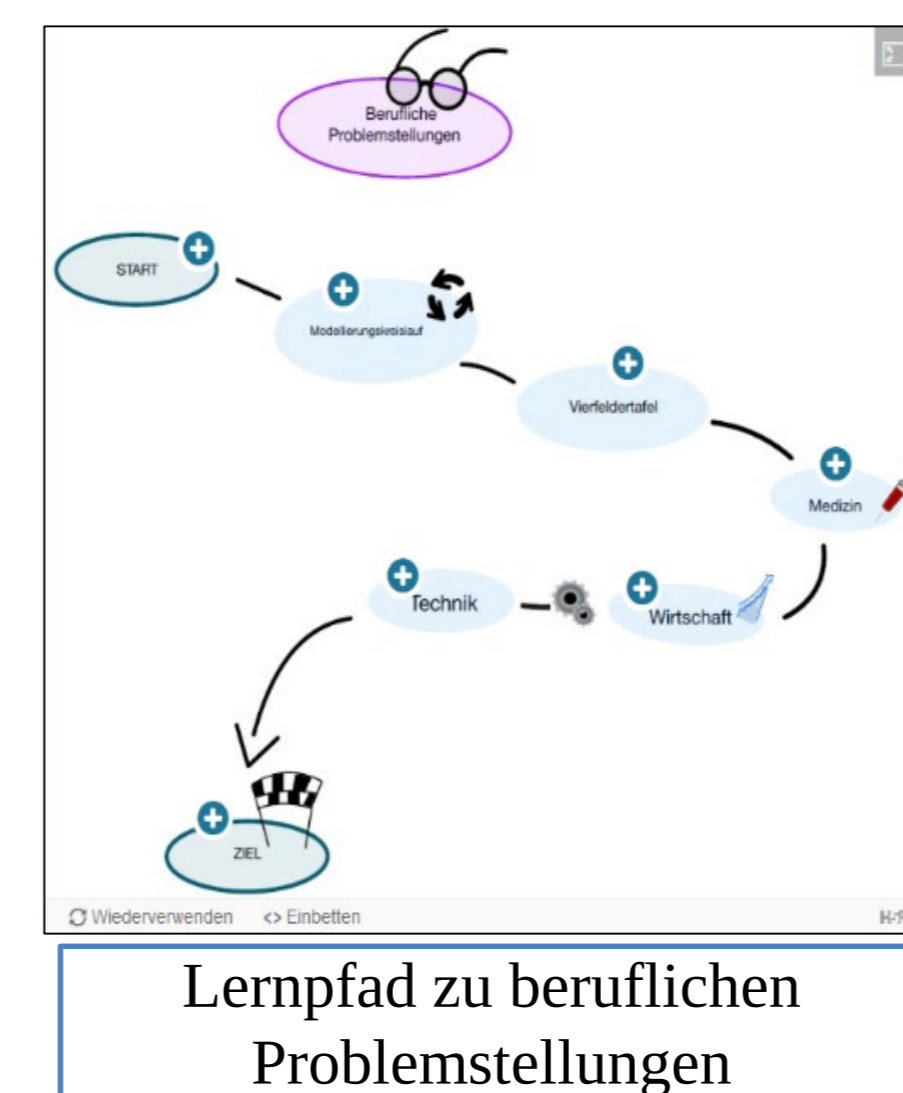
### Literatur

- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe. *Mathematik lehren: erfolgreich unterrichten: Konzepte und Materialien*(128), 18–21
- Bruder, R. (2012). „Selbstlernumgebungen“ in Mathematik: Konzepte und Einsatzszenarien. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität*. Vieweg+Teubner Verlag.
- Henze, N. (2018). *Stochastik für Einsteiger*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-22044-0>
- Krauss, S., Weber, P., Binder, K. & Bruckmaier, G. (2020). Natürliche Häufigkeiten als numerische Darstellungsart von Anteilen und Unsicherheit – Forschungsdesiderate und einige Antworten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 41(2), 485–521. <https://doi.org/10.1007/s13138-019-00156-w>
- Rieß, M. (2018). *Zum Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Konstruktion mathematischen Wissens*. SpringerLink Bücher. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-20644-4>

## Struktur der digitalen Selbstlernumgebung für bedingte Wahrscheinlichkeiten



## Beispiele der Umsetzung im LMS Moodle



Lernpfad zu beruflichen Problemstellungen

**Einschränkung der Ergebnismenge durch Verabinformation:**

Ergebnisse:  
 $A = \{ \text{Person hat SARS-CoV-2} \}$   
 $B = \{ \text{Person hat positiven Schnelltest} \}$

Ergebnisse:  
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \approx 0,8738$   
 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \approx 0,9008$   
 $P(A) = 0,027$   
 $P(B) = 0,0287$

Erklärvideo zu bedingten Wahrscheinlichkeiten

Lernskript 9: Satz der totalen Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes

**Satz der totalen Wahrscheinlichkeit [1]**

Er sagt aus, dass wenn wir  $(B_i)$ -er abzählbar viele ( $i$  ist abzählbar), paarweise disjunkte Ereignisse (mit  $P(B_i) > 0$ ) haben und diese eine Zerlegung von  $\Omega$  bilden, dann gilt:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) \cdot P(B_i) \quad \rightarrow \quad P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) \cdot P(B_i) = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)$$

**Was bedeutet es, dass  $B_i$  eine Zerlegung von  $\Omega$  bildet?**

Wir nehmen an  $\Omega$  kann in beispielsweise sechs disjunkte Teile zerlegt werden. Es gibt also die Mengen  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  und  $B_6$ .

**Was bedeutet der Satz der totalen Wahrscheinlichkeit anschaulich?**

Wenn wir die Schnittwahrscheinlichkeiten von  $P(A \cap B_i)$  aufsummieren (zusammenfügen), erhalten wir  $P(A)$ .

Auszug aus einem Lernskript

- Alle Inhalte als **Open Educational Resources**
- Lizenzierung: **CC-BY**

**Ausschuss**

Die Eco OHG stellt mit einer speziellen Anlage empfindliche Elektrobauteile her. Die Geschäftsführung hat das Meeting für die Investitionsentscheidungen vorverlegt. Der Produktionsleiter möchte eine neue Produktionsanlage und bittet Sie folgende Fragen, mit Hilfe der beigefügten Daten, für das Meeting zu beantworten:

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein aussortiertes Elektrobauteil fehlerhaft?  
 2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein nicht aussortiertes Elektrobauteil fehlerhaft?

Daten:  
 Unsere Anlage produziert im Schnitt 8% fehlerhafte Elektrobauteile. Unsere Endkontrolle sortiert 99% aller fehlerhaften Bauteile aus, aber es werden auch 3% der fehlerfreien Elektrobauteile aussortiert.

Hinweis: Geben Sie Ihre Lösungen in Dezimalzahlen und mit vier Stellen hinter dem Komma an.

1)   
 2)

Problemsituation aus der Technik

**Interaktives Einheitsquadrat**

Das Diagramm zeigt ein interaktives Einheitsquadrat mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten und deren Darstellungen in einem Balkendiagramm.

Stichprobenumfang: 100000 →  $\rightarrow$  gerundetes Quadrat  
 Mächtigkeiten von A bzw.  $\bar{A}$ : 41000  
 Mächtigkeiten von  $A \cap B$ : 41000  
 Mächtigkeiten von  $A \cap \bar{B}$ : 20000  
 Mächtigkeiten von  $\bar{A} \cap B$ : 10000  
 Mächtigkeiten von  $\bar{A} \cap \bar{B}$ : 49000

Interaktives Einheitsquadrat (Geogebra-Applet im LMS Moodle eingebettet)