Stephan TOMASZEWSKI, Münster

Mathematische Begriffsbildungsprozesse in digital-kollaborativen Lernumgebungen

Die Auffassung, dass dem diskursiven Lernen – also dem Lernen in der inhaltsbezogenen Diskussion mit anderen – eine zentrale Rolle im Lernprozess zukommt, ist mittlerweile unumstritten (Miller, 2006). Insbesondere in der Mathematik sind solche Diskurse von besonderer Bedeutung, da mathematische Begriffe nicht durch die Sinne wahrnehmbar sind, sondern immer sozial konstruiert werden müssen (Steinbring, 2006). Kollaborative Lernsituationen sind folglich besonders geeignet, um solche gemeinsamen Aushandlungsprozesse auszulösen (Nührenbörger & Steinbring, 2009). Vor diesem Hintergrund stellen Ball und Barzel (2018) fest, dass deshalb auch beim Einsatz digitaler Medien in mathematischen Lernprozessen ein besonderes Augenmerk auf die Frage gerichtet werden muss, *wie* diese Medien die Kommunikation und die Konstruktion mathematischen Wissens beeinflussen.

Genau an dieser Stelle setzt das vorliegende Forschungsvorhaben an, mit dem Ziel, *mathematische Diskurse* durch *produktive Irritationen* (Nührenbörger & Schwarzkopf, 2013) unter Nutzung der digitalen Pinnwand *Padlet* anzuregen. Dazu wurden Studierende der TU Dortmund in den mathematischen Eingangsveranstaltungen bei der gemeinsamen Auseinandersetzung mit unterschiedlichen fachlichen Themen begleitet. Unter Rückgriff auf Steinbrings (2006) Theorie zur Konstruktion mathematischen Wissens soll das von den Studierenden gezeigte Begriffsverständnis sowie die Nutzung von Padlet in entsprechenden Aushandlungsprozessen epistemologisch rekonstruiert werden. Der vorliegende Beitrag fokussiert dabei auf Begriffsbildungsprozesse *halbschriftlicher Rechenstrategien* – weitere Ergebnisse zum Bereich elementarer Funktionen finden sich bei Tomaszewski (2022). Für die Studierenden ergibt sich hier die nicht triviale Anforderung, das vergleichsweise elementare mathematische Wissen (halbschriftliches Rechnen) von einem „höheren Standpunkt“ (Hefendehl-Hebeker, 2016) aus zu betrachten: es geht somit weniger um das prozessartige Beherrschen der Strategien, als vielmehr um das verständige (didaktische) Durchdringen der *Begriffe* mit all ihren Facetten, Eigenschaften und Unterscheidungen.

Exemplarische Analyse

Der hier exemplarisch diskutierten Szene einer Studierendengruppe liegt die folgende – zweigeteilte – Aufgabenstellung zugrunde: zunächst sollten die Studierenden in ihrer Gruppe (3-5 Personen) verschiedene Rechnungen (halbschriftliche Subtraktionsrechnungen) in Padlet nach vermuteter Zusam-

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

mengehörigkeit clustern. Dabei haben alle Kleingruppen innerhalb des Seminars an einem identischen, aber nicht gemeinsamen Padlet gearbeitet. Jede Kleingruppe hat somit eine eigene Sortierung und Einordnung der Rechnungen vorgenommen. In einem zweiten Aufgabenteil sollten „Steckbriefe" zu den unterschiedlichen halbschriftlichen Rechenstrategien der Subtraktion angefertigt werden. Hier haben die Studierenden zwar weiterhin in ihren Kleingruppen gearbeitet, aber die Steckbriefe in Padlet waren für alle Kleingruppen des Seminars gemeinsam freigegeben. So wurden in Echtzeit Beiträge anderer Gruppen in den Steckbriefen angezeigt.

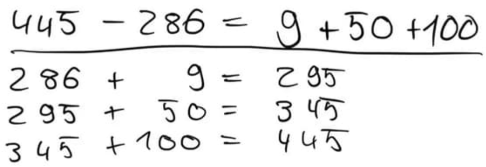

Abb. 1: halbschriftliche Rechnung I

Die ausgewählte Studierendengruppe hat im ersten Aufgabenteil die nebenstehende Rechnung als „schrittweise" identifiziert. Die Rechnung bildet hier – nach Steinbring – das zu interpretierende *Zeichen* und „schrittweise" den mathematischen *Begriff*. Begründet wird diese Zuordnung durch einen Abgleich mit vorhandenen *Referenzkontexten*. Eine Studentin formuliert diesen wie folgt: Schrittweise bedeutet „[…] immer mit dem Ergebnis weiterrechnen […]". Die beiden anderen Studierenden in der Kleingruppe bestätigen diese Zuordnung, weshalb davon auszugehen ist, dass es sich um ein lokal in der Gruppe geteiltes Verständnis handelt. Dieser Zusammenhang lässt sich im epistemologischen Dreieck entsprechend abbilden (Abb. 2). Es wird deutlich, dass das ergänzende Vorgehen nicht als

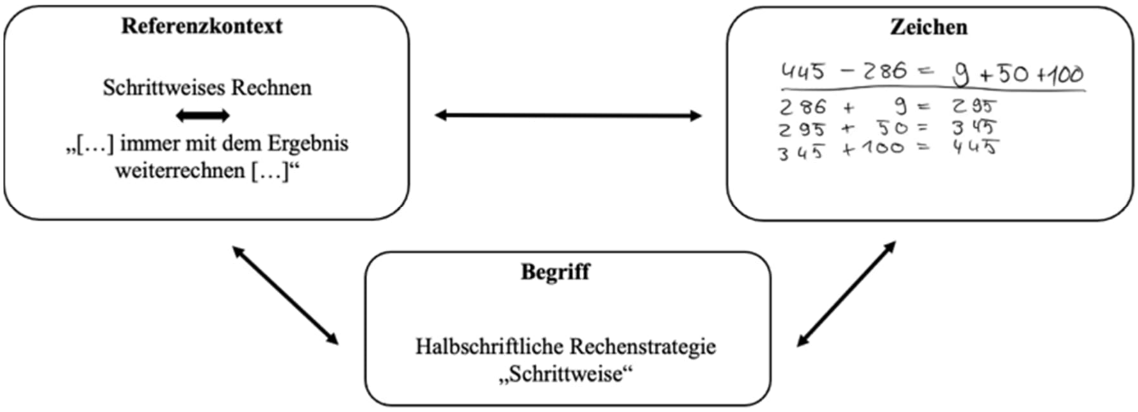

Abb. 2: Fehlerhafte Zuordnung durch Übergeneralisierung

eigenständiges subtraktives Vorgehen erkannt wird, sondern lediglich auf das „Weiterrechnen" mit Teilergebnissen fokussiert wird – man kann hier von einer begrifflichen Übergeneralisierung sprechen. Im weiteren Verlauf werden die Studierenden nun mit alternativen Zuordnungen in Padlet konfrontiert: eine andere Studierendengruppe hat die Aufgabe „331 – 188 = 2 + 10 + 131" (Abb. 3) als Beispiel in den Steckbrief zum „Ergänzen" hochgeladen und dazu notiert: „Der Subtrahend wird ergänzt bis der Minuend erreicht ist". Entsprechend kann die Zuordnung der Rechnung

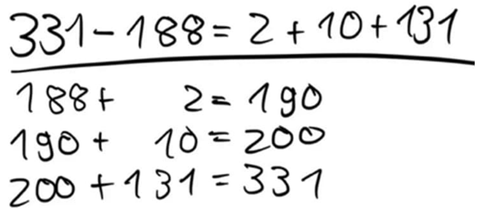

Abb. 3: halbschriftliche Rechnung II

(Abb. 3) zum *Begriff* der halbschriftlichen Strategie Ergänzen als neues *Zeichen* interpretiert werden, das nun zu deuten ist. Gleichzeitig erkennt die Gruppe, mit Blick auf das additive und schrittweise Vorgehen, eine Analogie zu der entsprechenden Aufgabe zuvor (Abb. 1). Das im Vorfeld gemeinsam ausgehandelte Verständnis (Abb. 2) fungiert somit als neuer *Referenzkontext*. Durch dieses – über Padlet an die Gruppe herangetragene – Beispiel wird eine *Irritation* ausgelöst, was entsprechend von der Gruppe aufgegriffen wird: „oh (..) das [*halbschriftliche Verfahren „Ergänzen" – Anm. d. Autors*] gab's gar nicht bei uns". Die Zuordnung der anderen Studierendengruppe steht im Widerspruch zu der vormals ausgehandelten eigenen Zuordnung (Abb. 4). Daraufhin entfaltet sich

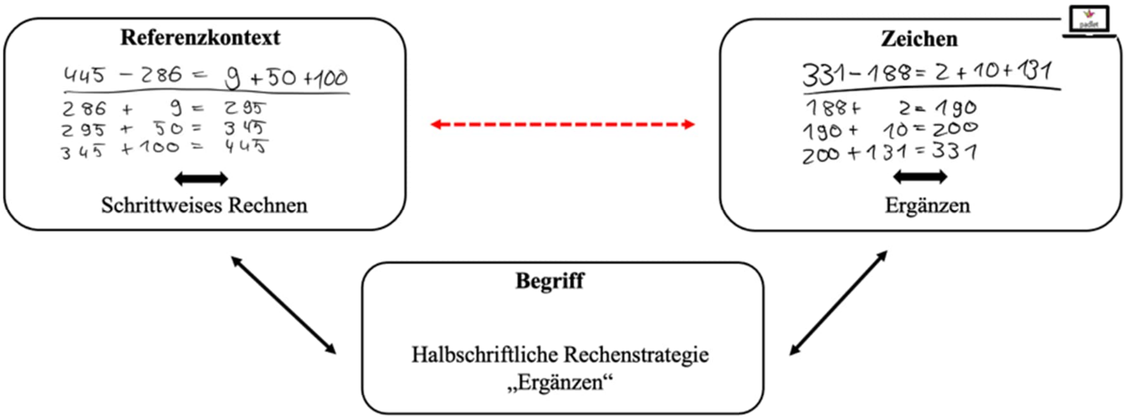

Abb. 4: produktive Irritation durch Konfrontation mit einem Post

innerhalb der Gruppe eine inhaltliche Diskussion, die mehrere Aspekte des Verfahrens in den Blick nimmt. Zunächst wird eine Analogie im Hinblick auf das schrittweise additive Vorgehen zu der vorherigen Aufgabe erkannt („das ist auch irgendwie schrittweise") und gleichzeitig wird der Unterschied angesprochen, dass bei der zweiten Aufgabe kein an den *Stellenwerten des Minuenden oritentiertes Ergänzen* stattfindet: „[…] aber diese 188, äh, hätt ich erstmal (..) diese (..) am Ende möchte ich ne Eins hinten haben, dann hätt ich ja 188 plus drei genommen, weil ich wär' ja mit 91 […]". Weiterhin werden Gedanken dazu angestellt, wann die Strategie geeignet ist und weshalb: „[…] ist nur aufwendig, […] weil stell dir vor, du willst 1300 minus neu- neun rechnen. Dann kannst du ergänzen nicht nutzen". Schlussendlich kommt die Gruppe zu dem Ergebnis, dass das Vorgehen als „schrittweises Ergänzen" beschrieben werden könnte. Die Konfrontationen mit anderen Zuordnungen hat somit *mathematische Diskurse* ausgelöst und damit zu einer *begrifflichen Ausschärfung* im Verständnis der Studierenden geführt.

Fazit

Der kurze Analyseausschnitt macht deutlich, dass Padlet ein geeignetes Werkzeug sein kann, um mathematische Diskurse und mathematisches Denken anzuregen und zu unterstützen. Studierende werden durch die Arbeit mit Padlet mit unterschiedlichen Sichtweisen konfrontiert, die im Sinne produktiver Irritationen Gesprächs- und Diskussionsanlässe bieten. Begriffe, Zeichen und Referenzkontexte werden aufgegriffen, gemeinsam gedeutet und miteinander geteilt. So werden Aspekte von Kleingruppenarbeit mit Aspekten gemeinsamer Plenumsdiskussionen kombiniert, wodurch sich vielfältige Potentiale für mathematische Lernprozesse ergeben. Entscheidend bleibt dabei die Art und Weise, auf welche das digitale Medium in die Lernsituation integriert wird – dabei sollte die grundlegende Bedeutung mathematischer Diskurse im Zentrum stehen.

Literatur

Ball, L. & Barzel, B. (2018). Communication when learning and teaching mathematics with technology. In L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H.-S. Siller & M. Tabach (Hrsg.), *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education: Tools, Topics and Trends* (S. 227–243). Springer.

Hefendehl-Hebeker, L. (2016). Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase* (S. 15–32). Springer Spektrum.

Miller, M. (2006). *Dissens. Zur Theorie diskursiven und systemischen Lernens*. transcript verlag.

Nührenbörger, M. & Schwarzkopf, R. (2013). Gleichungen zwischen „Ausrechnen“ und „Umrechnen“. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 716–719). WTM Verlag.

Nührenbörger, M., & Steinbring, H. (2009). Forms of mathematical interaction in different social settings – Examples from students’, teachers’ and teacher-students’ communication about mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *12*(2), 111–132. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9100-9

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational studies in mathematics, 61*(1), 133–162. https://doi.org/10.1007/s10649-006-5892-z

Tomaszewski, S. (2022). Construction of Mathematical knowledge in digital-collaborative settings. In *CERME12*, Bozen-Bolzano, Italy (online). [Akzeptiert]

Zawacki-Richter O. (2021). The current state and impact of Covid-19 on digital higher education in Germany. *Human Behavior and Emerging Technologies*, *3*, 218–226. https://doi.org/10.1002/hbe2.238