Eva TREIBER, Bamberg

Zwei intuitive Vorstellungen zur Wahrscheinlichkeit bei Lehramtsstudierenden

Intuitive Vorstellungen zur Wahrscheinlichkeit

Gemäß dem bayerischen LehrplanPLUS soll schon in der Grundschule „ein Verständnis für den Wahrscheinlichkeitsbegriff angebahnt“ werden (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst, 2014, S. 109). Bereits bei recht einfach zu verstehenden Aufgabenstellungen zur Wahrscheinlichkeit werden jedoch auch von älteren Schüler*innen oder Erwachsenen noch Antworten gegeben, die mathematisch nicht korrekt sind, sondern auf Intuitionen, mentalen Vorstellungen oder Ansätzen beruhen, die im jeweiligen Kontext mathematisch nicht tragfähig sind (z. B. Falk, 1979; Fishbein, 1997; Lecoutre, 1992; Rolfes & Fahse, 2019). Im Folgenden werden diese als intuitive Vorstellungen bezeichnet.

Zwei Beispiele für solche intuitiven Vorstellungen sind der Equiprobability Bias und das Falk-Paradoxon, die im Folgenden im Fokus stehen.

Der Equiprobability Bias (Lecoutre, 1992) bezeichnet die Vorgehensweise, die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit Hilfe des Laplaceschen Ansatzes zu bestimmen, auch wenn bei den zugrundeliegenden Ergebnissen keine Gleichwahrscheinlichkeit gegeben ist. So könnte man beispielsweise auf die Idee kommen, Wahrscheinlichkeiten bei einem Glücksrad nur über die Anzahl der Felder zu bestimmen, obwohl die einzelnen Felder unterschiedlich groß sind.

Als Paradoxon nach Falk (1979) wird die Aufgabenstellung „In einem Gefäß befinden sich zwei schwarze und zwei weiße Kugeln. Eine Kugel wird verdeckt gezogen und (immer noch verdeckt) zur Seite gelegt. Dann wird eine zweite Kugel gezogen – diese ist weiß. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel auch weiß ist?“ bezeichnet. Diese bedingte Wahrscheinlichkeit lässt sich auch ohne den Satz von Bayes bestimmen, wenn man die Information über den ersten Zug nutzt, die man durch den zweiten Zug erhalten hat. Nach Batanero und Borovcnik (2016) ist jede Wahrscheinlichkeit eine bedingte Wahrscheinlichkeit, nämlich bedingt durch die verfügbaren Informationen, und daher ist ein wichtiger Aspekt der Wahrscheinlichkeit, dass sie auch als veränderliche Einschätzung des Eintretens eines Ereignisses durch eine Person verstanden werden kann. Die Antwort auf die Frage nach dem Falk-Paradoxon ist jedoch oft geprägt von dem Gedanken, dass die ge-

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

suchte Wahrscheinlichkeit durch die Ausgangssituation unumstößlich festgelegt sei, da die zweite Kugel erst nach der ersten Kugel gezogen wird und daher die zweite Kugel nicht mehr beeinflussen kann.

Fragestellung und Untersuchung

In der vorliegenden Studie wurde untersucht, inwieweit diese beiden intuitiven Vorstellungen bei angehenden Grundschullehrkräften vorliegen.

Zu Beginn des Semesters füllten 37 Studierende im Grundschullehramt (2. bis 8. Semester, überwiegend 4. Semester) einen Fragebogen zur Wahrscheinlichkeit aus, der auch den Equiprobability Bias und das Falk-Paradoxon adressiert.

In einer Aufgabe wurde den Studierenden ein Glücksrad präsentiert, bei dem die untere Hälfte in zwei, die obere Hälfte in drei gleich große Sektoren eingeteilt war (vgl. Rolfes & Fahse, 2019), mit einem Stern im mittleren der drei kleineren Sektoren. Die Studierenden wurden nach der Wahrscheinlichkeit für den Stern gefragt und anschließend nach der Erklärung, wie man auf die Antwort kommt.

In einer anderen Aufgabe wurde den Studierenden die oben präsentierte Frage zum Falk-Paradoxon gestellt und im Anschluss wurde ebenfalls nach einer Erklärung gefragt. Als Format wurden durchgehend offene Fragen gewählt.

Ergebnisse

Die Antworten der Studierenden auf die Frage zum Equiprobability Bias reichten von 1/8 bis 1/5 (Abb. 1).

Die meisten der angehenden Grundschullehrkräfte gaben die Wahrscheinlichkeit richtig an und begründeten sie über das Verhältnis der Fläche des Feldes mit dem Stern zum ganzen Glücksrad, wie zum Beispiel in dieser Antwort: „Wären alle Felder so groß, wie das des Sterns, hätte man 6 Felder. Davon ist allerdings nur auf einem der Stern.“ In einzelnen Fällen wurde jedoch der Equiprobability Bias sichtbar, wie beispielsweise bei einer Person, die als Antwort 1/5 gab und ihre Überlegung dazu so formulierte: „Die Scheibe hat insgesamt fünf Felder und den Stern gibt es einmal.“

Die Antworten der Studierenden auf die Frage zum Falk-Paradoxon bewegten sich im Bereich von 1/4 bis 1 (Abb. 2).

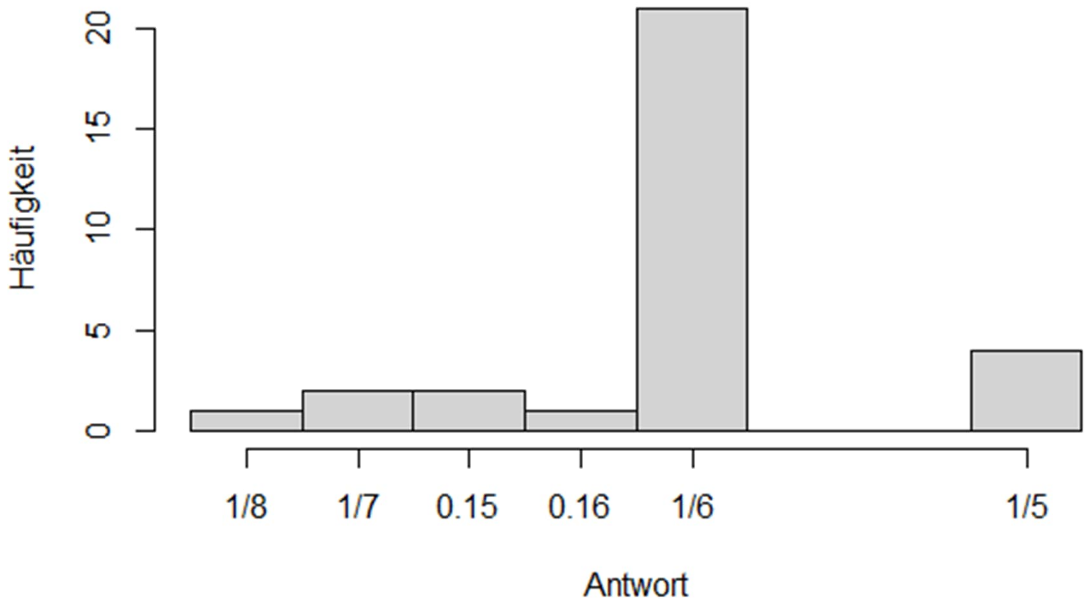

Abb. 1: Häufigkeit der Antworten bei der Frage zum Equiprobability Bias.

Diese Frage wurde lediglich von drei Studierenden richtig beantwortet, wie beispielsweise von einer Person, die ihre Begründung so verschriftlichte: „Eine weiße Kugel ist schon weg $\rightarrow$ nur noch schwarz, schwarz, weiß ist im Topf $\rightarrow$ 1 von 3 Kugeln ist weiß“. Die meisten Studierenden hingegen beantworteten die Frage mit 1/2 und bezogen sich in ihren Begründungen auf die Situation vor dem ersten Zug, wie in dieser Antwort explizit geschrieben wurde: „Beachte die zweite Kugel nicht und stell dir vor, du ziehst nur eine Kugel. Diese kann schwarz oder weiß sein. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist gleich groß.“

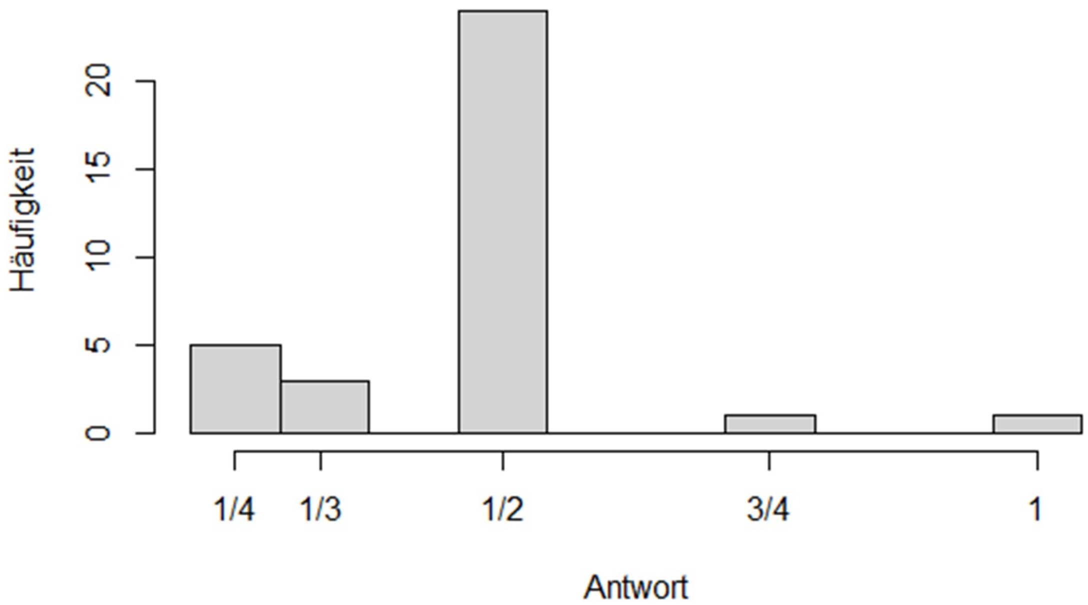

Abb. 2: Häufigkeit der Antworten bei der Frage zum Falk-Paradoxon.

Fazit

Es wurden zwei intuitive Vorstellungen zur Wahrscheinlichkeit bei Lehramtsstudierenden untersucht, der Equiprobability Bias und das Falk-Paradoxon. Dabei ergab sich ein uneindeutiges Bild.

Vor dem Hintergrund, dass Glücksräder als Zufallsgeneratoren auch in der Grundschule bereits eine Rolle spielen, ist es erfreulich, dass die meisten angehenden Grundschullehrkräfte die Frage zum Equiprobability Bias richtig beantworteten. Bei denjenigen, die sich nur an der Anzahl der Felder orientierten, wäre es interessant zu erfahren, wie sehr die Studierenden dem Equiprobability Bias tatsächlich verhaftet sind oder ob die falsche Antwort vielleicht der Testsituation geschuldet war.

Die Frage zum Falk-Paradoxon wurde hingegen nur in Einzelfällen richtig beantwortet; der Aspekt, dass die Wahrscheinlichkeit durch zusätzliche Informationen auch „rückwirkend" beeinflusst werden kann, scheint den Studierenden demnach nicht bewusst zu sein. Folgt man Batanero und Borovcnik (2016), so ist dieses Ergebnis als unerfreulich einzuschätzen, da die Studierenden anscheinend ihre schulischen Erfahrungen übergeneralisieren und Wahrscheinlichkeit als unveränderliches Merkmal eines Objekts oder einer Situation ansehen. Damit stellt sich die Frage, wie das Wahrscheinlichkeitsverständnis der Studierenden gefördert werden kann, so dass diese in ihrer zukünftigen Tätigkeit als Lehrkraft bei den Schüler*innen kein eingeschränktes Verständnis des Wahrscheinlichkeitsbegriffs anbahnen. Möglichkeiten einer solchen Förderung werden aktuell erarbeitet und zukünftig in Lehrveranstaltungen erprobt und evaluiert.

Literatur

Batanero, C. & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and Probability in High School.* SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst (2014). *LehrplanPLUS Grundschule. Lehrplan für die bayerische Grundschule.* https://www.lehrplanplus.bayern.de/sixcms/media.php/107/Lehrplan-PLUS%20Grundschule%20StMBW%20-%20Mai%202014.5317286.pdf

Falk, R. (1979). Revision of Probabilities and the Time Axis. In D. Tall (Hrsg.), *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (S. 64–66). Mathematics Education Research Centre Warwick Univ.

Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96–105.

Lecoutre, M.-P. (1992). Cognitive Models and Problem Spaces in "Purely Random" Situations. *Educational Studies in Mathematics, 23*(6), 557–568.

Rolfes, T. & Fahse, C. (2019). Zufallsphänomene erfassen: Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert und Variabilität. *Mathematik lehren, 213,* 2–7.