Julian PLACK, Siegen

Die Bedeutung der Mittelstufenmathematik zu Beginn eines Studiums im Ingenieurbereich

Seit einigen Jahren klagen Hochschullehrende über den Rückgang der Mathematikkenntnisse, welche die Studierenden aus der vorherigen Bildung mitbringen. Studiengänge im MINT-Bereich erfordern mathematisches Wissen, welches sich bei Erstsemesterstudierenden oftmals als unzureichend herausstellt (Koepf et al., 2019). Grundlegende Mathematikkenntnisse der Mittelstufe sind nicht mehr vorhanden und fehlen vor allem unter anderem in den Bereichen Bruchrechnung und Termumformungen (DMV, 2017).

In einer Studie beteiligen sich 95 Studierende der Mathematikveranstaltung der Ingenieurwissenschaften an einer selbstkonstruierten Lernstandserhebung zu Beginn des ersten Semesters. Diese besteht aus 14 Aufgaben der Schulmathematik, wobei fünf Aufgaben eindeutig der Mittelstufenmathematik angehören. Dabei wird darauf geachtet, ein möglichst großes Themenspektrum dieser Aufgaben abzuprüfen, was aus (i) dem Lösen einer Quadratischen Gleichung, (ii) einer Termumformung/Bruchrechenaufgabe, (iii) der Berechnung eines Winkels (hier: Mittelpunktwinkel, Prozentrechnung), (iv) der Änderung des Flächeninhalts am Dreieck, wenn eine Kathete verkürzt und die andere verlängert wird sowie (v) einer Anwendungsaufgabe zu Linearen Funktionen aus der Physik besteht. Gerade die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe sind unerlässlich und im Rahmen eines Vorkurses in ihrer Gesamtheit nicht aufholbar (DMV, 2017). Zwei Beispiele werden an dieser Stelle aufgezeigt. In einer Aufgabe ($\frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$) sollen die Studierenden eine Gleichung aus Variablen und Brüchen nach einer der Variablen umstellen (hier: R). Eine weitere Aufgabe ($6x^2 - 9x = 27$) befasst sich mit dem Lösen einer Quadratischen Gleichung, welche die Studierenden auf zwei unterschiedliche Weisen lösen sollen. In Aufgabenteil (a) soll diese unter Zuhilfenahme der p/q-Formel gelöst werden, bevor anschließend das Lösungsverfahren der (b) Quadratischen Ergänzung zum Einsatz kommen soll.

Die Auswertung der Lernstandserhebung zeigt im Allgemeinen, dass schulische Kenntnisse bei den Studierenden nicht in vollem Umfang vertreten sind. Von den 95 Teilnehmenden beträgt der prozentuale Mittelwert der Richtiglösungen der Lernstandserhebung 40,6 %, wovon das beste Ergebnis 76 %, das schlechteste Ergebnis 5 % umfasst.

Abel und Weber (2014) schreiben über eine Studie, die in einem Test im Multiple Choice Format seit 20 Jahren das Eingangswissen von Studienanfänger*innen testet. Sie können nachweisen, dass innerhalb dieser Zeit der

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Mittelwert richtig beantworteter Aufgaben des Tests von 58,7 % auf 46,1 % fällt. Des Weiteren stellen sie eine Aufgabe zur Bruchrechnung. 31 % von 504 Teilnehmenden halten die Gleichung $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ für richtig.

In der hier durchgeführten Lernstandserhebung wird die eingangs aufgezeigte vergleichbare Aufgabe ($\frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$) gestellt und es zeigen sich ähnliche Ergebnisse. Die Aufgabe zur Termumformung/Bruchrechnung bearbeitet mit 91 von 95 Personen ein Großteil der Studierenden, wohingegen nur 32 % diese Aufgabe richtig lösen.

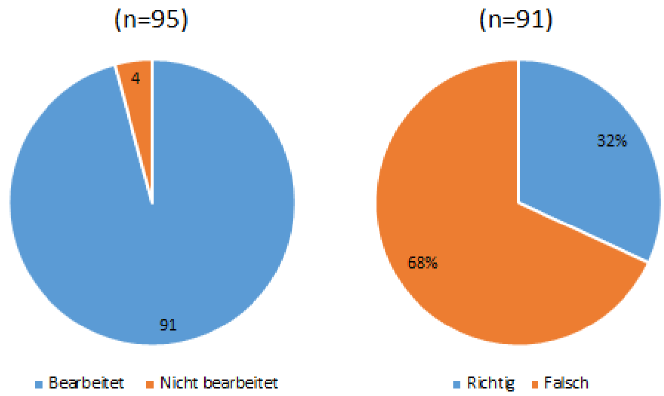

Abb. 1: Bearbeitungsquote, Richtiglösungen

Ein häufig gemachter Fehler ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Studierenden haben das Ziel, die Gleichung mit der Division durch Eins nach *R* umzustellen, statt auf beiden Seiten den Kehrwert zu bilden. Auf der linken Seite der Gleichung berechnen sie richtigerweise den Kehrwert, wohingegen sie auf der rechten Seite durch Eins dividieren.

Lösen Sie die Gleichung

$\frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ nach R auf.

Abb. 2: Aufgabe zur Termumformung/Bruchrechnung

Henn und Polaczek (2008) untersuchen den Zusammenhang zwischen Mathematikkenntnissen der Sekundarstufe I und dem Klausurerfolg in Form der Note in der Klausur im ersten Semester. Dabei stellt sich heraus, dass elementare Mathematik wie der Umgang mit Brüchen, aber auch mit Geradengleichungen einen erheblichen Einfluss auf die Note in der Klausur einnimmt.

Hoppe et al. (2014) sprechen einen ähnlichen Sachverhalt an. Detaillierte Analysen von Klausuren ergeben, dass Kenntnisse aus der Sekundarstufe I in Form von Brüchen, aber auch das Lösen von Gleichungen nicht mehr gewährleistet werden können.

Auch in dieser Lernstandserhebung sollen Studierende die oben dargestellte Quadratische Gleichung ($6x^2 - 9x = 27$) sowohl mittels p/q-Formel, als auch mittels Quadratischer Ergänzung lösen.

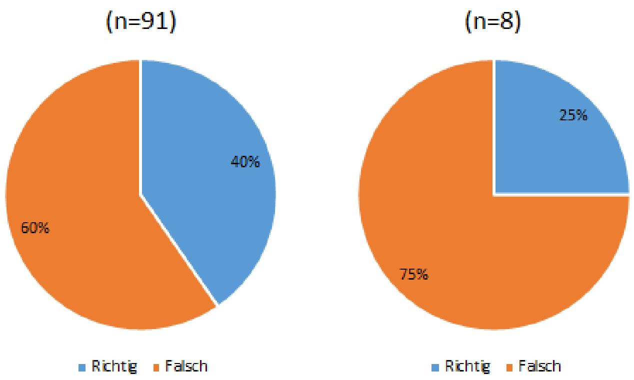

Abb. 3: Richtiglösungen der Teilaufgaben

Das linke Kreisdiagramm stellt die Erfolgsquote unter Zuhilfenahme der p/q-Formel dar. Diese Teilaufgabe bearbeiten nahezu allen Teilnehmenden, 60 % lösen diese falsch. Mit dem Hilfsmittel Quadratische Ergänzung bearbeiten nunmehr 8 von 95 Personen die Aufgabe. Darunter lösen sie nur 2 Personen richtig. Unter anderem gibt es Kommentare wie „Wurde mal unterrichtet, aber vergessen…“ oder „Kenne keine quadratische Ergänzung“.

Weitere Aufgaben der Mittelstufenmathematik zeigen ebenso unzureichende Kenntnisse auf. Beispielsweise wird im Hinblick auf die Berechnung eines Mittelpunktwinkels „Mittelpunktwinkel noch nie besprochen…“ von einer Person notiert. Des Weiteren werden bei derselben Aufgabe von Studierenden der Prozentsatz von 30 % mit dem Bruch $\frac{1}{3}$ sowie Kreise mit einem Winkel von 365° repräsentiert.

Bei der Überprüfung der Bearbeitungsquoten der Lernstandserhebung zu Beginn des ersten Semesters hinsichtlich der Aufgaben der Sekundarstufe I stellt sich heraus, dass diese erstaunlich gering sind. Die Richtiglösungen bzw. die durchschnittlich erreichten Punktzahlen dieser Aufgaben sind niedrig. Diese Studie zeigt, dass das Vorhandensein elementarer Mittelstufenmathematikkenntnisse seitens der Studierenden einen großen Einfluss auf das Ergebnis der Klausur am Ende des ersten Semesters nimmt. Dies stellt der Korrelationskoeffizient von r=-0,428 mit der Irrtumswahrscheinlichkeit von p=0,000 dar, wobei 68 Teilnehmende durch anonyme Kennungen zwischen

Lernstandserhebung und Klausur eindeutig zugeordnet werden können. Je höher die Punktzahlen in den Aufgaben der Sekundarstufe I sind, desto besser sind die Noten der Studierenden in der Klausur am Ende des Semesters.

In Anlehnung an die oben dargelegten Ergebnisse wird es als wichtig erachtet, dass Studierende zu Beginn des ersten Semesters den Vorkurs besuchen, um dadurch die Mathematikkenntnisse allen voran der Sekundarstufe I aufzufrischen. In diesem Zusammenhang könnte ein Einstiegstest vor dem Vorkurs maßgeblich sein, um konkret die Probleme bestimmter mathematischer Inhalte festzustellen und daraus resultierend die Vorkursinhalte anzupassen und gerade solche Themenbereiche explizit aufzugreifen. Das Ziel besteht darin, möglicherweise anstehende Schwierigkeiten in der Vorlesung als auch während der Bearbeitung der Übungs- und Tutoriumsaufgaben zu minimieren. Der Vorkurs sollte demnach noch nicht in die universitäre Mathematik einführen, sondern zunächst stoffliche Lücken schließen, die aus der vorherigen Schulbildung mitgebracht werden.

Literatur

Abel, H. & Weber, B. (2014). 28 Jahre Esslinger Modell - Studienanfänger und Mathematik. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. K. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber & T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 9–20). Springer Fachmedien.

DMV. (2017). *Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung - ein offener Brief*. http://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf

Henn, G. & Polaczek, C. (2008). Gute Vorkenntnisse verkürzen die Studienzeit. *Mathematikinformation, 49*, 46–50. http://www.mathematikinformation.info/pdf2/MI49Polaczek.pdf

Hoppe, D., Pätzold, T., Reimpell, M. & Sommer, A. (2014). Brückenkurs Mathematik an der FH Südwestfalen in Meschede - Erfahrungsbericht. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. K. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber & T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 165–180). Springer Fachmedien.

Koepf, W., Götze, F., Eichler, A. & Heckmann, G. (2019): *Mathematik: 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule – Hochschule*. http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Massnahmenkatalog_DMV_GDM_MNU.pdf