

Anna-Katharina POSCHKAMP, Lüneburg & Michael BESSER, Lüneburg

## **Bearbeitung mathematischer Problemlöseaufgaben unterstützt durch papier- und videobasierter Lösungsbeispiele**

### **Ausgangslage**

Mathematische Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten ist eine in den Bildungsstandards des Faches Mathematik verankerte und zu fördernde Kompetenz (KMK, 2003). Unter Problemlöseaufgaben werden jene Aufgaben verstanden, zu deren Bearbeitung geeignete Heuristiken zielführend auszuwählen wie auch anzuwenden sind (Bruder & Collet, 2011) und deren Bearbeitung idealtypisch entlang von spezifischen Problemlösephasen erfolgt. Heuristiken verstehen sich dabei als Werkzeug und machen eine Bearbeitung überhaupt erst möglich. Jene können in heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien unterschieden werden (Bruder & Collet, 2011).

Problemlöseaufgaben zu bearbeiten, wird von Schüler\*innen als überaus herausfordernd wahrgenommen, sodass diese, u. a. durch geeignete Lernmaterialien, in der Entwicklung ihrer Kompetenz, Problemlöseaufgaben zu bearbeiten, explizit zu unterstützen sind (Heinrich et al., 2015). Als ein solches Lernmaterial können etwa Lösungsbeispiele dienen – nehmen diese doch bereits einen elementaren Bestandteil im Mathematikunterricht ein (Antonini et al., 2011). Unmittelbar in Verbindung gebracht werden Lösungsbeispiele dabei jedoch zunächst insbesondere mit einer papierbasierten Erscheinungsform, beispielsweise als vollständig gelöste Musteraufgaben in Mathematikschulbüchern. Doch auch videobasiert als Erklärvideo können Lösungsbeispiele in Erscheinung treten (Hoogerheide et al., 2019).

Inwiefern Schüler\*innen durch papier- und videobasierte Lösungsbeispiele in der Entwicklung ihrer Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, überhaupt unterstützt werden können, ist allerdings weitestgehend unklar. Im Rahmen einer explorativen Untersuchung erfolgt daher innerhalb der hier vorgestellten Studie eine Auseinandersetzung mit folgender Forschungsfrage: Welche Veränderung des Bearbeitungserfolgs – als Indikator der Entwicklung der Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten – zeigt sich durch die Nutzung eines papier- bzw. eines videobasierten Lösungsbeispiels?

### **Methode**

Nach einer vorangegangenen Auswahltestung erfolgte im Mai und Juni 2021 die Durchführung einer quasiexperimentellen Laboruntersuchung mit  $n=33$  Schüler\*innen der 5. und 6. Jahrgangsstufe von Gymnasien und Gesamtschulen. Zur parallelisierten Zuteilung auf zwei Treatmentgruppen (TG 1:

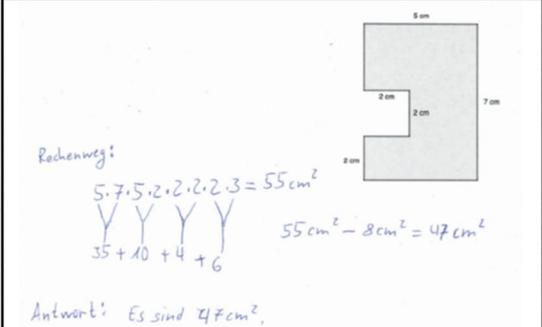
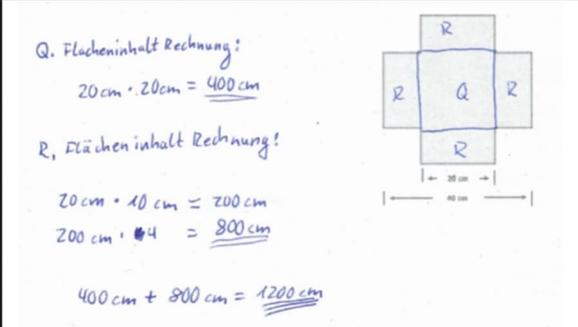
papierbasiertes Lösungsbeispiel; TG 2: videobasiertes Lösungsbeispiel) erfolgte im Vorfeld die selbstständige Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe zur Berechnung eines Flächeninhalts. Hieran anschließend folgte in TG 1 von 16 Schüler\*innen die Auseinandersetzung mit einem papierbasierten Lösungsbeispiel und in TG 2 von 17 Schüler\*innen die Auseinandersetzung mit einem Erklärvideo als videobasiertem Lösungsbeispiel. In beiden Treatmentgruppen schloss sich dann unmittelbar die selbstständige Bearbeitung einer weiteren Problemlöseaufgabe an. Der gesamte Bearbeitungsprozess wurde videografiert, zur Analyse des Bearbeitungserfolgs wurde – im Kontext einer qualitativen Inhaltsanalyse – maßgeblich ein Kategoriensystem nach Rott (2013) adaptiert, das für die eigenen Analysezwecke gezielt weiterentwickelt wurde. Codiert wurde der Bearbeitungserfolg wie folgt: (0) keine Bewertung möglich (z. B. weil keine Bearbeitung erfolgte), (1) keine erfolgreiche Bearbeitung (z. B. weil eine Umfangberechnung vorgenommen wurde), (2) kaum erfolgreiche Bearbeitung (z. B. weil die eigentlich zielführende Bearbeitung abgebrochen wurde oder Rechenfehler in mehr als einem Teilrechenschritt erfolgten), (3) eher erfolgreiche Bearbeitung (z. B. wenn sich bei einer sonst vollständigen und zielführenden Bearbeitung in einem Teilrechenschritt mit Ausnahme von Folgefehlern verrechnet wurde), (4) überwiegend erfolgreiche Bearbeitung (z. B. bei falschen oder fehlenden Maßeinheiten, bei einer ansonsten rechnerisch korrekten Bearbeitung) und (5) erfolgreiche Bearbeitung (bei vollständig korrekter Bearbeitung). Zusammenfassend steht/ stehen die Kategorien (0) und (1) für keine erfolgreiche Bearbeitung, die Kategorie (2) für eine kaum erfolgreiche Bearbeitung und die Kategorien (3), (4), (5) für eine (eher) erfolgreiche Bearbeitung von Problemlöseaufgaben.

## **Ergebnisse**

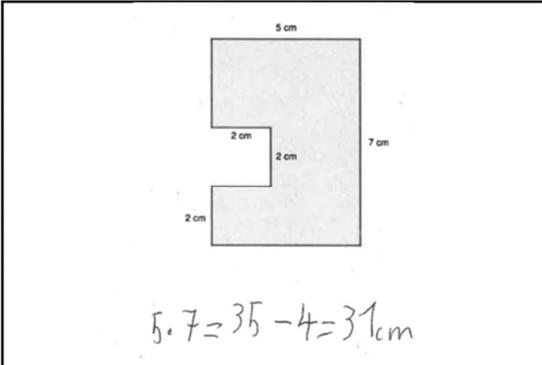
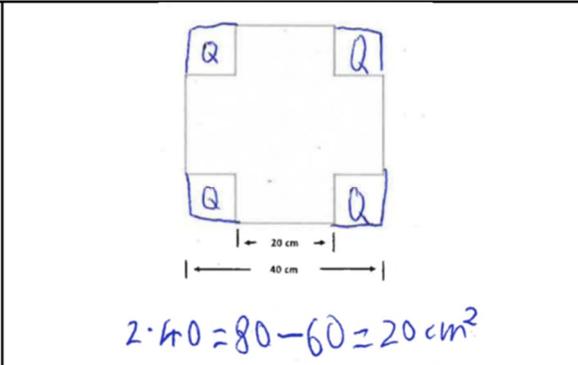
In der Treatmentgruppe TG 1 haben vor Ansicht eines Lösungsbeispiels insgesamt 12 Schüler\*innen eine Problemlöseaufgabe (eher) erfolgreich und vier Schüler\*innen nicht erfolgreich bearbeitet. Von den 12 (eher) erfolgreichen Bearbeitungen verschlechtern sich drei Schüler\*innen (25,00%) zu einer kaum erfolgreichen Bearbeitung. Von den vier nicht erfolgreichen Schüler\*innen verbesserten sich hingegen zwei Schüler\*innen (50,00%) zu einer (eher) erfolgreichen Bearbeitung. In der Treatmentgruppe TG 2 haben vor Nutzung eines videobasierten Lösungsbeispiels ebenfalls insgesamt 12 Schüler\*innen eine Problemlöseaufgabe (eher) erfolgreich bearbeitet, wohingegen fünf Schüler\*innen eine nicht erfolgreiche Bearbeitung erzielten. Von den 12 (eher) erfolgreichen Bearbeitungen verschlechterten sich vier Schüler\*innen (33,33%), wovon sich eine zu einer kaum und drei zu einer

nicht erfolgreichen Bearbeitung verschlechterten. Von den fünf nicht erfolgreichen Bearbeitungen verbesserten sich zwei Schüler\*innen (40,00%), wovon sich eine zu einer kaum und einer zu einer (eher) erfolgreichen Bearbeitung verbesserten.

Exemplarisch veranschaulichen Abb. 1 (Verbesserung) und Abb. 2 (Verschlechterung) die identifizierten Veränderungen des Bearbeitungserfolgs.

 <p>Rechenweg:  <math>5 \cdot 7 = 35</math>  <math>2 \cdot 2 = 4</math>  <math>2 \cdot 2 = 4</math>  <math>3 \cdot 3 = 9</math>  <math>35 + 4 + 4 + 9 = 52</math>  <math>52 - 5 = 47</math>      Antwort: Es sind 47 cm<sup>2</sup>.</p>	 <p>Q, Flächeninhalt Rechnung:  <math>20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}</math>      R, Flächeninhalt Rechnung:  <math>20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}</math>  <math>200 \text{ cm} \cdot 4 = 800 \text{ cm}</math>  <math>400 \text{ cm} + 800 \text{ cm} = 1200 \text{ cm}</math></p>
---	--

**Abb. 1:** Verbesserung des Bearbeitungserfolgs in TG 1

 <p><math>5 \cdot 7 = 35 - 4 = 31 \text{ cm}</math></p>	 <p><math>2 \cdot 40 = 80 - 60 = 20 \text{ cm}^2</math></p>
---	--

**Abb. 2:** Verschlechterung des Bearbeitungserfolgs in TG 2

Während bei der nicht erfolgreichen Bearbeitung links in Abb. 1 vor Ansicht eines papierbasierten Lösungsbeispiels scheinbar Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung miteinander vermischt wurden (Multiplikation aller Seitenlängen) und darüber hinaus die Multiplikation selbst nicht korrekt vorgenommen wurde, so lässt sich in Abb.1 rechts nach Ansicht des Lösungsbeispiels die Auswahl und Anwendung von Heuristiken ebenso erkennen wie auch ein Durchlaufen von Problemlösephasen. Bis auf die Angabe von Maßeinheiten (cm anstatt cm<sup>2</sup>) erfolgte die Bearbeitung erfolgreich. Die links in Abb. 2 überwiegend erfolgreiche Bearbeitung vor Ansicht eines videobasierten Lösungsbeispiels lässt die gewählten Heuristiken implizit erkennen. Allerdings wurden Teilrechen Schritte nicht vollständig verschriftlicht und auch Maßeinheiten nicht korrekt bzw. nicht vollständig angegeben. Nach Ansicht

des Lösungsbeispiels erfolgte in Abb. 2 rechts keine erfolgreiche Bearbeitung, da kein Teilrechen-schritt zur Ermittlung des Flächeninhalts korrekt erfolgte.

## Diskussion

Erste Ergebnisse zeigen, dass sich nach Ansicht eines papierbasierten bzw. videobasierten Lösungsbeispiels sowohl Schüler\*innen in ihrem Bearbeitungserfolg verbesserten als auch verschlechterten, sodass die Ansicht eines Lösungsbeispiels insbesondere für diejenigen, welche sich in ihrem Bearbeitungserfolg verschlechterten, kein unterstützendes Lernmaterial darstellte. Diejenigen Schüler\*innen, die sich in ihrem Bearbeitungserfolgs verbesserten, fanden insbesondere Unterstützung in der zielführenden Auswahl wie auch Anwendung von Heuristiken sowie in einem strukturierten Durchlaufen von Problemlösephasen. Von besonderem Interesse dabei ist, worin diese Unterstützung bzw. Nichtunterstützung begründet ist, was in derzeit stattfindenden Auswertungen analysiert wird.

## Literatur

- Antonini, S., Presmeg, N., Mariotti, M. A. & Zaslavsky, O. (2011). On examples in mathematical thinking and learning. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 43(2), 191–194. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0334-5>
- Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Cornelsen Scriptor.
- Heinrich, F., Bruder, R. & Bauer, C. (2015). Problemlösen lernen. In R. Bruder, L. Heffendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 279–301). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_10)
- Hoogerheide, V., Renkl, A., Fiorella, L., Paas, F. & van Gog, T. (2019). Enhancing example-based learning: Teaching on video increases arousal and improves problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 111(1), 45–56. <https://doi.org/10.1037/edu0000272>
- KMK. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Luchterhand.
- Rott, B. (2013). *Mathematisches Problemlösen. Ergebnisse einer empirischen Studie*. WTM.