

Kyra RENFTEL, Lüneburg, Fynn TÖLLNER, Lüneburg,  
Michael BESSER, Lüneburg & Poldi KUHL, Lüneburg

## **Analyse von Lernmaterialien zum „Satz des Pythagoras“ für einen inklusiven Mathematikunterricht in der Sek. I**

Aktuelle bildungspolitische Diskurse bedingen ergänzend zur Kompetenzorientierung (KMK, 2003) einen inklusiven Fachunterricht (UN-Behinderterrechtskonvention). Die Auseinandersetzung mit der Heterogenität der Schüler\*innen ist präsenster Bestandteil des schulischen Alltags und damit auch des Mathematikunterrichts. Ein angemessener Umgang mit dieser Heterogenität ergibt sich im Mathematikunterricht u. a. aus einer gezielten Auswahl von (Lern-)Aufgaben. Denn: Aufgaben kommt in Lehr-Lern-Prozessen als Ausgangspunkt mathematischer Handlungen sowohl auf Schüler\*innen- als auch Lehrendenebene eine entscheidende Rolle zu (Büchter & Leuders, 2005). Aus fachdidaktischer Sicht ist es daher elementar, mit Blick auf das Gelingen eines inklusiven Mathematikunterrichts für leistungsheterogene Lerngruppen mögliche Potentiale mathematischer (Lern-)Aufgaben insbesondere auch in denjenigen Materialien zu analysieren, die im Unterricht explizit zum Einsatz kommen. Im Rahmen des vom BMBF geförderten Projektes „Lernprozessbegleitende Diagnostik und lernförderliche Leistungsrückmeldung im inklusiven Fachunterricht“ (LERN-IF) wird diesem Anliegen nachgegangen und es werden Lernmaterialien für niedersächsische Oberschulen hinsichtlich ihrer Aufgabenqualität zum mathematischen Themenschwerpunkt „Satz des Pythagoras“ untersucht.

### **Theoretischer Hintergrund**

Als eine der drei Basisdimensionen eines qualitativ hochwertigen Unterrichts in Mathematik zählt die kognitive Aktivierung (Klieme et al., 2006), die auch als eines der elementaren Qualitätsmerkmale von Aufgaben gilt. Kognitive Aktivierung bezeichnet die Weise, „in der eine Aufgabe Lernende zu einer aktiven, reflektierten Auseinandersetzung mit einem Gegenstand anregen kann“ (Leuders & Prediger, 2017, S. 106). Neben ihr stellt hierüber hinaus insbesondere auch die Verstehensorientierung, die im besten Fall zum Aufbau eines tragfähigen Verständnisses eines mathematischen Konzeptes führt, einen weiteren, zentralen Qualitätsaspekt von Aufgaben in einem differenzierenden Mathematikunterricht dar (Leuders & Prediger, 2017). Grundidee ist dabei, dass ein Unterricht, der kognitiv aktivierend ist, sei es durch den Unterricht an sich oder den gezielten Aufgabeneinsatz, maßgeblich zum Verstehen und zum Wissensaufbau von mathematischen Inhalten beiträgt (Drollinger-Vetter, 2011, S. 152). Um sowohl der Verstehensorientierung als auch der kognitiven Aktivierung als zentralen Qualitätsaspekten

eines differenzierenden Unterrichts gerecht zu werden, muss hierauf aufbauend in interdependierender Abhängigkeit diskutiert werden, was Lernende innerhalb eines mathematischen Konzeptes genau verstehen sollen und wie dieser Verstehensprozess bestmöglich angeregt werden kann (Leuders & Prediger, 2017, S. 107). Am Beispiel des „Satz des Pythagoras“ sei dies im Folgenden kurz erläutert:

- Drollinger-Vetter (2011) hebt mit Blick auf jenes „Was“ zunächst die Bedeutsamkeit geeigneter Verknüpfungen und Wechsel sowohl fachspezifischer *Verstehenselemente* als auch fachlicher *Repräsentationen* für den Wissensaufbau der Lernenden hervor. Diese Bedeutung geeigneter Wechsel zwischen mathematischen Darstellungsformen (sprachlich, formal, bildlich und handelnd) wird auch in der COACTIV-Studie als Moment kognitiver Aktivierung und damit als Potential zur Anregung von Verstehensprozessen aufgeführt.
- Mit Blick auf einen inklusiv zu denkenden Mathematikunterricht kann das „Wie“ auf der Basis fachdidaktischer Überlegungen außerdem wie folgt charakterisiert werden: Indem ein solcher Unterricht an individuelle Erfahrungen der Schüler\*innen anknüpft und Lernende durch *reale Lebensweltbezüge* als Beobachter\*innen ihrer eigenen Welt anspricht, wird nicht nur das Eingehen auf heterogene Lernbedürfnisse sondern ebenso und unmittelbar auch die Entwicklung eines Verständnisses, welches zu einem dauerhaft tragbaren sowie anwendbaren Wissen führen kann, unterstützt (Kahlert & Heimlich, 2012, S. 171–176). Zeitgleich regt die Entwicklung eigener Fragestellungen zu mathematischen Auseinandersetzungen innerhalb der Erschließung eines lebensnahen Realkontextes den Lernprozess der Lernenden in besonderem Maße an und bietet damit ein besonderes kognitives Aktivierungspotential (Büchter & Leuders, 2005, S. 85).

Zusammengefasst wissen wir somit, dass dem Verstehen in Mathematik eine enorme Relevanz innerhalb von Lehr-Lern-Prozessen zuzusprechen ist. Weniger bekannt ist hingegen, wie sich „Verstehen als Ziel von mathematischem Lernen“ in aktuell genutzten Lernmaterialien (für einen inklusiven Mathematikunterricht) widerspiegelt. Die vorliegende Studie untersucht daher im Sinne einer Potentialanalyse, inwieweit ausgewählte aber zentrale Qualitätsmerkmale von Aufgaben (hier: Vorkommen fachspezifischer Verstehenselemente, fachlicher Repräsentationen, realer Lebensweltbezüge) im Sinne der Verstehensorientierung und kognitiven Aktivierung innerhalb eines differenzierenden Mathematikunterrichts in aktuellen Mathematik-Lernmaterialien für einen inklusiven Mathematikunterricht in der Sek I vorzufinden sind.

## Methodisches Vorgehen

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde eine Studie durchgeführt, in der im inklusiven Fachunterricht eingesetzte Aufgaben bzgl. derer Potentiale für inklusive Lehr-Lern-Settings untersucht wurden. Hierzu wurden insgesamt 148 Aufgaben – exemplarisch zum Themenfeld „Satz des Pythagoras“ der 9. und 10. Jahrgangsstufen in Bildungsgängen für den Mittleren Schulabschluss – aus drei gängigen Lehrwerken, die im inklusiven Mathematikunterricht niedersächsischer Oberschulen eingesetzt werden, analysiert. Für diese Analyse wurden Kategorisierungsschemata erstellt, die sich auf die zuvor erwähnten Qualitätsaspekte von Aufgaben innerhalb eines differenzierenden Mathematikunterrichts beziehen: was Schüler\*innen genau verstehen sollen und wie dies bestmöglich angestoßen wird (Leuders & Prediger, 2017). Der vorliegende Beitrag orientiert sich demnach zum einen am Vorkommen zentraler Verstehenselemente – wie etwa dem Seiten- bzw. Flächeninhaltsaspekt des Satzes – und fachlicher Repräsentationen nach Drollinger-Vetter (2011). Zum anderen wurde untersucht, in welcher Form sich reale (bzw. künstliche) Lebensweltbezüge in den Aufgaben widerspiegeln und inwieweit die Aufgaben damit ein besonderes kognitives Aktivierungs- und Verstehenspotential (im Sinne individueller Lebensweltbezüge) bieten.

## Erste Ergebnisse und Ausblick

Die Untersuchung zeigte auf, dass Voraussetzungen für ein grundlegendes Verständnis des fachlichen Konzeptes „Satz des Pythagoras“ für alle Schüler\*innen eines inklusiven Unterrichts generell gegeben sind. Die sich an Drollinger-Vetter (2011) orientierenden „zentralen Verstehenselemente“, die zum Aufbau eines tragfähigen Verständnisses beitragen sollen, treten in allen Lernmaterialien auf (Tab. 1), die Häufigkeiten sind jedoch keineswegs gleich verteilt. So kommen bspw. einige Verstehenselemente sowie fachliche Repräsentationen kaum oder deutlich weniger als andere vor.

Lehrwerke	Lebensweltbezug (LWB)			Fachliche Repräsentationen				Verstehenselemente*						Gesamtzahl der Aufgaben
	kein LWB	künstl. LWB	realer LWB	bildlich	formal	sprachlich	handelnd	1)	2)	3)	4)	5)	6)	
Schulbuch	29	5	0	2	3	1	1	20	9	0	21	4	2	34
Arbeitsheft	10	6	0	1	5	0	0	12	5	0	14	2	0	16
Zusatzmaterial	80	18	0	11	4	1	3	58	19	19	60	21	9	98
Anzahl der Aufgaben	119	29	0	14	12	2	4	90	33	19	95	26	11	148

\* Verstehenselemente: 1) Rechtwinklige Dreiecke stehen im Zentrum, 2) Es geht um zwei verschiedene Seiten, 3) Bezeichnungen der Seiten basieren auf unterschiedlichen Buchstaben, 4) Der Seitenaspekt steht im Fokus der Aufgabe, 5) Der Flächeninhaltsaspekt steht im Fokus der Aufgabe, 6) Verknüpfung des Seiten- und Flächeninhaltsaspektes

**Tab. 17:** Übersicht über das Vorkommen einzelner Kategorisierungsaspekte

Die weitere Betrachtung der Lehrwerke unter Berücksichtigung des Vorkommens realer Lebensweltbezüge ergab hingegen ein sehr einheitliches Bild. Diese gehen nicht (bzw. kaum) über einen rein künstlich geschaffenen Realkontext hinaus, so dass letztlich konstatiert werden kann, dass diese überwiegend rein innermathematisches, technisches Arbeiten in den Fokus rücken und echte Lebensweltbezüge nicht stattfinden (Tab. 1).

Die bisherigen Ergebnisse der Studie und die keineswegs vollumfänglich gegebene Qualität von Aufgaben lassen es fraglich erscheinen, inwieweit solche Lehrwerke, die explizit für einen inklusiven Mathematikunterricht konzipiert wurden, tatsächliche kognitive Aktivierung hervorrufen und Verstehensprozesse im individuellen Lernprozess unterstützen. Dies gilt umso mehr, wenn berücksichtigt wird, dass Lehrwerke ein zentrales Moment des Lehrens und Lernens in Schule sind. Da in dieser Studie jedoch der tatsächliche unterrichtliche Einsatz der analysierten Aufgaben unberücksichtigt bleibt, wird die bisherige Dokumentenanalyse im weiteren Verlauf des Projektes LERN-IF um Interviews mit Lehrkräften sowie Beobachtungen des Unterrichts ergänzt, um bessere Einblicke in die schulische Praxis eines inklusiven Mathematikunterrichts zu erhalten.

## Literatur

- Büchter, A. & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen*. Cornelsen.
- Drollinger – Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von Verstehensprozessen im Unterricht*. Waxmann.
- Kahlert, J. & Heimlich, U. (2012). Inklusionsdidaktische Netze. Konturen eines Unterrichts für alle (dargestellt am Beispiel des Sachunterrichts). In U. Heimlich & J. Kahlert (Hrsg.), *Inklusion in Schule und Unterricht. Wege zur Bildung für alle* (S. 153–190). Kohlhammer.
- Klieme, E., Lipowsky, F., Rakoczy, K. & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und ausgewählte Ergebnisse des Projektes "Pythagoras". In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 127–146). Waxmann.
- Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2003). *Bildungsstandards. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss: Beschluss vom 4.12.2003*. Luchterhand.
- Leuders, T. & Prediger, S. (2017). *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht* (2. Aufl.). Cornelsen.
- UN-BRK (2008). Gesetz zu dem Übereinkommen der Vereinten Nationen vom 13. Dezember 2006 über die Rechte von Menschen mit Behinderungen (UN-Behindertenrechtskonvention, UN-BRK) vom 21. 12. 2008., § 2 (2008).