

Benedikt WEYGANDT, Berlin

Von einem, der auszog, mathematische Weltbilder zu erweitern

Aufbauend auf den Impulsen aus dem Projekt *Mathematik Neu Denken* (Beutelspacher et al., 2012) wurde auch an der Goethe-Universität Frankfurt die gymnasiale Lehramtsausbildung im Fach Mathematik umgestaltet. Den Kern der Reform bildete dabei die neu konzipierte Vorlesung *Entstehungsprozesse von Mathematik* (siehe Weygandt, 2018; 2021): Diese Veranstaltung knüpfte inhaltlich an die Vorlesung Analysis I an und legte durch eine genetische Herangehensweise den Fokus auf die (Nach-)Entdeckung fachmathematischer Inhalte und die Vermittlung mathematischer Arbeitsweisen (Weygandt & Oldenburg, 2014; 2018). Die Studierenden lernten Mathematik als ein menschliches Produkt kennen und erlangten tiefer gehendes Konzeptverständnis. Die für sie ‚neue‘ Hochschulmathematik wurde eigentätig und in kooperativer Kleingruppenarbeit erkundet, wobei genuine mathematische Arbeitsweisen als eigener Lerngegenstand in den Mittelpunkt rückten. Insgesamt sollten Studierende stärker als zuvor die Gelegenheit bekommen, im Rahmen einer für sie bedarfsgerechten Fachausbildung ein facettenreiches und tragfähiges mathematisches Weltbild aufzubauen. In diesem Beitrag werden ausgewählte Ergebnisse der empirischen Begleitforschung des Projekts vorgestellt, für die ausführlichen methodischen Hintergründe sowie die Diskussion der Ergebnisse wird auf die entsprechenden Kapitel in Weygandt (2021) verwiesen.

Erhebungsinstrumente

Zur Operationalisierung der dem mathematischen Weltbild zu Grunde liegenden latenten Variablen wurde auf die vier Faktoren aus Grigutsch et al. (1998) zurückgegriffen. Zusätzlich wurden die in Weygandt (2021, S. 291) beschriebenen Faktoren in geschlossenen Fragebögen eingesetzt. Die Zustimmung zu den Items wurde mittels diskret gestufter Likert-Skalen (1: *stimmt gar nicht* – 5: *stimmt genau*) operationalisiert und die Faktorwerte als normierte Summenwerte der Items berechnet. Nachfolgend sind die verwendeten Faktoren mit jeweils einem Beispielitem aufgelistet:

- Formalismus-Aspekt (F): *Ganz wesentlich für die Mathematik sind ihre logische Strenge und Präzision, d. h. das »objektive« Denken.*
- Anwendungs-Charakter (A): *Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.*
- Schema-Orientierung (S): *Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.*

- Prozess-Charakter (P): *In der Mathematik kann man viele Dinge selber finden und ausprobieren.*
- Vernetzung/Struktur mathematischen Wissens (VS): *Mathematisches Wissen ist ein System von vielfältig miteinander verknüpften Begriffen.*
- Ergebniseffizienz (EE): *Beim Lernen von Mathematik sind nicht-zielführende Wege hinderlich.*
- Platonismus/Universalität mathematischer Erkenntnisse (PU): *Mathematik wurde vom Menschen entdeckt, aber nicht erfunden.*
- Ermessensspielraum bei der Formulierung von Mathematik (ES): *Bei der Definition eines Begriffs richtet man sich danach, was für einen selbst praktisch ist.*
- Mathematik als Produkt von Kreativität (K/KP): *Mathematik ist wie Kunst ein Ergebnis von Kreativität.*
- Mathematik als kreative Tätigkeit (KT): *Beim Beweisen kann man Dinge entdecken, die einem vorher selbst nicht bewusst waren.*
- Vielfalt an Lösungswegen in der Mathematik (VL): *Guten Mathematiker*innen fällt beim Problemlösen eine Vielzahl an (unterschiedlichen) Wegen ein.*

Für die beiden beforschten Vorlesungsdurchgänge wurden in Pre- und Posttests die Faktorwerte erhoben (Within-subject-Design, Stichprobenumfang im Durchgang 2014/2015 $n=30$ und im Durchgang 2013/2014 $n=15$). Die Mittelwertunterschiede wurden mittels t-Test auf statistische und praktische Bedeutsamkeit hin untersucht. Abb. 1 und 2 zeigen die Boxplots der jeweiligen Faktorwerte. Tab. 1 zeigt die Effektstärken der statistisch bedeutsamen Mittelwertunterschiede in den beiden Durchgängen.

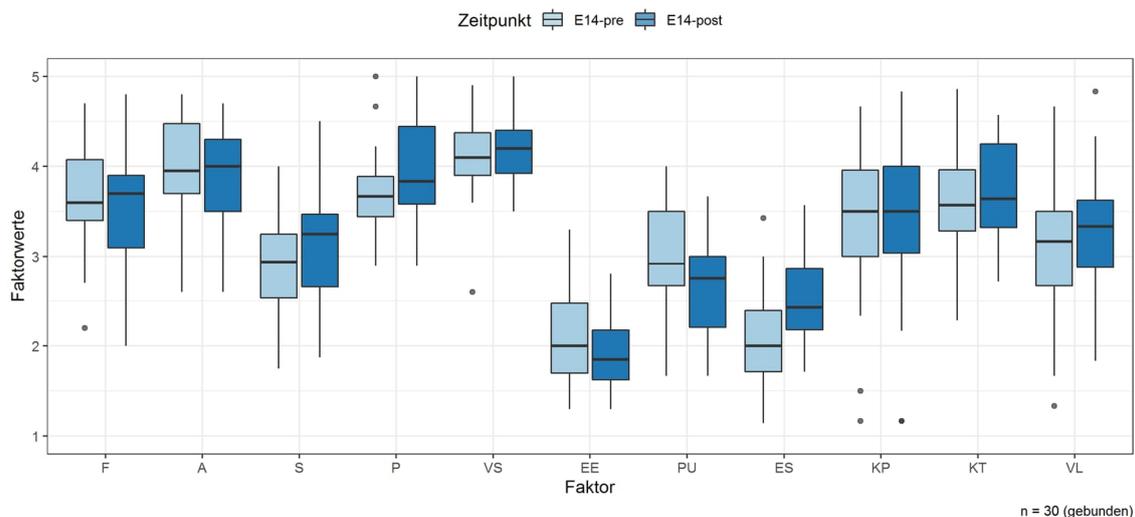


Abb. 1: Boxplots der Faktorwertverteilungen (pre/post) im Durchgang 2014/2015

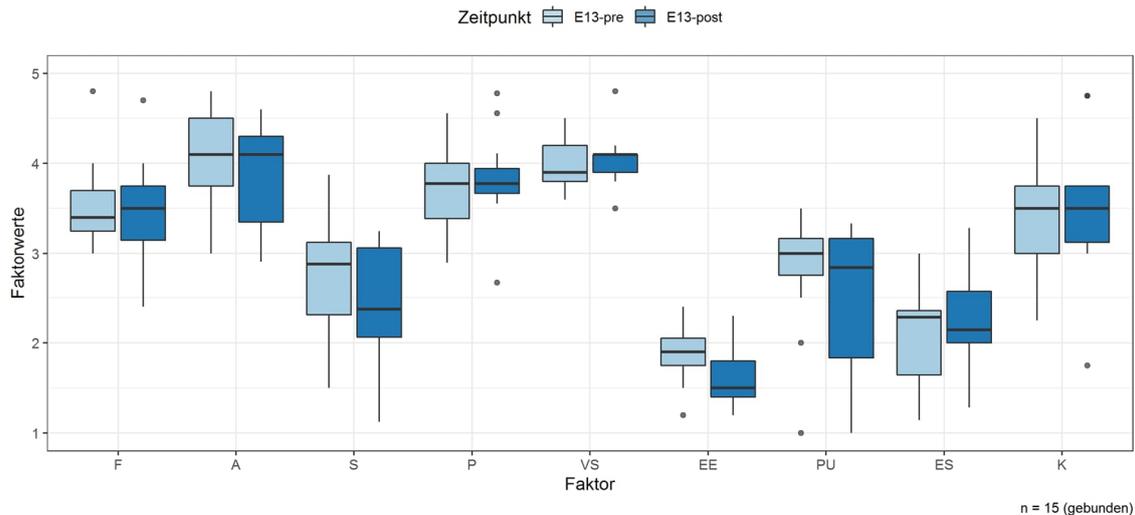


Abb. 2: Boxplots der Faktorwertverteilungen (pre/post) im Durchgang 2013/2014

Ergebnisse

Im Durchgang 2014/2015 ließen sich bei den Faktoren *P*, *EE* und *KT* jeweils schwache bis moderate Effekte nachweisen, hinzu kommt ein höchstsignifikanter starker Effekt beim Faktor *ES*. Weiterhin sind zwischen den Messzeitpunkten im Wintersemester 2013/2014 drei statistisch signifikante moderate Effekte in den Faktoren *EE*, *S* und *PU* nachweisbar. Anzumerken ist an dieser Stelle noch, dass die Lage der Faktormittelwerte in beiden Kohorten recht ähnlich ist (siehe Weygandt, 2021, S. 466).

Tab. 1: Übersicht bedeutsamer Mittelwertunterschiede und ihrer Effektstärken

Faktor	Durchgang 2014/2015				Durchgang 2013/2014		
	P	EE	ES	KT	S	EE	PU
M_{pre}	3.83	2.07	2.06	3.58	2.77	1.88	2.84
M_{post}	3.92	1.9	2.51	3.73	2.46	1.64	2.44
Δ	0.19	-0.17	0.45	0.16	-0.32	-0.24	-0.40
p	.036	.046	<.001	.048	.017	.035	.042
Hedges' g_{av}	0.37	-0.37	0.86	0.27	-0.48	-0.73	-0.53

p: p Wert des paired t-Tests. g_{av} : Effektstärke Hedges' g_{av} mit gemittelter Varianz.

Bei den Faktoren *P*, *PU*, *ES*, *EE*, *KT* ließ sich in mindestens einem der Durchgänge eine signifikante Veränderung nachweisen, während sich bei den Faktoren *F*, *A*, *VS* sowie *KP* keine bedeutsamen Veränderungen ergaben. Grob zusammengefasst ergibt sich damit folgendes Bild: Über die beiden Vorlesungsdurchgänge hinweg lassen sich Veränderungen bei all jenen Faktoren ausmachen, die Mathematik in irgendeiner Weise mit der eigenen

Person verbinden und menschliches Verhalten als Teil der Mathematik berücksichtigen. Zugleich lassen sich die übrigen vier Faktoren darüber klassifizieren, dass diese eher der Mathematik inhärente Aspekte erfassen. Diese Unterteilung ist indes nicht neu, die Linie verläuft erneut entlang der Unterscheidung zwischen Produkt und Prozess und tritt hier auf einer weiteren Ebene zutage: Mathematik ist entsprechend formal, vernetzt, kreativ und besitzt vielfältige Anwendungen, während der Prozess des Mathematiktreibens originelle Einfälle benötigt, menschlichen Einflüssen unterliegt und gelegentlich in Sackgassen mündet (Weygandt, 2021, S. 467).

Fazit

Durch die Vorlesung konnten folglich Impulse für die mathematischen Weltbilder der Lehramtsstudierenden gegeben werden. Insbesondere sind deren Ausprägungen nicht unveränderlich, eine Einflussnahme auf die Beliefs ist auch bei fortgeschrittenen Studierenden innerhalb eines Semesters möglich. Da am Übergang von der Schule zur Hochschule ohnehin ein Umbruch stattfindet, kann – und sollte – diese Schnittstelle daher als eine Gelegenheit gesehen werden, das durch die universitäre Lehre ausprägende Bild der Wissenschaft Mathematik nicht allein dem Zufall zu überlassen.

Literatur

- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S. & Wickel, G. (2012). *Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten*. Vieweg+Teubner. <https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8250-9>
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(1), 3–45. <https://doi.org/10.1007/BF03338859>
- Weygandt, B. (2018). Mathematik entdecken lernen am Übergang Schule-Hochschule: Ein Plädoyer für eine Hochschul-Stoffdidaktik Mathematik. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 1321–1324). WTM-Verlag. <https://doi.org/10.17877/DE290R-18738>
- Weygandt, B. (2021). *Mathematische Weltbilder weiter denken: Empirische Untersuchung des Mathematikbildes von Lehramtsstudierenden am Übergang Schule-Hochschule sowie dessen Veränderungen durch eine hochschuldidaktische Mathematikvorlesung*. Springer Fachmedien. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-34662-1>
- Weygandt, B. & Oldenburg, R. (2014). Weltbilder von Lehramtsstudierenden zur genetischen Sicht auf Mathematik. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (Bd. 2, S. 1307–1310). WTM-Verlag. <https://doi.org/10.17877/DE290R-1014>
- Weygandt, B. & Oldenburg, R. (2018). Neue Aufgaben in alten Schläuchen: Wie die Fachwissenschaft zusammen mit der Hochschulmathematikdidaktik zu neuen Aufgabenformaten kommt. In P. Bender & T. Wassong (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1975–1978). WTM-Verlag. <https://doi.org/10.17877/DE290R-19776>