

Johanna WIESER, Klagenfurt a. W. (Österreich)

## Besondere Schwierigkeiten beim Erlernen der Grundrechenarten in der Sekundarstufe I

Im Zuge zunehmender Standardisierungsmaßnahmen und Studien über den Lernerfolg von Pflichtschüler\*innen im nationalen und internationalen Vergleich sind Verständnisdefizite im mathematischen Basisstoff verstärkt in den Fokus des wissenschaftlichen Interesses geraten. Sogenannte „besondere Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens“ (Lenart, 2003, S. 7) werden häufig auch als „Rechenschwäche“, „Rechenstörung“, „Dyskalkulie“ o. Ä. bezeichnet (z.B. Lorenz, 2008; Gaidoschik, 2006). Aktuelle Forschung befasst sich überwiegend mit der (früh-)kindlichen Kognition und Zahlentwicklung oder dem Primarstufenunterricht. Damit wird der Fokus auf Präventionsmaßnahmen und weniger auf Interventionsmaßnahmen gelegt. Es hat sich gezeigt, dass einige Kinder auch noch in der Sekundarstufe Schwierigkeiten mit dem mathematischen Basisstoff haben und daher entsprechende (Förder-)Maßnahmen auch in diesen Schulstufen erforderlich sind.

### Häufig beobachtbare Fehlvorstellungen

Besondere Schwierigkeiten beim Erlernen der Grundrechenarten lassen sich meist auf ein nur unvollständig ausgebildetes Verständnis dreier zentraler mathematischer Vorstellungen zurückführen: auf ein fehlendes kardinales Zahlenverständnis, mangelnde Kenntnis des Stellenwertsystems und ein unzureichendes Operationsverständnis (z. B. Götze et al., 2020). Für Sekundarstufenschüler\*innen ist das fehlende Stellenwertverständnis eine zentrale Hürde beim Erlernen der Zahlbereichserweiterungen (z. B. der ganzen oder rationalen Zahlen) sowie für Zahlvergleiche und das Erkennen von Zahlbeziehungen (Schöttler, 2019, S. 64–66).

Abbildung 1 zeigt exemplarisch, wie sich solche Schwierigkeiten äußern können. Es handelt sich um Schüler\*innenlösungen aus der 7. Schulstufe einer österreichischen Mittelschule bei einer Wiederholung der Grundrechenarten im Zahlbereich der natürlichen Zahlen.

60 : 4  
6 : 4 = 1,5  
0 : 4 = 0  
= 1,5

8 2 5  
9 8  
8 1 1 4

**Abb. 1:** Fehlendes Stellenwertverständnis (Wieser, 2021, S. 143)

Im ersten Beispiel soll das Prinzip des halbschriftlichen Dividierens angewandt werden. Dafür soll die Zahl 60 so zerlegt werden, dass jeweils ein sinnvoller Dividend gefunden wird (in diesem Fall z. B. 40 und 20 für die Rechnungen  $40 : 4$  und  $20 : 4$ ). Das Kind fasst die Zahl 60 jedoch lediglich als eine Aneinanderreihung der Ziffern 6 und 0 auf. Ihm fehlt das Verständnis über den dezimalen Aufbau (sechs Zehner, null Einer). Auch das zweite Beispiel illustriert dieses Zifferndenken. Die beiden Summanden setzen sich im Denken des Kindes wiederum aus den einzelnen Ziffern zusammen, die als eigenständige Zahlen betrachtet werden. So kommt es, dass beim Zehnerübergang die Stellenerweiterung und das Bündelungsprinzip nicht beachtet werden (Wieser, 2021, S. 143–144).

Die obigen Beispiele verdeutlichen, dass den Kindern zentrale Grundvorstellungen über das Dezimalsystem fehlen. In einigen Fällen werden sich diese Probleme jedoch nicht auf den ersten Blick zeigen. Viele Kinder haben Strategien entwickelt, um ihre Schwierigkeiten zu kaschieren. Sie haben zahlreiche Algorithmen auswendig gelernt und können „Routineaufgaben“ fehlerfrei lösen. Diese Fertigkeiten implizieren jedoch kein gesichertes Verständnis, welches für das Einführen neuer Stellenwerte (z. B. bei den Dezimalbrüchen) von zentraler Bedeutung ist (Schöttler, 2019, S. 65). Doch wie soll ein Kind das Rechnen mit Dezimalbrüchen erlernen, wenn es dies noch nicht im Zahlenraum der natürlichen Zahlen beherrscht? Eine Analyse der Rechenwege ist daher unerlässlich, um fehlende Vorstellungen zu entdecken.

### **Diagnose von besonderen Schwierigkeiten in der Sekundarstufe I**

Am Beispiel der ganzen Zahlen wurde im Rahmen einer kleinen Stichprobe von 22 Schüler\*innen in der 7. Schulstufe einer städtischen Mittelschule in Österreich aufgezeigt, wie solche Probleme beiläufig bei der Bearbeitung eines Stoffgebiets der Sekundarstufe, der ganzen Zahlen, erkannt werden können. Dafür wurde ein Diagnoseinstrument in Form eines Aufgabenkatalogs entwickelt. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass sie möglichst eine Basiskompetenz (z. B. das Stellenwertverständnis) abprüfen. Für jede Aufgabe wurde analysiert, welche möglichen Fehler auf Unverständnisse des Dezimalsystems bzw. welche lediglich auf Unverständnisse im neuen Zahlenraum der ganzen Zahlen hindeuten (Wieser, 2021, S. 145–146). Mithilfe des Diagnoseinstruments soll ermittelt werden, über welche Kompetenzen die Kinder bereits verfügen und welche noch aufgearbeitet werden müssen. Es eignet sich für den Einsatz in der Klasse, wobei die Aufgaben in Einzelarbeit und ohne Hilfsmittel bearbeitet werden müssen.

Um die Aussagekraft des Diagnoseinstruments zu evaluieren, wurden alle teilnehmenden Kinder zusätzlich auf Basis des standardisierten Rechentest

BASIS-MATH 4-8 (Moser Opitz et al., 2010) interviewt. Die Ergebnisse stimmten in 19 von 22 Fällen überein. In den verbleibenden drei Fällen lag das Ergebnis mindestens in einem der beiden Tests im Toleranzbereich, also zwischen „Basisstoff erworben“ oder „nicht erworben“. Bei einer genauen Untersuchung der einzelnen Kompetenzen konnte jeweils eine einheitliche Diagnose gestellt werden, die mit der des entwickelten Aufgabenkatalogs übereinstimmte. Insgesamt konnte gezeigt werden, dass sich während der Behandlung eines Sekundarstufeninhalts feststellen lässt, ob ein Kind Verständnisdefizite im mathematischen Basisstoff (Moser Opitz, 2013) aufweist.

### **Ausblick: Dissertationsprojekt zur Aufarbeitung fehlender dezimaler Vorstellungen in der 5. Schulstufe**

Da der Aufbau des Stellenwertverständnisses dem Lehrplan der Primarstufe zuzuordnen ist, gibt es entsprechende Fördermaterialien überwiegend für diese Schulform. Für die Sekundarstufe sind sie nur spärlich vorhanden – Ausnahmen bilden beispielsweise Materialien aus dem Mathe-sicher-können-Projekt (z.B. Prediger et al., 2017) oder Anregungen und Ideen für die Aufarbeitung von Grundvorstellungen beim Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe (Schulz & Wartha, 2021).

Im Rahmen meines Dissertationsprojekts möchte ich im Schuljahr 2022/23 in einer 1. Klasse (5. Schulstufe) einer österreichischen Mittelschule im urbanen Raum erforschen, wie und inwieweit fehlende Vorstellungen zum Dezimalsystem bei der Bearbeitung arithmetischer Inhalte in der Sekundarstufe aufgearbeitet werden können. Dabei soll zunächst versucht werden, ermittelte Verständnisdefizite bei der Einführung eines neuen Inhalts (z. B. der Dezimalbrüche) zu thematisieren und durch gezielte Maßnahmen aufzuholen. Dort, wo Probleme durch die in der Klasse ergriffenen Maßnahmen nicht ausreichend abgefangen werden können, wird in zusätzlichen Förderstunden erneut versucht, diese zu beheben. Durch laufende Lernstandserhebungen, das Sichern von Schüler\*innenprodukten, Diagnosegespräche und das Führen eines Forschertagebuchs sollen der individuelle Lernprozess der Kinder und die Durchführung und Reflexion der erfolgten Maßnahmen genau dokumentiert werden. Ziel ist die Evaluierung, mit welchen Maßnahmen welche Fortschritte bei der Aufarbeitung fehlender dezimaler Vorstellungen erreicht werden können.

### **Literatur**

Gaidoschik, M. (2006). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern* (3. Aufl.). Persen.

- Götze, D., Selter, C. & Zannetin, E. (2020). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht* (2. Aufl.). Kallmeyer & Klett.
- Lenart, F. (2003). Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie: ein Problem im Spannungsfeld zwischen Pathologisierung und Verdrängung. In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Hrsg.), *Rechenschwäche. Rechenstörung. Dyskalkulie. Erkennung : Prävention : Förderung* (S. 7–15). Leykam.
- Lorenz, J. H. (2008). *Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche. Frühhinweise auf Rechenschwäche. Diagnostisches Verfahren* (5. Aufl.). Cornelsen Scriptor.
- Moser Opitz, E., Reussner, L., Moeri Müller, M., Anliker, B., Wittich, C. & Freese-mann, O. (2010). *Basis-Math 4-8. Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4-8. Manual*. Hans Huber.
- Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche / Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (2. Aufl.). Haupt.
- Prediger, S., Selter, C., Hußmann, S. & Nührenberger, M. (Hrsg.). (2017). *Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Bausteine. Sachrechnen: Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozente*. Cornelsen.
- Schöttler, C. (2019). *Deutung dezimaler Beziehungen. Epistemologische und partizipatorische Analysen von dyadischen Interaktionen im inklusiven Mathematikunterricht*. Springer Spektrum.
- Schulz, A. & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/Sekundarstufe. Grundvorstellungen aufbauen, festigen, vernetzen*. Springer Spektrum.
- Wieser, J. (2021). Rechenschwäche in der Sekundarstufe – am Beispiel der ganzen Zahlen. *Mathematik im Unterricht*, 12, 142–150.