

Felix WLASSAK, Leipzig

Welche Themen werden in den Übungsaufgaben der Analysis I behandelt?

Inhaltliche Steuerung von Grundvorlesungen

Die Vorlesungen Analysis I bzw. Lineare Algebra I sind im Übergang Schule-Hochschule bei klassischem Aufbau des Studiums die ersten Vorlesungen, die Studierende des gymnasialen Lehramts Mathematik und Fachstudierende besuchen (Gildehaus et al., 2021). Die Inhalte dieser Vorlesungen gelten nicht nur als grundlegend für die sich anschließenden Vorlesungen im zweiten Semester, sondern auch für weiterführende Module wie Gewöhnliche Differentialgleichungen, Algebra, Wahrscheinlichkeitstheorie oder Numerik. Fraglich ist jedoch, welche Inhalte in den grundlegenden Vorlesungen wirklich thematisiert werden und inwieweit Studierende zur aktiven Auseinandersetzung mit diesen Inhalten angeregt werden.

Während im schulischen Bereich über Lehrpläne und die Bildungsstandards zu behandelnde Inhalte konkretisiert werden, erfolgt eine administrative Steuerung von Vorlesungsinhalten der Studieneingangsphase über die Modulbeschreibungen der einzelnen Universitäten sowie Rahmen- bzw. Prüfungsordnungen der einzelnen Studiengänge (z.B. KMK, 2002; SMK, 2022). Da in den zentralen Dokumenten der Hochschuleite Inhalte nur sehr grob umrissen werden (z.B. für die Analysis „Funktionen“, „Differenzial- und Integralrechnung für eine und mehrere Variable“, vgl. SMK, 2022 §89) kann deren Einfluss auf die konkrete Ausgestaltung der Vorlesungen als eher gering eingeschätzt werden. Eine Beschreibung der Vorlesungsinhalte muss daher anhand von Dokumenten der einzelnen Vorlesungen erfolgen.

Übungsaufgaben als Mittel der Beschreibung behandelter Inhalte

Neben Übungsaufgaben sind vor allem Vorlesungsskripte wichtige Dokumente einzelner Vorlesungen. Allerdings stellen nicht alle Lehrpersonen Skripte zu denen von ihnen gehaltenen Vorlesungen zur Verfügung, sodass eine systematische Untersuchung von Vorlesungsskripten immer die Gefahr von Verzerrungseffekten birgt. Übungsaufgaben werden hingegen im Fach- bzw. gymnasialen Lehramtsstudium üblicherweise wöchentlich gestellt und in den meisten Fällen auch zum Zwecke der Klausurzulassung korrigiert und bewertet (Krapf & Liebendörfer, 2021). Den Übungsaufgaben kommt dabei im Lernprozess eine wichtige Rolle zu. Sie dienen dem Erwerb von prozessbezogenen Kompetenzen wie dem Argumentieren oder dem Problemlösen einerseits, sowie der aktiven Auseinandersetzung mit Vorlesungsinhalten andererseits. Die besondere Bedeutung der Übungsaufgaben zeigt sich auch

darin, dass der größte zeitliche Umfang des Selbststudiums mit der Bearbeitung von Übungsaufgaben verbunden ist (Göller, 2020). Übungsaufgaben stellen zudem eine subjektive Wichtung von den Lehrpersonen dar, die für einige Inhalte eine aktive Auseinandersetzung von den Studierenden fordern und andere, möglicherweise bewusst, ausklammern. Nicht zuletzt orientieren sich Studierende in Vorbereitung auf Modulabschlussklausuren häufig an den Übungsaufgaben. Aufgrund der großen Bedeutung der Übungsaufgaben im Rahmen individueller Lernprozesse informieren sie auch über die Bedeutung verschiedener Inhalte im Rahmen dieser Lernprozesse. In dieser Studie wird auf Aufgaben der Vorlesung Analysis I fokussiert, da zunächst größere begriffliche Überschneidungen mit dem schulischen Analysisunterricht zu erwarten sind und sich hier die Frage stellt, ob sich Probleme des Übergangs überhaupt aus inhaltlichen Brüchen ergeben.

Datensatz und Vorgehen

Für diese Untersuchung stehen die Übungsaufgaben von 8 Universitäten ($n=1237$) zur Verfügung. Alle Aufgaben entstammen zwei Arten von Vorlesungen (Gildehaus et al., 2021): dem „klassischen Typ“, welchen sowohl Fach- als auch gymnasiale Lehramtsstudierende besuchen, sowie „Vorlesungen ausschließlich für Fachstudierende“. Alle diese Vorlesungen finden zweimal wöchentlich statt und werden durch eine wöchentliche Übung mit verpflichtend abzugebenden Übungsaufgaben begleitet. Um die Aufgaben inhaltlich klassifizieren zu können, wurden induktiv Kategorien aus Analysis-I-Lehrbüchern gebildet (Kuckartz, 2018). Der Rückgriff auf Lehrbücher, die in mehreren Literaturlisten der Vorlesungen genannt wurden, erfolgte, da eine geringere inhaltliche Varianz in genutzten Lehrbüchern zu erwarten ist und so Kernthemen der Analysis I identifiziert werden können. Außerdem ist auch ein gewisser Steuerungseffekt von Lehrbüchern auf die Vorlesungen und insbesondere Übungsaufgaben zu erwarten.

So konnten insgesamt sieben Kernthemen der Analysis I identifiziert werden. Diese sind grundlegende mathematische Strukturen, Folgen, Reihen, Stetigkeit/spezielle Funktionen, Differentialrechnung, Integralrechnung und abstrakte Analysis. Etwas ausführlicher sollen das erst- und letztgenannte Thema erläutert werden. Als grundlegende mathematische Strukturen werden Inhalte aufgefasst, die als formale Grundlagen vor allem für das Thema Folgen genutzt werden. Hierunter fallen beispielsweise der Körper der reellen Zahlen, Abbildungen, das Prinzip der vollständigen Induktion oder Aussagenlogik. Teilthemen der abstrakten Analysis sind jene, welche über die Analysis im Körper der reellen Zahlen hinausgehen und auf allgemeinere Räume Bezug nehmen. Beispiele für Schwerpunkte in diesem Bereich sind Metriken und Normen, offene, abgeschlossene oder kompakte Mengen und

Fréchet-Differenzierbarkeit. Zu den fünf weiteren Kernthemen konnten ebenso Teilthemen induktiv gewonnen werden. Auf deren genauere Erläuterung muss jedoch aus Platzgründen verzichtet werden.

Ergebnisse

Das gewonnene Kategoriensystem wurde anhand der Sätze von Übungsserien erprobt. Die Kategorisierung erfolgte für zwei der Standorte mit zwei Ratern und erreichte sowohl hinsichtlich der Einordnung von Aufgaben in Kernthemen ($\kappa=0.921$) als auch in Teilthemen ($\kappa=0.888$) sehr gute Übereinstimmungswerte.

Tab. 1: Verteilung der Kernthemen nach Standorten und gesamt

Standort Thema	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Ge- samt
	Anteil in %								
Grundlegende math. Strukturen	41,1	20,2	55,6	61,3	53,3	31,3	22,0	56,2	43,2
Folgen	13,5	12,4	20,2	13,9	9,6	17,4	15,0	16,4	14,8
Reihen	11,9	12,4	8,4	11,0	0,0	10,4	9,4	16,4	10,2
Stetigkeit / spezi- elle Funktionen	15,7	25,3	11,2	4,0	29,6	14,8	22,8	11,0	16,4
Differentialrech- nung	0,0	15,7	3,4	0,0	0,0	9,6	24,4	0,0	6,1
Integralrechnung	0,0	11,8	0,0	0,0	0,0	5,2	6,4	0,0	2,8
Abstrakte Analysis	17,8	0,0	1,2	9,8	7,5	5,2	0,0	0,0	5,8
Sonstiges	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,1	0,0	0,0	0,6

Im Folgenden werden nur die Ergebnisse in Bezug auf die Kernthemen vorgestellt (vgl. Tab. 1). Es kann zunächst festgestellt werden, dass im Rahmen der Übungsaufgaben eine ausführliche Auseinandersetzung mit grundlegenden Themen erfolgt, die von den in der Oberstufe vorrangig thematisierten Inhalten der Differential- und Integralrechnung abweicht. So dominiert sowohl in der Gesamtverteilung als auch bei sechs der acht Sätze von Serien das Kernthema grundlegende mathematische Strukturen. Folgen werden an allen Standorten mit einem Anteil zwischen 10% und 20% aller Aufgaben thematisiert. Ähnlich verhält es sich bei Reihen, wobei hier zu bemerken ist, dass diese in den Aufgaben von Standort V nicht auftreten. Stetigkeit bzw.

spezielle Funktionen werden an allen Standorten behandelt, wobei die Anteile hier stark variieren. Differential- bzw. Integralrechnung machen außer bei den Standorten II und VII sehr geringe Anteile der Aufgaben aus. Bei der Hälfte der Standorte finden sich weder Aufgaben zur Differential- noch zur Integralrechnung. Aufgaben zur abstrakten Algebra finden sich in fünf der acht Standorte, wobei die Anteile vergleichsweise niedrig sind.

Insgesamt kann konstatiert werden, dass große Unterschiede hinsichtlich der inhaltlichen Ausgestaltung der Analysis I Vorlesung bestehen. Während dies einerseits mit einem abweichenden Detailgrad der Besprechung der Begriffe erklärt werden kann, sind zusätzlich auch individuelle Präferenzen der Lehrenden ein Grund für das divergente thematische Fortschreiten. Inwiefern die unterschiedliche inhaltliche Ausgestaltung der Vorlesung einen Einfluss auf den Studienerfolg hat, also ob beispielsweise ein Vorgehen, in dem ausführlich formale Grundlagen besprochen werden, vorteilhaft ist, muss in weiteren Untersuchungen geprüft werden.

Literatur

- Gildehaus, L., Göller, R. & Liebendörfer, M. (2021). Gymnasiales Lehramt Mathematik studieren – eine Übersicht in Deutschland. *GDM Mitteilungen*, 111, 27–32.
- Göller, R. (2020). *Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium*. Springer Spektrum.
- KMK. (2002). *Rahmenordnung für die Diplomprüfung im Studiengang Mathematik – Universitäten und gleichgestellte Hochschulen*. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2002/2002_12_13-RO-Mathematik-HS.pdf
- Krapf, R. & Liebendörfer, M. (2021). Was bewirkt die Pflichtabgabe von Übungsaufgaben in der Hochschulmathematik? Ein empirischer Vergleich. *Mathematica Didactica*, 44(2). <https://doi.org/10.18716/ojs/md/2021.1215>
- Kuckartz, U. (2018). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung*. Beltz Juventa.
- SMK (Sächsisches Staatsministerium für Kultus). (2022). *Lehramtsprüfungsordnung I*. <https://www.revosax.sachsen.de/vorschrift/19496>