

Renate MOTZER, Augsburg

Ganze Zahlen als Bilanzen

An der Universität lernen Studierende die ganzen Zahlen als Äquivalenzklassen von Paaren natürlicher Zahlen kennen. Sie haben aber schnell das Gefühl, dass dieser Ansatz nicht für den Unterricht geeignet ist. Das ist bedauerlich, denn im Alltag spielen Paare von natürlichen Zahlen (oder von Geldbeträgen) durchaus eine Rolle. Haben und Soll sind auf den Kontoauszügen mancher Banken noch in unterschiedlichen Spalten aufgeführt. Für Kinder der 5. Klassen dürften Torverhältnisse in Fußballtabellen noch mehr aus ihrer Alltagswelt kommen als Kontoauszüge. Das Arbeiten mit Tabellen ist weiterhin auch anderen Stellen im Mathematikunterricht gefragt (und gehört zur Kompetenz „Darstellungen verwenden“). Außerdem bietet sich der Zahlenbereich der zweistelligen Zahlen gut zum Üben des Kopfrechnens an. In den veröffentlichten Tabellen finden sich Torverhältnisse (also Paare von natürlichen Zahlen) sowie Tordifferenzen (die im unteren Teil der Tabelle üblicherweise negativ sind). Schaut man sich z.B. die Tabelle der Hinrunde in einer Saison an und die Tabelle der Rückrunde, so kann die Schlusstabelle erstellt werden. Ganze Zahlen sind also zu addieren. Oft kennt man die Tabelle der Rückrunde gar nicht, sondern nur die Hinrunde und die Schlusstabelle sind bekannt. Ein guter Anlass also, um die Rückrunde daraus zu errechnen und sich damit die Subtraktion von ganzen Zahlen zu erschließen. Dabei kann auch auf den Zusammenhang zwischen Subtraktionsaufgaben und Ergänzungsaufgaben (bzw. des Zerlegens des Minuenden) eingegangen werden.

Die Suche nach „geeigneten“ Repräsentanten für ganze Zahlen führt zu Suche nach Torverhältnissen, die zu bestimmten Tordifferenzen passen. Fürs Rechnen wäre es oft am leichtesten, für eine positive Zahl a den Repräsentant $a:0$ zu wählen und für eine negative Zahl $-b$ den Repräsentanten $0:b$.

Realistisch erscheinen solche Torverhältnisse nicht. Auch hier macht es den Kindern Spaß darüber zu diskutieren. Für Subtraktionsaufgaben, d.h. für das Zurückrechnen auf die Rückrunde sind solche Torverhältnisse nicht immer brauchbar. Es kann nicht zur Hinrunde $0:8$ geheißen haben und dann am Ende $2:0$ in der Tabelle stehen. Es müsste mindestens ein $10:8$ dort zu finden sein. Das vereinfacht zwar das Rechnen mit Torverhältnissen als Repräsentanten für ganze Zahlen nicht, aber es ermöglicht den Schülerinnen und Schülern über die Sinnhaftigkeit von $2-(-8)$ nachzudenken. Schließlich kann noch in Erwägung gezogen werden, ob man Tore und Gegentore auch wieder wegnehmen kann (z.B. weil sie aberkannt werden) und wie sich das auf die Bilanz auswirkt.