Rebecca SCHNEIDER, Siegen

Komparative Fallanalysen zur Spezifität von Wissensentwicklungsprozessen in empirischen Settings im Mathematikunterricht der Grundschule

Motivation und Erkenntnisinteresse

Die Entwicklung mathematischen Wissens durch den Einsatz von Aufgaben zu fördern, die Phänomene aus der Erfahrungswelt der Lernenden aufgreifen, ist für den Mathematikunterricht der Grundschule wesentlich. Das Erkenntnisinteresse der vorliegenden Studie gilt der Frage, inwiefern der Einsatz von Settings, die beabsichtigen mathematisches Wissen anhand realistischer Kontexte durch Schüler*innen konstruieren zu lassen tragfähig ist und welche Spezifika sich für in solchen Settings angeregte mathematische Lernprozesse ausmachen lassen. Der Begriff des empirischen Settings nach Dilling (2022) beschreibt in diesem Zusammenhang kurz gefasst „Lernumgebung[en], in der empirische Objekte einen tragende Rolle spielen“ (S.5) und kann dementsprechend als übergeordneter Begriff für zahlreiche Konzeptionen und Begrifflichkeiten dienen, in denen die hier beschriebenen Bestrebungen fokussiert werden.

Erkenntnistheoretischer Hintergrund

Der Erkenntnistheoretische Hintergrund der beschriebenen Studie verbindet Elemente des Theory-Theory Ansatzes (Gopnik & Meltzoff, 1997) mit dem Konzept der Subjektiven Erfahrungsbereiche nach Bauersfeld (1983) und dem Konzept empirischer Theorien im Kontext der Mathematikdidaktik (Burscheid & Struve, 2018). Lernen lässt sich aus Sicht einer integrierten Sichtweise der drei Konzepte, als aktive Entwicklung und Weiterentwicklung (empirischer) Theorien über subjektiv wahrgenommene Phänomene aus der Erfahrungswelt der Individuen beschreiben (Schneider, erscheint 2023).

Der Theory-Theory Ansatz (Gopnik & Meltzoff, 1997) liefert die Grundlage, um Lernen von Lernenden schon im jungen Kindesalter in der Entwicklung von Theorien zu beschreiben. Das SEB-Konzept nach Bauersfeld (1983) beschreibt Lernen über die Aktivierung, Entstehung oder Weiterentwicklung sogenannter Subjektiver Erfahrungsbereiche (kurz SEB), in denen Wissen aber auch weitere spezifische Elemente wie Emotionen, Wertungen, Ich-Identität usw. enthalten sind. Diese SEBe liegen isoliert voneinander vor und können nicht bewusst durch das Individuum aktiviert werden. Nimmt ein Individuum eine Situation oder ein Phänomen wahr, welches hinreichende Ähnlichkeit zu einem im Subjekt verorteten SEB aufweist, so wird dieser

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

aktiviert, ohne dass das Subjekt bewusst Einfluss darauf nehmen kann. Das Konzept der empirischen Theorien nach Burscheid & Struve (2018) geht letztlich von einer empirischen Auffassung von Lernenden über Mathematik aus, die durch den Mathematikunterrichts und seiner Ausrichtung an empirischen Objekten, nahegelegt wird. Des Weiteren konstituieren empirische Theorien über mathematische Inhaltsbereiche (bzw. ein Verhalten, das diese beschreibbar macht) eine empirische Auffassung von Mathematik, welche wiederum die weitere Konstruktion empirischer Theorien verstärkt (Stoffels, 2020). Diese empirischen Theorien lassen sich mit Hilfe des in der Wissenschaftstheorie bewährten strukturalistischen Theorienkonzepts (Stegmüller, 1985; Burscheid & Struve, 2018) präzise beschreiben. Eine empirische Theorie lässt sich aus strukturalistischer Sicht als ein Paar <K,I> beschreiben, wobei K den mathematischen Kern und I eine Menge sogenannter intendierter Anwendungen beschreibt. Der mathematische Kern K kann dann mit Hilfe der informellen Axiomatik präzisiert werden. Dabei wird der mathematische Begriff in seinen logischen Status innerhalb der empirischen Theorie eingeordnet. Es wird zwischen partiellen Modellen, potentiellen Modellen und Modellen der Theorie unterschieden. Während die partiellen Modelle die empirischen Strukturen der Theorie enthalten, beschreibt das Modell der Theorie das Axiom der mathematischen Theorie. In den potentiellen Modellen der Theorie sind sowohl empirische als auch theoretische Strukturen enthalten. Hier liegen die theoretischen Begriffe verortet, die es erlauben, über mathematisches Wissen auch ohne Bindung an ein konkretes, empirisches Objekt zu verfügen.

Methodik und Vorgehen

Im Rahmen der innerhalb der Studie eingenommenen integrierten Sichtweise, wurden in der Analyse SEBe der Lernenden am spezifischen Element des Wissens rekonstruiert. Dieses wurde als empirische Theorie rekonstruiert, insofern sich Hinweise darauf finden ließen, dass dieses als empirische Theorie zu dem angestrebten Lerngegenstand rekonstruierbar ist. Anderenfalls wurde auf eine formale Rekonstruktion verzichtet und das mathematische Wissen informell beschrieben.

Ausgangspunkt der Untersuchung ist ein empirisches Setting zum Maßstabsbegriff. Die Aufgabe der Lernenden einer dritten Jahrgangsstufe war es, den eigenen Klassenraum neu mit Möbeln auszustatten. Dazu wurde eine Karte des Klassenraumes im Maßstab 1:20 zur Verfügung gestellt. Die Schüler*innen hatten darüber hinaus Zugriff auf unterschiedliche Messinstrumente. Die Bearbeitung erfolgte in Partnerarbeit, weitere Hinweise zum Bearbeitungsweg wurden nicht gegeben. Die Durchführung der Settings wurden jeweils videografiert und im Anschluss zunächst anhand des Videodatenmaterials im Sinne einer intrinsic Case-Study (Yin, 2014) auf interessante Fälle untersucht. Diese Fälle wurden anschließend theoriegeleitet weiter reduziert und ausgewählte Fälle im Anschluss transkribiert. Die Analyse der Transkripte orientierte sich an der systematisch-extensionalen Analyse nach Beck und Maier (1994). Im Fokus der Analysen stand schließlich ein Schülerpaar aus zwei Schülerinnen, für die zunächst jeweils individuell SEBe und mathematischen Theorien rekonstruiert wurden. Diese wurden dann miteinander und anschließend mit der durch die Lehrkraft intendierten Theorie verglichen.

Ergebnisse

Im Rahmen der Studie konnte ein *arithmetischer* und ein *geometrischer* Zugang zu Maßstäben für Schüler*innen der Grundschule rekonstruiert werden. Der geometrische Zugang basiert auf intuitiv verarbeiteten Längenverhältnissen visuell wahrgenommener geometrischer Figuren. Der arithmetische Zugang hingegen basiert auf einem operativen Umgang mit Maßzahlen, die entsprechend der durch den Maßstab festgelegten Vorgaben miteinander in Beziehung gesetzt werden. Der arithmetische Zugang kann auch als „klassischer“ Zugang für Schüler*innen der dritten Jahrgangsstufe verstanden werden, da dieser in zahlreichen Schulbüchern vorgeschlagen und angeregt wird. Es lässt sich festhalten, dass der geometrische Zugang als empirische Theorie für Schüler*innen der dritten Jahrgangsstufe beschrieben werden kann und sich dieser für die Schüler*innen tatsächlich durch eine hohe Erkenntniskraft auszeichnet. Der arithmetische Zugang gewinnt immer dann an Bedeutung, wenn das Ziel eine exakte, arithmetisch Zuordnung von Längen im vorgegebenen Maßstab ist. Soll eine entsprechende arithmetische Zuordnung jedoch nicht nur kalkülhaft erfolgen, so muss die arithmetische Zuordnung im Rahmen einer für Lernende der dritten Jahrgangsstufe tragfähigen (empirischen) Theorie erfolgen.

In den Beobachtungen der Studie hat sich gezeigt, dass arithmetisch gewonnene Aussagen durch Interpretation an visuell wahrnehmbaren Referenzobjekten in Frage gestellt werden können und ein sich daraus ergebender kognitiver Konflikt zu einer Überarbeitung führen kann. So konnten zentrale Hinweise darauf gefunden werden, dass für Schüler*innen die physikalische Repräsentation empirischer Objekte, einen lerntheoretischen Vorteil bringen.

Hinsichtlich des Konzepts der empirischen Theorien im Mathematikunterricht der Grundschule konnte herausgestellt werden, dass dieses als Grundlage genutzt werden kann, um günstige Bedingungen zur Entwicklung tragfähigen mathematischen Wissens für mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern der Grundschule zu schaffen. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass von Referenzobjekten, die in einer unmittelbar zugänglichen Form für die Lernenden vorlagen, eine besonders hohe Erkenntniskraft ausgeht. Wenn nun die explizite ontologische Bindung des mathematischen Wissens der Schüler*innen an physikalisch-repräsentierte Referenzobjekte als günstig zur Entwicklung eines tragfähigen und stabilen Wissens gelten kann, scheint der Kontextspezifität eines so entwickelten Wissens besondere Bedeutung zuzukommen. Darüber hinaus birgt eine Definition mathematischer Begriffe „unmittelbar" anhand der Realität die Herausforderung einer in der Natur der Sache liegenden empirischen Vagheit, ähnlich wie in den Naturwissenschaften. Dies muss bei der Planung und Entwicklung entsprechender Settings stets mitbedacht werden, um die aus fachdidaktischer Sicht hohen Potentiale eines gezielten Einsatzes des Konzeptes der empirischen Theorien im Mathematikunterricht der Grundschule möglichst umfassend ausschöpfen zu können.

Literatur

Balzer, W. (1982). *Empirische Theorien: Modelle—Strukturen—Beispiele. Die Grundzüge der modernen Wissenschaftstheorie*. Vieweg.

Beck, C. & Maier, H. (1994). Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In H. Maier (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung: Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung* (S. 43–76). Aulis.

Burscheid, H. J. & Struve, H. (2018). *Empirische Theorien im Kontext der Mathematikdidaktik.* Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-658-23090-6

Dilling, F. (2022). *Begründungsprozesse im Kontext von (digitalen) Medien im Mathematikunterricht Wissensentwicklung auf der Grundlage empirischer Settings*. Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-658-36636-0

Gopnik, A. & Meltzoff, A. N. (1997). *Words, Thoughts, and Theories*. MIT Press.

Schneider, R. (erscheint 2023). *Komparative Fallanalysen zur Spezifität von Wissensentwicklungsprozessen in empirischen Settings im Mathematikunterricht der Grundschule* (Dissertation). Springer Spektrum.

Stegmüller, W. (1985). *Theorie und Erfahrung* (2. Aufl.). Springer.

Stoffels, G. (2020). *(Re-)Konstruktion von Erfahrungsbereichen bei Übergängen von empirisch-gegenständlichen und formal-abstrakten Auffassungen. Eine theoretische Grundlegung sowie Fallstudien zur historischen Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und individueller Entwicklungen mathematischer Auffassungen von Lehramtsstudierenden beim Übergang Schule-Hochschule.* Universi – Universitätsverlag Siegen.

Yin, R. K. (2014). *Case Study Research. Design and Methods* (5. Aufl.). Sage Publications.