


Theresa SCHOLL, Gießen

## „Die sind doch nicht ähnlich zueinander!“: Lehramtsstudierende philosophieren über den Begriff der Ähnlichkeit

An der Justus-Liebig-Universität in Gießen ist in einer Veranstaltung zur Didaktik der Geometrie aufgefallen, dass Lehramtsstudierende Probleme mit dem mathematischen Schulwissen haben. Aus dieser Problemlage ist im Zuge eines geförderten Projekts (HessenHub) das Lernmodul *Basiswissen Geometrie digital* entstanden, bei dem Lehramtsstudierende das mathematische Wissen der Schulgeometrie wiederholen können (Scholl & Lengnink, 2021). Zu diesem Lernmodul wurden unter anderem Seiten zum Philosophieren entwickelt, bei denen das Philosophieren als *tool* (Jankvist & Iversen, 2014) genutzt wird, um eine vertiefende Auseinandersetzung mit mathematischen Begriffen bei den Lehramtsstudierenden anzustoßen. So wird im Themengebiet *Strahlensätze und Ähnlichkeit* das Ziel verfolgt, die alltagssprachliche und die fachsprachliche Verwendung des Begriffs *ähnlich* zu diskutieren (Abb. 1).

**Aufgabe:**

1. Was bedeutet für Sie der Begriff „ähnlich“ im Alltag? Geben Sie Beispiele an.
2. Mathematiker definieren Ähnlichkeit wie folgt:

 Zwei ebene Figuren heißen zueinander ähnlich, wenn sie durch eine Ähnlichkeitsabbildung ineinander überführt werden können. Dabei ist eine Ähnlichkeitsabbildung eine Hintereinanderausführung einer zentrischen Streckung und einer Kongruenzabbildung.

**Bemerkung:**  
Bei ebenen Figuren folgt daraus, dass die Winkel und die Längenverhältnisse von je zwei Seiten gleich groß bleiben.

Geben Sie Beispiele an, bei denen die mathematische Definition von „ähnlich“

- auf alltägliche Situationen übertragen werden kann.
- **nicht** auf alltägliche Situationen übertragen werden kann.

Sehen Sie Vorteile bei der Verwendung der mathematischen Definition in Bezug auf Alltagssituationen? Sehen Sie Nachteile bei der Verwendung der mathematischen Definition in Bezug auf Alltagssituationen?

**Abb. 9:** Auftrag zum Philosophieren zum Begriff *ähnlich*

### Der Begriff der Ähnlichkeit

Der Begriff *ähnlich* wird sowohl in der Alltagssprache als auch in der mathematischen Fachsprache verwendet. Nach Meyer und Tiedemann (2017) ist *ähnlich* ein Begriff, der in beiden Registern mit gleicher oder annähernd gleicher Bedeutung vorkommt und dieser im „Register der Alltagssprache umfassender ist als in der Fachsprache“ (Meyer & Tiedemann, 2017, S. 22). Bei Kindern konnte gezeigt werden, dass sie ähnliche Objekte aufgrund einer

alltagssprachlichen Bedeutung und nicht aufgrund der mathematischen Definition von *ähnlich* sortieren, obwohl sie die mathematische Definition kennen (Vollrath, 1978). Aus diesen Beobachtungen ergibt sich eine Lernschwierigkeit die Vollrath (1978) damit erklärt, dass der mathematische Begriff *ähnlich* enger gefasst ist als der Alltagsbegriff und dies von den Kindern nicht erkannt wird. In diesem Beitrag soll aufgezeigt werden, dass die Bedeutung des Begriffs *ähnlich* nicht nur in der Alltagssprache, sondern auch im Gegensatz dazu in der Fachsprache umfassender sein kann. Um die Bedeutungsverschiebung des Begriffs *ähnlich* im Alltag und in der Mathematik zu diskutieren, können Methoden des Philosophierens genutzt werden.

### **Methoden des Philosophierens**

Das Philosophieren wird im Lernmodul als *tool* genutzt, um Argumente zu finden, die die Sinnfindung von mathematischen Konstrukten, Ideen und Konzepten unterstützen (Jankvist & Iversen, 2014). Nutzt man das Philosophieren als *tool* können verschiedene Denkmethoden des Philosophierens beschrieben werden. Die Methoden des Philosophierens sind bei Brüning (2015) und Scholl (2020) nachzulesen, die in diesem Beitrag nur in Auszügen vorgestellt werden: Bei der phänomenologischen Methode sollen Begriffe greifbar gemacht werden, indem zunächst Phänomene beschrieben und beobachtet werden. Bei der analytischen Methode werden Begriffe analysiert und Gründe angeführt. Das Ziel der dialektischen Methode ist es, Gespräche zu führen und Konflikte zu lösen (Brüning, 2015; Scholl, 2020).

### **Philosophieren über den Begriff der Ähnlichkeit**

Im ersten Auftrag beschreiben die Studierenden ihr eigenes Verständnis des Begriffs *ähnlich* im Alltag, wodurch ihre eigene alltagssprachliche Bedeutung des Begriffs transparent gemacht wird und im Sinne der phänomenologischen Methode die Weite des Begriffs im Alltag diskutiert wird. Dabei werden verschiedene Merkmale zur Beurteilung der Objekte in Bezug auf die Ähnlichkeit herausgearbeitet. In einem weiteren Schritt sammeln die Studierenden Beispiele, bei denen sie die mathematische Definition von *ähnlich* auf alltägliche Situationen anwenden bzw. nicht anwenden können. Dabei wird im Sinne der analytischen Methode die Enge der mathematischen Definition in Bezug auf die alltägliche Bedeutung des Begriffs *ähnlich* betrachtet. Gleichzeitig können die Studierenden hier Beispiele angeben, bei denen sie im Alltag beurteilen würden, dass die genannten Situationen nicht ähnlich zueinander sind, diese aus mathematischer Sicht jedoch ähnlich zueinander sind. Im Anschluss diskutieren die Studierenden Vor- und Nachteile der Verwendung der mathematischen Definition in Bezug auf Alltagssituationen. Dabei werden die verschiedenen Begriffsbedeutungen gegenübergestellt,

wobei hier im Sinne der dialektischen Methode über die Begriffsbedeutungen nachgedacht wird.

### Studierendenbearbeitungen

Im Sommersemester 2022 haben 36 Lehramtsstudierende den oben abgebildeten Auftrag zum Philosophieren in Partnerarbeit bearbeitet. Die Bearbeitung fand über ein Konferenzsystem statt, wurde videografiert und anschließend transkribiert. In den folgenden Transkriptausschnitten beschreibt S78 die alltagssprachliche Bedeutung des Begriffs *ähnlich* (Abb. 2)

1	S78	Also Ähnlichkeit im Alltag ist ja, wenn bestimmte Merkmale von entweder einer Form oder einer Person oder irgendwas sich wiedergeben. Also keine Ahnung, so was wie ich sehe meiner Schwester ähnlich, weil wir dieselbe Augenfarbe haben, selbe Gesichts, ähnliche Gesichtszüge und Haarfarbe und so weiter. So jetzt aber nicht konkret zeitlich mal gemessen wird, ob wir wirklich exakt denselben Branton haben und dies und das. Aber das wird, sagen wir einfach so Parameter quasi sind, wo erkannt wird, alles klar, das haben wir beide so gegeben.
---	-----	--

**Abb. 10:** Transkriptausschnitt S78

S78 gibt als Beispiel für Ähnlichkeit im Alltag Verwandtschaftsbeziehungen zwischen Geschwistern an, dabei gibt S78 Merkmale wie Augenfarbe oder Haarfarbe an, welche sich jedoch nicht in der mathematischen Definition des Begriffs *ähnlich* wiederfinden. S78 weißt implizit durch das Nachmessen und das Angeben einer exakten Ähnlichkeit darauf hin, dass die mathematische Bedeutung weniger umfassend ist als die alltägliche Bedeutung. S76 und S77 bearbeiten den zweiten Auftrag aus der obigen Aufgabe (Abb. 3).

1	<S77	Ja. Oder auch wenn du irgendwie so keine Ahnung. Du hast so ein DIN, so eine DIN Karteikarte, so eine kleine und hast ein A1-Blatt. Das würde ich
2	<S76	Ja.
3	S77	also das ist auch ähnlich zueinander mathematisch, aber die würde ich nicht als ähnlich alltäglich bezeichnen. Also wenn ich die nebeneinanderlege, sage ich nicht die zwei Blätter sind ähnlich.
4	S76	Mhm.
5	S77	Also mathematisch würde ich das nicht sagen. Äh, alltäglich würde ich das nicht sagen.

**Abb. 11:** Transkriptausschnitt S76 und S77

S77 nennt als Alltagsbeispiel das DIN-Papierformat, wobei sich die DIN-Formate für S77 im Alltag nicht mehr ähnlich sehen, sobald der Größenunterschied der Formate sehr groß wird (#1). Dennoch sieht S77 ein, dass die

DIN-Formate aus mathematischer Sicht ähnlich zueinander sind. Im Alltag sind Objekte nicht mehr ähnlich zueinander, wenn der Größenunterschied der Objekte zu groß wird (#3). Aus diesem Ausschnitt geht hervor, dass die Begriffsbedeutung des Begriffs *ähnlich* im mathematischen Sinne bei S77 mehr Situationen zulässt, als das alltägliche Verständnis. Die mathematische Definition ist somit nicht nur enger (S78), sondern auch weiter gefasst als die alltägliche Bedeutung des Begriffs *ähnlich* (S76/S77). In dem Gespräch von S76 und S77 wird deutlich, dass sie die mathematische und alltagsprachliche Bedeutung des Begriffs *ähnlich* gegenüberstellen die beiden Begriffsbedeutungen in die jeweiligen Kontexte einordnen.

## Fazit

Die Methoden des Philosophierens eignen sich insbesondere dafür die verschiedenen Bedeutungen des Begriffs *ähnlich* im Alltag und in der Mathematik und deren Anwendbarkeit auf den jeweiligen anderen Bereich zu diskutieren. Diese philosophische Diskussion soll helfen, die fachsprachliche Bedeutung bei der Beurteilung von mathematischer Ähnlichkeit zu nutzen und die alltagsprachliche Bedeutung zu vermeiden. Aus den Studierendenbearbeitungen lässt sich feststellen, dass die Bedeutung des mathematischen Begriffs sowohl umfassender als auch weniger umfassender als die alltagsprachliche Bedeutung des Begriffs *ähnlich* sein kann. Damit lässt sich festhalten, dass eine Richtung des Bedeutungsumfanges bei Meyer und Tiedemann (2017) zu ergänzen wäre.

## Literatur

- Brüning, B. (2015). *Philosophieren mit Kindern. Eine Einführung in Theorie und Praxis*. LIT.
- Jankvist, U. T. & Iversen, S. M. (2014). ‘Whys’ and ‘Hows’ of Using Philosophy in Mathematics Education. *Science & Education*, 23, 205–222.  
<https://doi.org/10.1007/s11191-013-9616-3>
- Meyer, M. & Tiedemann, K. (2017). *Sprache im Fach Mathematik*. Springer Spektrum.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-49487-5>
- Scholl, T. (2020). Philosophieren im Mathematikunterricht – Beiträge zur mathematischen Bildung. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 1478–1478). WTM-Verlag.
- Scholl, T. & Lengnink, K. (2021). Basiswissen Geometrie digital. Ein digitales Lernmodul für Lehramtsstudierende. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 111, 24–26.
- Vollrath, H. J. (1976). Ähnlichkeit von Rechtecken. *Beiträge zum Mathematikunterricht- Festschrift für Wilhelm Oehl*, 111–129.
- Vollrath, H. J. (1978). Lernschwierigkeiten, die sich aus dem umgangssprachlichen Verständnis geometrischer Begriffe ergeben. *Schriftenreihe des IDM*, 18, 57–73.