Rose F. VOGEL, Frankfurt & Victoria MÖLLER, Frankfurt

Bewegung – Potentiale für das mathematische Lernen in der Grundschule

Bewegung ist elementar für den Menschen. In der Bewegung nimmt der Mensch Kontakt mit der belebten und unbelebten Umwelt auf, interagiert mit anderen Menschen und erlebt sich in der eigenen Körperlichkeit. Auch das mathematische Lernen ist an Bewegung gebunden. So sind in der Nutzung von mathematischen Arbeitsmaterialien Bewegungen in Form von Handlungen integrativer Bestandteil. Aber nicht nur Handlungen am Arbeitsmaterial sind aus Sicht der Bewegung bedeutsam für mathematisches Lernen. Es gehören auch Bewegungserlebnisse im Raum dazu, die mathematisch gedeutet und damit Grundlage erlebter Mathematik werden können. Neben den selbst erlebten Bewegungen als Auslöser mathematischen Arbeitens, können auch Beobachtungen von Bewegungsphänomenen mathematisch gedeutet werden und zu mathematischen Erkenntnissen führen. Hier unterstützen digitale Medien das mathematische Lernen in besonderer Weise, da Bewegungsphänomene im Prozess als Video dokumentiert werden können und damit erweiterte mathematische Analysen möglich werden. In den theoretischen Grundlagen werden didaktische Theorieansätze vorgestellt, die sich sowohl mit der Bedeutung von Bewegung in einem begrenzten Bewegungsraum, d.h. mit Handlungen beschäftigen, wie auch mit Bewegungen des Körpers im Raum.

Theoretische Grundlagen

Aus der Perspektive der Bewegung können drei Lernszenarien bezüglich Bewegung beschrieben werden: mathematisches Lernen *in Bewegung*, *mit Bewegung* und *durch Bewegung* (Radünz & Benölken, 2021, S. 44 in Anlehnung an Laging u. a., 2010). Die Autoren Radünz & Benölken (2021) beschreiben die Schwerpunkte dieser Lernszenarien in folgender Weise: beim Lernen *in Bewegung* findet eine Synchronisation von Bewegung und Lernen statt, z.B. das dynamische Sitzen auf einem Sitzball wird an die Bearbeitung von Übungsaufgaben gekoppelt. Beim Lernen *mit Bewegung* werden Bewegungsphasen in den Lernprozess integriert. Beim Lernen *durch Bewegung* wird der inhaltliche Erkenntnisprozess an die Bewegung gekoppelt. Diese Art der Integration von Bewegung in mathematische Lernprozesse wird in dieser Darstellung fokussiert. So stehen körperliche Konstellationen und Positionen des Körpers im Raum und die hier möglichen körperlichen Erfahrungen und deren mathematische Ausdeutung sowie Manipulationen und das Experimentieren mit den in der Bewegung entstandenen körperlichen Inskriptionen im Zentrum der Auseinandersetzung.

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Bewegungen des Körpers im Raum und seine mathematische Deutung

Bewegungen des Körpers können sich sowohl auf einzelne Körperteile wie Arme und Beine und deren Positionsveränderungen beziehen wie auch auf Positionsveränderungen des gesamten Körpers im Raum bzw. auf Abbildungen in die Ebene (Vogel, 2008; Radünz & Benölken, 2021). Die hier möglichen Erfahrungsräume und deren mathematische Deutung beziehen Relationen zwischen Körperteilen wie auch zwischen Personen und ihren Positionen im Raum ein. Gestreckte, rechte und spitze Winkel können so durch unterschiedliche Positionen der Extremitäten entstehen. In der Bewegung wird das Winkelfeld eines bestimmten Winkels überstrichen und damit kann eine dynamische Vorstellung eines Winkels aufgebaut werden. Gleichzeitig kann der Scheitelpunkt eines Winkels als zentraler mathematischer Ort erlebt werden, da das jeweilige Gelenk bestimmte Winkelgrößen erlaubt und andere unmöglich macht.

Durch die räumliche Anordnung mehrerer Personen, kann die ebene Figur des Kreises erlebbar werden. Beobachtungen zeigen, dass wenn mehrere Personen den Auftrag erhalten sich im Kreis aufzustellen, zwei Relationen von den einzelnen beteiligten Personen fokussiert werden: Wie stehe ich zu den anderen Personen und wie ist meine Entfernung zum angenommenen Kreismittelpunkt. Diese beiden Relationen bestimmen in den meisten Fällen unbewusst das Finden der eigenen Position. Die rechte bzw. die linke Person steht in einem sogenannten Krümmungswinkel zu den Personen links und rechts. Auf diese Weise kann die Kreiskrümmung nachgeahmt werden. Gleichzeitig wird von jeder beteiligten Person der Abstand zum angenommenen Kreismittelpunkt überprüft und gegebenenfalls korrigiert. Damit werden zentrale Eigenschaften des Kreises in der Bewegung jeder einzelnen beteiligten Person beim Aufstellen in einem Kreis berücksichtigt.

Die von Radünz & Benölken (2021, S. 47) beschriebenen „bewegten Lernumgebungen" am Zahlenteppich gehen über die Bewegungen an mathematischem Material z.B. an der Hundertertafel im Sinne von Handlungen am Material hinaus und beziehen die Bewegung des Körpers im Raum mit ein. Das Material erlaubt nicht nur die Fingerbewegung auf einem zweidimensionalen Blatt, sondern beziehen Bewegungen des Körpers durch den Raum und Veränderungen der Positionen des Körpers im Raum wie z.B. Drehungen und die damit verbundenen Richtungsänderungen mit ein. „Ein besonderes Potenzial liegt darin, den Zahlenteppich als körper- und raumorientiertes Anschauungsmittel (Högger, 2013) zu begreifen." (Radünz & Benölken, 2021, S. 52)

Die hier in den Beispielen beschriebenen *verkörperlichten* mathematischen Relationen, die z.B. durch Positionen einzelner Körperteile zueinander oder durch Positionen im Raum zum Ausdruck gebracht werden, können aus semiotischer Perspektive im Sinne von Peirce (1976) inskriptional und damit in der Folge als Diagramm gedeutet werden bzw. zeigen diagrammatischen Charakter (Huth, 2017). Die körperlichen Inskriptionen können ähnlich wie bei der Gestik zwar eher als flüchtig bezeichnet werden, können aber vorübergehend, wie Inskriptionen genutzt werden (Vogel & Huth, 2020). Sie bleiben als Körpereindruck im Bewusstsein der Person erhalten und können so einerseits wieder rekonstruiert werden und andererseits können Manipulationen an diesen temporären Diagrammen körperlich erfahrbar werden und damit in der mathematischen Deutung einen Beitrag zum mathematischen Erkenntnisprozess leisten.

Modellierung von Bewegungen in Alltag und Spiel (Sport)

Neben den eigenen körperlichen Erfahrungen können zunächst Bewegungen in Alltag und Sport zum Anlass mathematischer Deutung von Bewegungsphänomenen werden. Das Bewegungsphänomen wird im Sinne des Modellierungskreislaufes nach (Blum & Leiß, 2005) situativ modelliert, um dann in eine mathematische Deutung zu münden. Für die mathematische Modellierung können dann Lernsituationen konzipiert werden, die zusätzlich eine körperliche Erfahrung ermöglichen, die am Bewegungsphänomen orientiert ist und die wiederum für die mathematische Deutung beziehungsweise den mathematischen Erkenntnisprozess genutzt werden kann.

Seminarkonzeption

In der gemeinsamen Seminararbeit werden *Bewegungen des Körpers im Raum* erfahrbar gemacht. Die einzelnen Bewegungsmöglichkeiten werden durchgeführt und analysiert. In der Analyse werden mathematische Deutungen herausgearbeitet und in Bezug zur Bewegung gesetzt. Diese Vorgehensweise ermöglicht im Sinne des reflexiven Repräsentationswechsels die erlebte Bewegung explizit zu machen und die in der Bewegung verankerten Relationen in ein anderes Repräsentationssystem zu transformieren (ikonisch oder symbolisch). So können Inskriptionen entstehen, die für den mathematischen Erkenntnisprozess genutzt werden können.

Die Modellierung von Bewegungen in Alltag und Spiel (Sport) werden in Studierendentandems entlang eines Beschreibungsrasters (mathematische Situationspattern nach Vogel, 2014) ausdifferenziert und in Lernumgebungen umgesetzt. Die inhaltliche Ausgestaltung der Lernumgebung orientiert sich am Modellierungskreislauf nach Blum & Leiss (2005). Damit wird das mathematisch zu deutende Bewegungsphänomen zunächst beschrieben und gerahmt, dann erfolgt die mathematische Ausdeutung, die dann in der methodisch-didaktischen Ausgestaltung der Lernumgebung aufgegriffen wird.

Die Lernumgebungen werden im Zentrum mit einem Erkunder- bzw. Erfindervideo (Vogel & Billion, 2021) ausgestaltet. *Erkundervideo* geben den Rahmen für mathematische und diagrammatische Regeln in einem Kontext vor z.B. Zusammenhang von Anlauf und Weite eines Sprungs. In der sich an die Betrachtung des Videos anschließende Aktivierung kann dieser Zusammenhang in eigenen Erkundungen mit körperlichen Erfahrungen in ein mathematisches Regelwerk übersetzt werden. *Erfindervideo* geben mathematische Regeln vor, die in einem weiterführenden Kontext verändert und angepasst werden können, z.B. bei unserem Beispiel auf den Zusammenhang von Anlauf und Höhe eines Sprungs.

Literatur

Blum, W. & Leiß, D. (2005). „Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"-Aufgabe". *Mathematik lehren*, H 128, 18–21.

Högger, D. (2013). *Körper und Lernen. Mit Bewegung, Körperwahrnehmung und Raumorientierung das Lernen unterstützen.* Schulverlag plus AG.

Huth, M. (2017). Inskriptionaler Charakter von Gesten. Zur Schnittstelle von Gestik und Inskription in mathematischen Interaktionen. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 477–480). WTM.

Laging, R., Ahmet, D., Riegel, K. & Stobbe, C. (2010). *Mit Bewegung Ganztagsschule gestalten.* Schneider.

Peirce, C. S. (1976). Prolegomena for an Apology to Pragmatism. In C. Eisele (Hrsg.), *The New Elements of Mathematics. Volume 4: Mathematical Philosophy* (S. 313–330). Mouton.

Radünz, L. & Benölken, R. (2021). Mathematische Grundvorstellungen durch Bewegungen aufbauen. Potenziale bewegten Lernens aufgezeigt am Beispiel von Bewegungen auf dem „Zahlenteppich" zur Förderung des Stellenwertverständnisses. *Die Materialwerkstatt, 3*(1), 40–54. https://doi.org/10.11576/dimawe-4556

Vogel, R. (2008). Mathematik im Kindergartenalltag entdecken und erfinden – Konkretisierung eines Konzepts zur mathematischen Denkentwicklung am Beispiel von Bewegung und Raum. In B. Daiber & I. Weiland (Hrsg.), *Impulse der Elementardidaktik. Eine gemeinsame Ausbildung für Kindergarten und Grundschule* (S. 89–100). Schneider.

Vogel, R. & Billion, L. (2021). Mathematische Erkunder- und Erfindervideos mit Aktivierung. In R. Klose & Ch. Schreiber (Hrsg.), *Mathematik, Sprache und Medien* (S. 61–76). WTM.

Vogel, R.F. & Huth, M.C.M. (2020). Modusschnittstellen in mathematischen Lernprozessen. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht. Semiotik in Theorie und Praxis* (S. 215–253). Springer Spektrum.

Vogel, R. (2014). Mathematical Situations of Play and Exploration as an Empirical Research Instrument. In U. Kortenkamp, B. Brandt, Ch. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel & R. Vogel (Eds.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference* (p. 223–236). New York: Springer.