

Benjamin ROTT, Köln, Lukas DONNER, Essen & Janine DICK, Köln

Identifikation von Heurismen mithilfe von Eye-Tracking: eine explorative Studie

Beim mathematischen Problemlösen geht es um die Bearbeitung von Aufgaben, für die den Problemlöser*innen keine Algorithmen oder Routinen bekannt sind (vgl. Rott, 2018). Gefragt sind stattdessen (math.) Intuition und der Einsatz von Problemlösestrategien bzw. Heurismen, die helfen können, das Problem besser zu verstehen, sowie Ideen zu seiner Lösung und zur Begründung einer Lösung zu finden bzw. zu entwickeln (ebd.).

Da es sich bei intuitiven Ideen und dem Einsatz von Heurismen um kognitive Aktivitäten handelt, stoßen eine empirische Identifikation und Erforschung ebendieser schnell an die bekannten Grenzen: Eine Rekonstruktion rein aus *Produkten*, d. h. schriftlichen Problembearbeitungen, bedeutet Interpretation und teilweise Spekulation. Eine Analyse von beobachteten *Prozessen* beruht, um an die Gedankenwelt der Problemlöser*innen heranzukommen, in der Regel auf lautem Denken, Partnergesprächen oder unterbrechenden Interviewfragen. All dies kann Denkprozesse stören und nimmt damit Einfluss auf die jeweiligen Problemlöseprozesse. Bei nachgelagerten (stimulated recall) Interviews wird der Prozess zwar nicht unterbrochen, es ist aber nicht sichergestellt, dass die interviewten Personen sich an entsprechende Gedanken aus dem Prozess (unverfälscht) erinnern können.

Im vorliegenden Beitrag möchten wir daher eine – in der mathematikdidaktischen Forschung, vor allem aber in der Forschung zum Problemlösen – relativ neue Methode erproben und kritisch reflektieren: die Interpretation von Prozessen mittels Eye-Tracking (ET) erhobenen Daten. Hierfür schlagen wir auch neue Begriffe in Bezug auf Heurismen vor.

Problematisierung

Ideen im Problemlöseprozess können – vereinfacht als Enden einer Skala – im Unterbewusstsein entstehen oder bewusst erarbeitet werden (vgl. Hadamard, 1945; van der Waerden, 1973). Das eine Ende der Skala wollen wir hier – in Anlehnung an Felix Klein – *mathematische Intuition* nennen, die auf Erfahrung basiert; unterbewusst werden Daten verarbeitet oder Ideen generiert, die mehr oder weniger „fertig“ plötzlich im Bewusstsein von Problemlöser:innen erscheinen können (Hadamard, 1945). Am anderen Ende der Skala liegen *Heurismen*, deren Einsatz (Anwendung, Abbruch, Wechsel von Heurismen etc.) bewusst gesteuert wird; es folgt ein Beispiel (s. Abb. 1).

Nach dem Lesen der Aufgabe könnten Problemlöser*innen davon überzeugt sein, dass die Antwort ‚ein Drittel‘ lautet, ohne zu wissen, wie sie auf diese

Idee gekommen sind – dies wäre hier eine *intuitive* Lösung. Andererseits könnte dieselbe Antwort mithilfe von Hilfslinien, einer Punktspiegelung von ABC an der Seitenmitte von AC o. ä. *heuristisch erarbeitet* werden.

Es sei ein beliebiges Dreieck ABC gegeben. Die Punkte P, Q und R, S teilen die Seiten AB und AC in jeweils drei gleiche Teile.

Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Vierecks im Vergleich zum Flächeninhalt des Dreiecks?

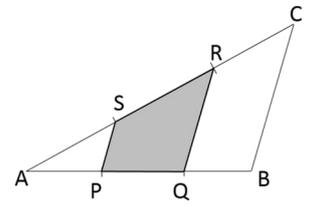


Abb. 1: Problem „Dreieck“

Diese Unterscheidung in unterbewusste und bewusste Ideengenerierung halten wir konzeptuell für bedeutsam, empirisch ist sie allerdings schwierig zu erfassen, selbst wenn die Problemlöser*innen laut denken und/oder möglichst viele Zwischenschritte aufschreiben. Schwierig wird es vor allem auch dann, wenn die Problemlöser*innen ihre Gedanken nicht (adäquat) äußern (können) und Interpretationen dadurch evtl. verfälscht werden.

In Bezug auf die empirische Erfassbarkeit des Konzepts schlagen wir vor, die angedeutete Skala wie folgt mit (Zwischen-)Stufen zu operationalisieren:

- (1) Zur Generierung von (Lösungs-)Ideen werden Heurismen ‚sichtbar‘ genutzt, d. h. so, dass sie auch aus der Beobachterperspektive erkannt werden (z. B. durch mündliche Ankündigung, Aufschrieb oder Skizze).
- (2) Zur Generierung von Ideen werden bewusst Heurismen genutzt, die aus der Beobachterperspektive allerdings nicht (eindeutig) erkennbar sind (z. B. weil Hilfslinien nicht eingezeichnet, sondern nur vorgestellt werden). Dieses Phänomen wollen wir hier *stille Heurismen (silent heuristics)* nennen.
- (3) Ideen werden intuitiv bzw. unterbewusst generiert, ohne dass eine bewusste Hinführung mithilfe von Heurismen erfolgt.

Während Stufe (1) empirisch gut rekonstruierbar ist (Rott, 2018), lassen sich die Stufen (2) und (3) aus Beobachterperspektive nicht unterscheiden. Und auch Nachfragen werden hier nicht immer aufklären können, welche Stufe konkret vorliegt, denn eine Aussage wie „Ich weiß nicht, woher die Idee kommt“ kann auf Intuition hindeuten, kann aber auch nur das Unvermögen der entsprechenden Person aufzeigen, ihre Gedanken zu verbalisieren.

An dieser Stelle kommt nun – wie angekündigt – die Methode des ET zum Einsatz. Durch gaze plots, vor allem aber durch das ‚live‘ Nachverfolgen von Blickbewegungen erhoffen wir uns einen Einblick in die Gedankenwelt der Problemlöser*innen (die sog. Eye-Mind-Hypothese, kurz: EMH), um Heurismen identifizieren zu können, die nicht genannt oder zu Papier gebracht werden. Beispielsweise könnten die Fokussierung bestimmter Teile einer

Gleichung oder das Abfahren gedachter (Hilfs-)Linien mit den Augen die Identifikation stiller Heurismen ermöglichen.

Mit der im Folgenden beschriebenen Einzelfallstudie soll diese methodische Herangehensweise erprobt und reflektiert werden.

Methodologie

Bei den vorliegenden Prozessdaten handelt es sich um die Reanalyse eines Prozesses von J. Joklitschke. Die Schülerin Sina (Jg. 10) wurde bei der Arbeit an dem Problem ‚Dreieck‘ (Abb. 1) aus mehreren Perspektiven gefilmt. Die hier vorgestellten Analysen beziehen sich ausschließlich auf die Aufzeichnungen aus der ET-Brille, die Sina trug. In der Aufnahme erkennt man, was Sina zu welchen Zeitpunkten im Prozess skizziert und aufgeschrieben hat; anhand dieser Daten werden sichtbare Heurismen kodiert. Zusätzlich lassen sich die Blickbewegungen anzeigen, mit deren Hilfe stille Heurismen identifiziert werden sollen. Verwendet wurde das Tobii Pro Glasses 2 Headset mit der zugehörigen Recording Unit. Das binokulare 4-Kamera-ET in Kombination mit einer Full-HD-Weitwinkel-Szenenkamera ermöglicht die Aufzeichnung von Augenbewegungen mit einer Abtastrate von 100 Hz.

Ergebnisse

Während ihres Bearbeitungsprozesses fand Sina mehrere Lösungen für das Problem. Einige Lösungswege werden durch den Einsatz von sichtbaren Heurismen unterstützt, etwa mithilfe von Hilfslinien oder des Einführens von Bezeichnungen. Beispielsweise zeichnet Sina im Rahmen eines Ansatzes eine Hilfslinie wie in Abb. 2.a. Anschließend benennt sie die Streckenlängen und stellt Terme auf, um den Anteil der grauen Fläche im Verhältnis zur Gesamtfläche des Dreiecks ABC zu ermitteln. All diese Heurismen werden übereinstimmend mit den jeweiligen Blickbewegungen realisiert.

Zu Beginn des letzten Lösungsansatzes, der insgesamt nur einige wenige Sekunden dauert, zeichnet Sina ohne Ankündigung oder sichtbare Vorarbeit eine „Mittellinie“ in das gegebene Dreieck ein (siehe Abb. 2.b, fett). Anschließend dreht sie, durch Einzeichnen eines Pfeils verdeutlichend, das Dreieck mit dieser neuen Seite und gegenüberliegendem Eckpunkt A nach oben, sodass A und C zusammenfallen. Sie argumentiert, dass nun eine Seite des entstandenen grauen Parallelogramms (c) halb so lang sei wie die des weißen Parallelogramms (2c) und sich somit die Flächen wie 1:2 verhalten. Betrachtet man die Blickbewegungen, ist die entscheidende Hilfslinie in dieser Situation nicht spontan entstanden, denn einige Minuten davor hat Sina genau diese Mittellinie mehrfach mit ihren Augen abgefahren. Daher interpretieren wir es so, dass diese Parallelogramm-Lösung nicht intuitiv gefunden, sondern heuristisch erarbeitet wurde – mithilfe eines stillen Heurismus.

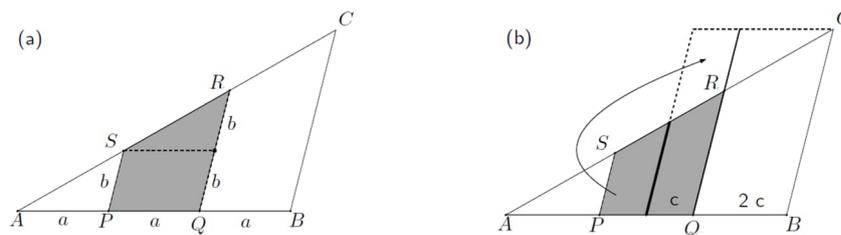


Abb. 2: Zwei Lösungswege inklusive verwendeter Heuristiken.

Diskussion

Das vorgestellte Projekt zeigt die – unserer Kenntnis nach – erstmalige, erfolgreiche Nutzung von ET-Aufzeichnungen als Primärdaten zur Bestimmung von Heuristiken in (komplexen) Problemlöseprozessen. Das Phänomen eines stillen Heurismus konnte dabei empirisch nachgewiesen werden. Trotzdem ist bei der Interpretation von ET-Daten Vorsicht geboten, denn beispielsweise konnten Schindler und Lilienthal (2019) zeigen, dass die EMH in manchen Situationen gilt, in manchen aber auch nicht. Insbesondere dann, wenn die Augenbewegungen spezifische, für die Lösung relevante Teile der gegebenen Skizze fokussieren, oder in Momenten, in denen Augenbewegungen Gesten des Schreibens oder Zeichnens indizieren, die erst zu einem späteren Zeitpunkt durchgeführt wurden, war die EMH erfüllt. Diese Ergebnisse von Schindler und Lilienthal machen im beobachteten Fall von Sina, in dem der Blick dezidiert eine (nicht vorhandene) Hilfslinie nachzeichnet, die anschließend im Lösungsprozess zu einem späteren Zeitpunkt eingezeichnet wird, eine Passung der Augenbewegung mit dem späteren Einzeichnen plausibel. Bei derartigen scheinbaren Momenten der Intuition handelt es sich unserer Interpretation nach eher um den Einsatz stiller Heuristiken, die nur durch das direkte Betrachten der ET-Aufzeichnungen als solche identifiziert werden können. Welche weiteren Ausprägungen stiller Heuristiken es gibt, muss nun weiter erforscht werden. Die Kombination mit anderen Methoden kann die Identifizierung stiller Heuristiken unterstützen, unter Berücksichtigung der jeweiligen Spezifika und Grenzen.

Literatur

- Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press.
- Rott, B. (2018). Empirische Zugänge zu Heuristiken und geistiger Beweglichkeit in den Problemlöseprozessen von Fünft- und Sechstklässlern. *math. did.*, 41(1), 47–76.
- Schindler, M. & Lilienthal, A. (2019). Domain-specific interpretation of eye tracking data: towards a refined use of the eye-mind hypothesis for the field of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 123–139.
- van der Waerden, B. L. (1973). *Einfall und Überlegung – Beiträge zur Psychologie des mathematischen Denkens* (3. Auflage). Birkhäuser.