

Katharina WIEHE, Münster, Janina KRAWITZ, Münster,  
Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster & Katrin RAKOCZY, Gießen

## **Lösen offener Aufgaben fördern - Konzeption einer Unterrichtsstudie im Projekt OModA**

### **Einleitung**

Offene Problemstellungen nehmen im Mathematikunterricht eine wichtige Rolle ein. Auch im Alltag und in den Wissenschaften (wie den Naturwissenschaften oder der Mathematik) sind häufig nicht alle Informationen vorhanden, die für die Lösung eines Problems nötig wären (Wu, 1994). Ein bestimmter Typ offener Aufgaben sind offene Modellierungsaufgaben, die sich durch ihren Realitätsbezug auszeichnen und anspruchsvolle Übersetzungsprozesse zwischen der Realität und der Mathematik im Sinne des Modellierungskreislaufes erfordern. Die Offenheit wurde in bisherigen Studien zum Modellieren selten untersucht und es fehlt bislang an empirisch untersuchten Förderungsansätzen, die sich gezielt auf die Offenheit als schwierigkeitsgenerierendes Merkmal beziehen.

An dieser Stelle setzt das OModA-Projekt (Offene Modellierungsaufgaben in einem selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht) an. Eine zentrale Fragestellung des Projekts ist, welche Effekte Unterricht mit offenen Modellierungsaufgaben im Vergleich zu geschlossenen Modellierungsaufgaben auf Motivation und Leistung beim Modellieren hat. Durchgeführt wird eine Unterrichtsstudie mit experimentellem Design, in der die Wirkungen einer vierstündigen Lernumgebung zu offenen bzw. geschlossenen Aufgaben verglichen wird.

Ziele dieses Beitrages sind, die Konzeption der Lernumgebungen vorzustellen und erste Ergebnisse aus der Pilotierungsstudie zu berichten.

### **Theoretischer Hintergrund**

Offene Aufgaben zeichnen sich durch die Möglichkeit der unterschiedlichen Lösungen des Problems aus. Die Behandlung offener Aufgaben kann Fehlvorstellungen wie „Jede Aufgabe hat genau eine korrekte Lösung“ und „Alle relevanten Informationen sind gegeben“ aufbrechen. Zudem weisen offene Aufgaben eine Nähe zur Realität auf, sodass durch die Behandlung offener Aufgaben eine erhöhte Transferfähigkeit von erworbenem Wissen auf neue realitätsbezogene Probleme erwartet wird (Klavir & Hershkovitz, 2008).

Die Offenheit einer Modellierungsaufgabe kann sich auf die Offenheit des Anfangszustandes des Problems (unterbestimmt) oder auf die Offenheit des Endzustandes des Problems (mehrdeutige Fragen) beziehen (Blum, 2015).

Im OModA-Projekt wird die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben mit einem offenen Anfangszustand und einem geschlossenen Endzustand untersucht. Beispielsweise sollen die Lernenden bei der offenen Version der Aufgabe *Poster* Annahmen über den Durchmesser des aufgerollten Posters treffen. In der geschlossenen Version ist diese Information gegeben (Abb. 1). Die Offenheit des Anfangszustandes des Problems ist für die nachfolgende Bearbeitung der Aufgabe von Bedeutung, da die Offenheit die Aktivitäten am Anfang des Modellierungsprozesses und somit die nachfolgende Aufgabebearbeitung beeinflusst.

#### Poster

Sandy macht Urlaub in Japan und würde dort gerne ein Filmposter kaufen, das sie aufgerollt in ihrem Koffer mit nach Hause nimmt. Sie ist sich jedoch unsicher, ob es möglich ist, das Poster in ihrem Koffer unterzubringen. In einem Laden findet sie ein Poster für 1075 Yen. Das Poster ist 105 cm lang und 75 cm breit und Sandys Koffer ist 40 cm lang, 25 cm breit und 60 cm hoch. Wenn sie das Poster der kürzeren Seite nach aufrollt, erhält sie eine Rolle, die 75 cm lang ist [*und einen Durchmesser von 7 cm hat*].

Kann sie das aufgerollte Poster in ihrem Koffer transportieren?

**Abb.1.** Offene bzw. [geschlossene] Variante der Posteraufgabe

Das Lösen von Modellierungsaufgaben mit offenem Anfangszustand stellt vielfältige Anforderungen an die Lernenden. Zunächst muss die Offenheit des Problems identifiziert werden (Krawitz et al., 2018). Viele Lernende haben Schwierigkeiten offene Aufgaben als eben diese zu identifizieren, beachten stattdessen nur die vorliegenden Angaben und geben realitätsferne Antworten (Dewolf et al., 2017). Bei erfolgreicher Identifikation müssen anschließend die fehlenden lösungsrelevanten Größen bestimmt werden (Krawitz et al., 2018). Beispielsweise müssen die Lernenden in der Aufgabe *Poster* erkennen, dass der Durchmesser des aufgerollten Posters nicht gegeben ist. Daraufhin müssen numerische Werte durch Schätzungen festgelegt werden (Krawitz et al., 2018). Zumeist handelt es sich dabei um unrealistische Schätzungen (Krawitz et al., 2018).

### Konzeption der Unterrichtsstudie

Die Konzeption der Unterrichtsstudie im OModA-Projekt adressiert gezielt die Schwierigkeiten der Lernenden bei der Bearbeitung offener Aufgaben. Die fachliche Grundlage bildet der Inhaltsbereich zum Satz des Pythagoras.

Die Lernumgebung umfasst fünf Arbeitseinheiten (insgesamt 4 Unterrichtsstunden). In der Experimentalgruppe 1 (EG1) sollen Fähigkeiten vermittelt werden, die der Bearbeitung von offenen Aufgaben dienlich sind. In der Experimentalgruppe 2 (EG2) werden analog Fähigkeiten zur Bearbeitung geschlossener Aufgaben gefördert.

Die Arbeitseinheiten für die EG1 wurden so konzipiert, dass die beschriebenen Anforderungen adressiert werden. Erstens, soll die Identifikation der Offenheit durch das Herausstellen von Besonderheiten dieses Aufgabentyps gelernt werden. Dabei lernen die Schüler\*innen offene und geschlossene Aufgabenstellungen zu differenzieren und darüber zu reflektieren. In der EG2 beschäftigen sich die Lernenden nicht mit offenen Aufgaben, sondern lernen zwischen überbestimmten und nicht-überbestimmten Aufgaben zu unterscheiden. Zweitens, werden die Lernenden in der EG1 durch vorstrukturierte Aufgabenbearbeitungen, die nach gegebenen und gesuchten Größen fragen, bei der Identifikation der zu schätzenden Größe unterstützt. Drittens, wird in der EG1 zudem explizit nach Schätzungen gefragt, um das Festlegen dieser lösungsrelevanten Schätzungen zu trainieren.

In einem sog. Wissenspeicher werden in der EG1 Charakteristika der offenen Aufgaben, wichtige Schritte beim Lösen dieses Aufgabentyps sowie Lösungshilfen gesammelt. Diesen Wissenspeicher erhalten die Schüler\*innen nach der Studie zurück. Somit dient der Wissenspeicher als Grundlage für die Reflexion des Gelernten während der Lernumgebung. In der EG2 werden analog Charakteristika überbestimmter Aufgaben festgehalten.

Durch eine Bewertung von Aufgabenbearbeitungen wird der Unterschied zwischen einer Bearbeitung mit und ohne Identifikation der lösungsrelevanten Größen herausgestellt und die Notwendigkeit einer Annahme gezeigt.

Vertieft werden die drei Anforderungen durch eine Abschlusseinheit, die eine Aufgabe jedes Aufgabentyps umfasst. Die Lernenden sollen in der EG1 nun eigenständig die Offenheit der Aufgabe, sowie die lösungsrelevanten Größen identifizieren und bei der Lösung der Aufgabe eine Annahme treffen. In der EG2 werden analog eine überbestimmte und eine nicht-überbestimmte Aufgabe bearbeitet. In dieser abschließenden Arbeitseinheit wird das bisher gelernte noch einmal aufgegriffen.

### **Das Vorgehen und erste Pilotierungsergebnisse**

Die Arbeitseinheiten der EG1 wurden in einer Pilotierungsstudie getestet, an der eine Realschulklasse (Jg. 9) einer Mädchenrealschule teilgenommen hat. Sie umfasste 4 Unterrichtsstunden und wurde videografiert.

Ein erstes Ergebnis der Pilotierung war, dass die drei Anforderungen bei Lösen offener Modellierungsaufgaben insgesamt gut in den zu bearbeitenden Arbeitseinheiten bewältigt werden können. Ein Änderungsbedarf wurde in einigen der folgenden Punkte identifiziert. Während der Pilotierung konnten Schwierigkeiten der Lernenden bei der Bearbeitung der *Poster*-Aufgabe beobachtet werden. Um die Bearbeitung der Aufgabe zu erleichtern, wurde die

Aufgabe vorstrukturiert. Die Lernenden sollen nun zunächst gesuchte und gegebene Variablen benennen, Schätzungen tätigen und erst im Anschluss die Aufgabe bearbeiten. Nach der Pilotierung wurden sprachliche Änderungen an dem Material als notwendig erachtet und der Begriff „Annahmen“ durch „Schätzungen“ ersetzt.

Die Wertung von Aufgabenbearbeitungen wurde durch Lösungen der Lernenden unter verschiedenen Gesichtspunkten diskutiert und ein Schema ausgearbeitet, das eine eindeutige Zuordnung der Begrifflichkeiten richtig und falsch zu den Lösungen ermöglicht. In der Lernumgebung wird nun von einer richtigen Lösung gesprochen, wenn mathematisch richtig gerechnet wurde, realistische Annahmen für fehlende Größen getroffen wurden und eine Einordnung des Ergebnisses durch einen Antwortsatz stattgefunden hat.

### **Weiteres Vorgehen**

Die konzipierte Lernumgebung wird von einem Pretest sowie Posttest (jeweils ca. 60 min) gerahmt. In dem Pre- und Posttest wird die Leistung der Lernenden in Bezug auf das Lösen von offenen und geschlossenen Modellierungsaufgaben erfasst. Jede teilnehmende Klasse wird in zwei gleich große Gruppen aufgeteilt und zufällig einer der beiden Experimentalgruppen zugeordnet, um mögliche Klasseneffekte zu minimieren. Im Vortag werden erste Ergebnisse präsentiert.

### **Literatur**

- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. Je Cho (Hrsg.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (S. 73–96). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9)
- Dewolf, T., van Dooren, W. & Verschaffel, L. (2017). Can visual aids in representational illustrations help pupils to solve mathematical word problems more realistically? *European Journal of Psychology of Education*, 32(3), 335–351. <https://doi.org/10.1007/s10212-016-0308-7>
- Klavir, R. & HersHKovitz, S. (2008). Teaching and Assessing “Totally Open Questions”. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20.
- Krawitz, J., Schukajlow, S. & van Dooren, W. (2018). Unrealistic responses to realistic problems with missing information: what are important barriers? *Educational Psychology*, 38(10), 1221–1238. <https://doi.org/10.1080/01443410.2018.1502413>
- Wu, H. (1994). The Role of Open-Ended Problems in Mathematics Education. *Journal of Mathematical Behavior*, 13(1), 115–128.