

Moritz ZEHNDER, Bayreuth

## **Flexibel und originell? Kreative Leistungen mathematisch besonders begabter, leistungsstarker Lernender**

Kreativität ermöglicht Innovation und wird auch deshalb als wichtige Fähigkeit des 21. Jahrhunderts angesehen. Die vorliegende Untersuchung betrachtet kreative Leistungen mathematisch begabter, leistungsstarker Lernender der Jahrgangsstufen 9 und 10.

### **Theoretischer Hintergrund**

Es gibt keine allgemein akzeptierte Kreativitätsdefinition (Leikin, 2009), es besteht jedoch ein breiter Konsens dahingehend, dass Neuartigkeit und Angemessenheit Kernelemente entsprechender Begriffsbestimmungen darstellen (Helfand et al., 2016). Nicht endgültig geklärt scheint, ob Kreativität in einer allgemeinen oder domänenspezifischen Form auftritt, wengleich empirische Belege eine Domänenspezifität (Singer, 2018) oder sogar eine Subdomänen- bzw. Aufgabenspezifität (Schindler et al., 2018) nahelegen. Vor diesem Hintergrund ist die folgende Definition sinnvoll: *Mathematische Kreativität* bezeichnet die Fähigkeit, Produkte im Bereich der Mathematik zu schaffen, die sowohl neuartig als auch nützlich bzw. angemessen sind.

Zur Erfassung mathematischer Kreativität werden unter anderem *multiple solution tasks* eingesetzt, d. h. Aufgaben, die explizit dazu auffordern, ein gegebenes mathematisches Problem auf mehrere Arten zu lösen (Leikin, 2009). Bearbeitungen solcher Aufgaben werden hinsichtlich der Dimensionen Ideenfluss (Anzahl von Lösungen), Flexibilität (Verschiedenheit der Lösungen) und Originalität (Seltenheit der Lösungen) beurteilt, um daraus eine Bewertung (relativer) mathematischer Kreativität zu ermitteln. Dabei wird, gemäß der oben genannten Definition, ein produktorientierter Ansatz verfolgt.

Mathematische Kreativität wird regelmäßig in Verbindung mit mathematischer Begabung genannt. Empirische Belege deuten darauf hin, dass sie ein Bestandteil mathematischer Begabung ist (Assmus & Fritzlär, 2022; Kattou et al., 2013; Kontoyianni et al., 2013), die Frage nach dem Zusammenhang zwischen beiden scheint jedoch nicht abschließend geklärt zu sein (Singer et al., 2017). An diesem Punkt setzt die Untersuchung an, deren Ergebnisse in diesem Beitrag berichtet werden. Sie zielt darauf ab, die folgende Frage zu beantworten:

Inwiefern handelt es sich bei mathematischer Kreativität um ein Merkmal einer mathematischen Begabung in den Jahrgangsstufen 9 und 10?

## Method

Untersucht wurden 60 Teilnehmer\*innen an Mathematikwettbewerben auf Landesniveau aus vier Bundesländern. Aufgrund ihrer außergewöhnlichen Leistungen wird im Weiteren davon ausgegangen, dass diese Schüler\*innen mathematisch begabt sind. Um kreative Leistungen von Wettbewerbsteilnehmer\*innen in Relation setzen zu können, wurden zudem die Leistungen von 159 bayerischen Gymnasiast\*innen erhoben.

Die Erfassung mathematischer Kreativität erfolgte mithilfe zweier *multiple solution tasks*. In der ersten Aufgabe soll ein Quadrat in fünf Teile mit jeweils gleichem Flächeninhalt zerlegt werden (Pitta-Pantazi et al., 2013), in der zweiten Aufgabe ist im Rahmen einer Textaufgabe ein Volumen anhand entsprechender Angaben zu rekonstruieren (Leikin & Lev, 2013).

Bei der Datenauswertung wird auf deskriptiv-statistische Kenngrößen zurückgegriffen. Neben Maßen der zentralen Tendenz und Streuungsmaßen werden die *common language effect size*  $\theta$  zur Quantifizierung von Gruppenunterschieden sowie der  $\gamma$ -Koeffizient zur Beschreibung von Zusammenhängen genutzt (Eid et al., 2015). Die statistische Absicherung der Unterschiede erfolgt über Randomisierungstests (Hedderich & Sachs, 2020).

## Ergebnisse und Diskussion

Die Auswertung der Bearbeitungen beider Aufgaben zeigt, dass es bezüglich aller erfassten Dimensionen substantielle Leistungsunterschiede zwischen beiden Probandengruppen zugunsten der Wettbewerbsteilnehmer\*innen gibt, die zudem praktisch bedeutsam sind (vgl. Tab. 1).

	Aufgabe 1		Aufgabe 2	
	$\theta$	$p$	$\theta$	$p$
Ideenfluss	0,88	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$	0,84	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$
Flexibilität	0,91	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$	0,84	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$
Originalität	0,75	$7,3 \cdot 10^{-9}$	0,82	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$
Kreativität	0,76	$1,3 \cdot 10^{-9}$	0,82	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$

**Tab. 1:** Effektgrößen und  $p$ -Werte zu den erfassten Dimensionen in beiden Aufgaben

In der *ersten Aufgabe* bestehen große Unterschiede bzgl. des Ideenflusses. Diese können aufgrund des Auswertungsmodus Gruppenunterschiede in allen weiteren Dimensionen beeinflussen, es ist daher sinnvoll, alternative Maße zu berücksichtigen, um diesen Störfaktor zu eliminieren. Betrachtet

man die maximale Originalität ( $\theta = 0,61$ ) und die Anzahl wesentlich verschiedener Lösungen ( $\theta = 0,76$ ) anstelle von Kreativität und Flexibilität, verringern sich Unterschiede zwischen den Gruppen deutlich. Bemerkenswert ist zudem, dass nur wenige Wettbewerbsteilnehmer\*innen besonders originelle Zerlegungen entdecken (22 Prozent), diese jedoch tendenziell eine überdurchschnittliche Flexibilität zeigen.

In der *zweiten Aufgabe* gelingt es vielen der Gymnasiast\*innen (75 Prozent) nicht, eine Lösung des Problems anzugeben. Auch die Wettbewerbsteilnehmer\*innen finden im Mittel nur eine Lösung und zeigen damit einen deutlich geringeren Ideenfluss als in der ersten Aufgabe. Aufgrund des geringen Ideenflusses ist folglich nicht von einer Verzerrung der Effektgrößen auszugehen. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus der ersten Aufgabe finden auch im zweiten *multiple solution task* nur relativ wenige Wettbewerbsteilnehmer\*innen besonders originelle Lösungen (20 Prozent).

Kreative Leistungen in beiden Aufgaben sind in der Gruppe der Wettbewerbsteilnehmer\*innen nur schwach korreliert ( $\gamma = 0,21$ ), auch dann, wenn eine Konfundierung durch den Ideenfluss eliminiert wird ( $\gamma = 0,23$ ). Der stärkste Zusammenhang bei den erfassten Dimensionen besteht für Flexibilität ( $\gamma = 0,26$ ), wenngleich dieser ebenfalls nur schwach ist.

Die Ergebnisse aus beiden *multiple solution tasks* legen nahe, dass mathematische Kreativität kein Merkmal einer mathematischen Begabung ist; mathematisch begabte Neunt- und Zehntklässler\*innen sind demnach nicht notwendig mathematisch kreativ bzw. originell. Dies ist in gewisser Weise überraschend, da etwa für den Primarstufenbereich ein starker Zusammenhang zwischen mathematischer Kreativität und Begabung beschrieben wird (Assmus & Fritzlar, 2022). Kreative Leistungen von Wettbewerbsteilnehmer\*innen sind sehr heterogen verteilt, es ist somit eher davon auszugehen, dass es sich bei mathematischer Kreativität um eine Fähigkeit handelt, mit deren Hilfe sich Typen mathematischer Begabung unterscheiden lassen (Zehnder, im Druck). Die geringe Korrelation zwischen den Kreativitätswerten kann zudem als weiterer Hinweis auf eine Subdomänenspezifität mathematischer Kreativität, wie sie bereits von Schindler et al. (2018) als eine mögliche Erklärung ihrer Ergebnisse beschrieben wird, verstanden werden.

## **Ausblick**

Weitere Analysen in der Untersuchung von Zehnder (im Druck) zeigen, dass Flexibilität eine bedeutendere Rolle im Zusammenhang mit einer mathematischen Begabung spielen könnte als mathematische Kreativität. In einem Netz mathematischer Fähigkeiten besitzt sie eine herausgehobene Bedeutung und ermöglicht das Erklären vielfältiger Zusammenhänge zwischen

mathematischen Leistungen. Sie ist zudem von diagnostischer Relevanz und ermöglicht eine Unterscheidung von Typen mathematisch Begabter.

## Literatur

- Assmus, D. & Fritzlar, T. (2022). Mathematical creativity and mathematical giftedness in the primary school age range: an interview study on creating figural patterns. *ZDM*, 54(1), 113–131. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01328-8>
- Eid, M., Gollwitzer, M. & Schmitt, M. (2015). *Statistik und Forschungsmethoden* (4. Aufl.). Beltz.
- Hedderich, J. & Sachs, L. (2020). *Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R* (17. Aufl.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-62294-0>
- Helfand, M., Kaufman, J. C. & Beghetto, R. A. (2016). The four-C model of creativity: Culture and context. In V. P. Glăveanu (Hrsg.), *Palgrave Studies in Creativity and Culture. The Palgrave Handbook of Creativity and Culture Research* (S. 15–36). Palgrave Macmillan.
- Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. *ZDM*, 45(2), 167–181. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0467-1>
- Kontoyianni, K., Kattou, M., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (2013). Integrating mathematical abilities and creativity in the assessment of mathematical giftedness. *Psychological Test and Assessment Modeling*, 55(3), 289–315.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Hrsg.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (S. 129–145). Sense Publishers.
- Leikin, R. & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM*, 45(2), 183–197. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0460-8>
- Pitta-Pantazi, D., Sophocleous, P. & Christou, C. (2013). Spatial visualizers, object visualizers and verbalizers: Their mathematical creative abilities. *ZDM*, 45(2), 199–213. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0475-1>
- Schindler, M., Joklitschke, J. & Rott, B. (2018). Mathematical creativity and its subdomain-specificity. Investigating the appropriateness of solutions in multiple solution tasks. In F. M. Singer (Hrsg.), *ICME-13 Monographs. Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students* (S. 115–142). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73156-8\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73156-8_5)
- Singer, F. M. (2018). Enhancing creative capacities in mathematically-promising students. Challenges and limits. In F. M. Singer (Hrsg.), *ICME-13 Monographs. Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students* (S. 1–23). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73156-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73156-8_1)
- Singer, F. M., Sheffield, L. J. & Leikin, R. (2017). Advancements in research on creativity and giftedness in mathematics education: Introduction to the special issue. *ZDM*, 49(1), 5–12. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0836-x>
- Zehnder, M. (im Druck). *Mathematische Begabung in den Jahrgangsstufen 9 und 10: Ein theoretischer und empirischer Beitrag zur Modellierung und Diagnostik*. Springer.