

Anna-Katharina ZURNIEDEN, Köln

Zehnerübergang – Erste mentale Vorstellungen mit Blick auf den Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation

Theoretischer Hintergrund

Aus mathematikdidaktischer Sicht gilt ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems (DSS) als Verstehensgrundlage und damit als notwendige Grundlage für ein erfolgreiches Weiterlernen auch in höheren Jahrgängen. Allerdings zeigen Forschungen, dass im Bereich des DSS über die Jahrgänge hinweg große Defizite festzustellen sind, wobei sie tendenziell im Laufe der Schulzeit zunehmen (u.a. Moser Opitz, 2013). Umso wichtiger ist eine frühzeitige intensive Förderung dessen. Im Hinblick auf den Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation (FSP HK) zeigen Studien, dass Schüler*innen häufig eine verzögerte Entwicklung und größere Hürden bzgl. mathematischer Fähigkeiten vorweisen (u.a. Pagliaro & Kritzer, 2013). Die Sprache nimmt im Zuge eines Verständnisses des DSS eine Schlüsselrolle ein: Ein möglicher Einflussfaktor in der Entwicklung ist u.a. die inverse Zahlwortbildung im deutschsprachigen Raum, die einen negativen Einfluss ausüben kann (Miura et al., 1994). Im Kontext von Hörschädigungen stellt Kramer (2007) außerdem fest, dass vorhandene ‚linguistische Cues‘ nur sehr eingeschränkt wahrgenommen werden, sodass darüber Hinweise zu dezimalen Strukturen innerhalb des Zahlworts nicht genutzt werden (können). Weitere Studien lassen den Schluss zu, dass auch im FSP HK das Verständnis des DSS insgesamt mit großen Einschränkungen verbunden ist (u.a. Govindan & Ramaa, 2014).

Entwicklung eines Lehr-Lernarrangements zum Zehnerübergang

Um dem Bedarf an intensiver und früh einsetzender Förderung zur Anbahnung eines Stellenwertverständnisses begegnen zu können, wurde im Rahmen des eigenen Promotionsprojekts ein Lehr-Lernarrangement (LLA) mit Blick auf den FSP HK entwickelt. Dieses erarbeitet den Zehnerübergang als ersten Moment, in dem vom DSS aufgrund des begrenzten Ziffernvorrats Gebrauch gemacht wird und soll davon ausgehend eine Anbahnung des Stellenwertverständnisses erzielen. Innerhalb des LLA werden das Material des Zählers (Ruf & Gallin, 2011) sowie die Lern- und Spielwelt Rechenwendeltreppe (RWT) (u.a. Schwank, 2013) kombiniert, um über eine prozessfokussierte Sichtweise und eine Vernetzung der Darstellungsebenen den Zehnerübergang zu erarbeiten. Dabei soll aufgrund des kleinen Zahlenraums explizit nicht die Bündelungsidee im Fokus stehen. Stattdessen wird der Über-

gang über die Nachfolger- bzw. Vorgängerbildung bewusst erzeugt. Aufgabenformate umfassen u.a. Nachbarschaftsstrukturen, Parallelbeziehungen (z.B. 03 und 13) sowie Rechnungen mit und ohne Zehnerübergang (weitere Ausführungen zum LLA siehe Zurnieden, 2021).

Erste Erkenntnisse zu mentalen Vorstellungen

Als erste Erkenntnisse bzgl. mentaler Vorstellungen zum Zehnerübergang und der Anbahnung eines Stellenwertverständnisses zeigen sich unterschiedliche Ausprägungen. In diesem Beitrag soll nun auf drei Phänomene genauer eingegangen werden. Beim Phänomen ‚Pro Hüpfen eine Zehnerdrehung‘ steht vor allem die Verknüpfung von RWT und Zähler im Vordergrund. Eine vorgegebene Anzahl an Hüpfen soll mit dem Hasen auf der RWT durchgeführt und parallel dazu der Zähler entsprechend eingestellt werden. Somit findet eine Vernetzung der enaktiven Ebene an der RWT durch Hüpfen sowie am Zähler durch Drehungen mit der symbolischen Ebene durch die eingestellten Zahlzeichen am Zähler statt. In der folgenden Szene soll der Hase von der 19er-Kugelstange der RWT aus dreimal nach unten hüpfen und der Zähler, der ebenfalls auf 19 eingestellt ist, bei jedem Hüpfen der neuen Position entsprechend eingestellt werden. Somit entspricht ein Hüpfen einer Drehung am orangen Rädchen. Nur beim Zehnerübergang käme eine weitere Drehung des grünen Rädchens hinzu:

Hajo [Hajo setzt den Hasen auf die 18er-Stange, dreht beide Rädchen 1-mal. ...
Hajo hüpfen mit dem Hasen auf die 16er-Stange und dreht beide Rädchen 1-mal.]

AZ Wo ist es denn jetzt gelandet?

Hajo Die Zahl war auch total durcheinander.

Bei diesem Phänomen wird jeder einzelne Hüpfen auf der RWT mit einer Drehung des Einerrädchens und des Zehnerädchens am Zähler verbunden. Es scheint also noch kein Verständnis für die Funktionsweise des DSS vorhanden zu sein. Zwar wird jeweils ein Hüpfprozess mit einem Drehprozess insgesamt am Zähler verbunden, allerdings scheint die Bedeutung der einzelnen Ziffern, die am Zähler durch die Rädchen dargestellt werden, noch nicht erfasst worden zu sein. Anzeichen für ein Bewusstsein, dass diese Vorgehensweise nicht ganz stimmig ist, zeigt sich durch die Aussage, dass die Zahl „auch total durcheinander“ war.

Das Phänomen ‚Herausforderung: Zehner symbolisch‘ tritt im Kontext der Vernetzung der enaktiven Darstellung einer Anzahl an Kugeln auf einer Kugelstange mit der symbolischen Ebene am Zähler auf. Dabei führt insbesondere die Einstellung des Zehnerädchens zu einem Irritationsmoment:

AZ Und wie viele orange Kugeln sind da?

- Heni Eins.
 AZ Und wie viele grüne?
 Heni Eins. Äh.. Zehn. Aber wie soll man denn Zehn einstellen?
 AZ Was steht denn für die Zehn?
 Heni Elf. Also braucht man nicht die Zehn einstellen.
 AZ Wo findet man denn die Zehn am Zähler?
 Heni Weiß ich nicht.

Bei dem Phänomen zeigt sich, dass die Anzahl der Kugeln insgesamt in Teilmengen zerlegt werden kann, indem jeweils die Anzahl der orangen und grünen Kugeln angegeben wird. Allerdings entsteht eine Hürde bei der Darstellungsmöglichkeit der zehn grünen Kugeln. Ein erstes Verständnis, dass die eingestellte 1 auf dem Einerrädchen des Zählers die orangen Kugeln und damit die Einer abbildet, ist u.U. vorhanden. Dass nun aber die am Zehnerrädchen eingestellte 1 für die 10 grünen Kugeln steht, scheint nicht verstanden zu sein. Vielmehr wird die Zahldarstellung als Ganzes wahrgenommen. Auf symbolischer Ebene kann somit noch nicht zwischen Einern und Zehnern unterschieden und das DSS an sich sowie die Bedeutung der Stellenwerte, welche sich durch die Position innerhalb eines Zahlzeichens ergeben (beim Zähler entsprechen sie den einzelnen Rädchen), noch nicht auf die konkrete symbolische Darstellung einer Zahl übertragen werden. Diese Annahme wird durch die Antwort auf die Frage, welche Ziffer für die Zehn steht, verstärkt: „Elf, also braucht man nicht die Zehn einstellen“. Eine erste Anbahnung eines Wissens, dass in diesem Zahlzeichen die Zehn enthalten ist, scheint dennoch gelungen zu sein.

Beim Phänomen ‚Das geht so weiter‘, welches ebenfalls im Kontext der Verknüpfung von Hüpfern auf der RWT mit der jeweiligen Zählereinstellung auftritt, zeigt sich durch das Überschreiten der Zahl Neun und damit den Zehnerübergang eine erste Erkenntnis zur Funktionsweise des DSS:

- Heni [Heni dreht 1-mal das orange Rädchen und hüpf mit dem Hasen auf die 5er-Stange. ... Heni dreht 1-mal das orange Rädchen und hüpf mit dem Hasen auf die 8er-Stange. Heni dreht 1-mal das orange Rädchen auf 9, hüpf aber noch nicht mit dem Hasen.] Danach geht das so weiter von hier!
 AZ Wo ist denn dein Hase jetzt?
 Heni Bei Neun. [Heni schaut auf den Zähler und hüpf mit dem Hasen auf die 9er-Stange.] Zehn. [Heni dreht je 1-mal das orange und grüne Rädchen.]

Durch die Unterbrechung stimmt ihr Rhythmus des Hüpfens und Drehens zwar nicht mehr überein, sodass der Zähler um eins weitergedreht ist als der Hase sitzt; allerdings wird die klare Erkenntnis geäußert, dass es danach so weiter geht. Es bleibt an der Stelle offen, ob bei der Nachfolgebildung zur Zahl Zehn wieder nur das orange Rädchen gedreht wird. Allerdings scheint

ein Verständnis der Funktionsweise des DSS und insbesondere des Zehnerübergangs als solchen erfolgreich angebahnt worden zu sein. Als mentale Vorstellung zeigt sich, dass das regelgeleitete Vorgehen, welches hinter dem DSS steht, wahrgenommen wurde.

Fazit

Insgesamt wird anhand der ausgewählten Szenen von Lernenden mit dem FSP HK deutlich, dass die mentalen Vorstellungen vom Zehnerübergang im Hinblick auf ein Stellenwertverständnis größtenteils noch nicht sehr ausgeprägt sind und ein hoher Bedarf besteht, sie weiter auszubilden. Dies zeigt sich in den Phänomenen ‚Pro Hüpfen eine Zehnerdrehung‘ und ‚Herausforderung: Zehner symbolisch‘. Insbesondere das dritte Phänomen ‚Das geht so weiter‘ gibt aber Anlass zur Zuversicht, dass sich eine Förderung dessen durch die Erarbeitung des Zehnerübergangs, beispielsweise mit Hilfe des entwickelten LLA, lohnt.

Literatur

- Govindan, N. P. & Ramaa, S. (2014). Mathematical difficulties faced by deaf/hard of hearing children. *Conflux Journal of Education*, 2(7), 28–38. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18528.99842>
- Kramer, F. (2007). *Kulturfaire Berufseignungsdiagnostik bei Gehörlosen und daraus abgeleitete Untersuchungen zu den Unterschieden der Rechenfertigkeiten bei Gehörlosen und Hörenden*. http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2007/1929/pdf/Kramer_Florian.pdf
- Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Chang, C.-M., Steere, M. & Fayol, M. (1994). Comparisons of Children's Cognitive Representation of Number: China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *International Journal of Behavioral Development*, 17(3), 401–411. <https://doi.org/10.1177/016502549401700301>
- Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche/Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (2. Aufl.). Haupt.
- Pagliaro, C. M. & Kritzer, K. L. (2013). The Math Gap: a description of the mathematics performance of preschool-aged deaf/hard-of-hearing children. *Journal of deaf studies and deaf education*, 18(2), 139–160. <https://doi.org/10.1093/deafed/ens070>
- Ruf, U. & Gallin, P. (2011). *Austausch unter Ungleichen: Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik* (4. Aufl.). Klett/Kallmeyer.
- Schwank, I. (2013). Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Aufl., S. 93–133). Vandenhoeck & Ruprecht.
- Zurnieden, A.-K. (2021). Erste Erfahrungen mit dem Stellenwertsystem: Der Zehnerübergang. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021* (S. 351–354). WTM Verlag.